

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

Вариант 1

Задание 1

Из партии в 20 деталей, из которых 6 бракованных, случайным образом выбираются 3 детали. С какой вероятностью в число отобранных деталей войдут: а) только бракованные; б) только исправные детали.

Задание 2

Для участия в студенческих отборочных соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй—6 и из третьей—5 студентов. Вероятность того, что отобранный студент первой, второй или третьей группы попадёт в сборную, равна 0,5; 0,4; 0,3. Какова вероятность, что наудачу взятый студент попадёт в сборную.

Задание 3

1. Пусть вероятность того, что покупателю необходима обувь 41 размера, равна 0,3. Найти вероятность того, что из 5 первых покупателей обувь этого размера будет необходима: а) одному покупателю; б) по крайней мере, одному из покупателей.

2. Из большой партии продукции, содержащей 70% изделий первого сорта, наугад выбирают 100 изделий. Найти вероятность того, что среди отобранных будет не менее 50 и не более 90 изделий первого сорта.

3. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 4 абонента?

4. Вероятность изготовления детали высшего сорта на данном станке 0,45. Найти вероятность того, что среди 280 деталей половина будет высшего сорта.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{1}{4}(x+1)^2 & \text{при } -1 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

Производится стрельба по некоторой цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,2. Стрельба прекращается при первом попадании. Найти вероятность того, что будет произведено ровно 6 выстрелов.

Вариант 2

Задание 1

В ящике лежат 12 красных, 8 зелёных и 10 синих шаров. Наудачу вынимают 2 шара. Какова вероятность, что вынутые шары—разных цветов, если известно, что не вынут синий шар?

Задание 2

Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трёх касс. Вероятности попадания в кассу зависят от их местоположения и равны 0,2; 0,5; 0,3. Вероятности того, что все билеты проданы, равны соответственно 0,6; 0,9; 0,7. Какова вероятность того, что пассажир приобретёт билет.

Задание 3

1. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадает не менее четырёх раз.

2. Среди семян ржи 0,4% сорняков. Какова вероятность, что среди 500 семян будет пять семян сорняков.

3. Устройство состоит из 50 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность того, что элемент выйдет из строя после того, как он проработал 100 часов, равна 0,25. Чему равно наиболее вероятное число элементов, вышедших из строя через 100 часов? Чему равна вероятность такого события?

4. В цехе имеются 80 станков, работающих независимо друг от друга. Для каждого станка вероятность быть включенным равна 0,9. Какова вероятность, что в некоторый момент времени включенными окажутся от 60 до 70 станков.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

Деталь проходит 3 операции обработки. Вероятность того, что она окажется бракованной после первой операции, равна 0,01, после второй—0,03, после третьей—0,02. Найти вероятность того, что деталь окажется годной после трёх операций, предполагая, что появления брака на отдельных операциях—независимые события.

Вариант 3

Задание 1

Брошены две игральные кости. Чему равна вероятность того, что произведение выпавших очков окажется равным 5.

Задание 2

В группе 18 лыжников, 8 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника—0,9, для велосипедиста—0,8, для бегуна—0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

Задание 3

1. Вероятность того, что в партии встретится бракованная деталь, равна 0,2. Какова вероятность, что из 5 деталей бракованных будет менее двух.

2. Вероятность того, что покупателю необходима обувь 41 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 750 покупателей только 120 потребуют обувь этого размера.

3. Молокозавод отправил в магазин 1000 пакетов молока. Вероятность повреждения пакета во время транспортировки равна 0,0005. Какова вероятность, что количество повреждённых пакетов не превысит трёх?

4. Вероятность изготовления детали с номинальными размерами равна 0,7. Какова вероятность, что среди 300 деталей таких деталей будет от 200 до 250.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{1}{9}(x+2)^2 & \text{при } -2 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

Прибор, работающий в течение суток, состоит из 3 узлов, каждый из которых независимо от других, может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя целиком. Вероятность безотказной работы в течение суток первого узла равна 0,9, второго—0,95, третьего—0,85. Найти вероятность того, что в течение суток прибор будет работать безотказно.

Вариант 4

Задание 1

Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина разности выпавших очков равна 2?

Задание 2

В трёх урнах имеются чёрные и белые шары. В первой урне—3 белых и 1 чёрный, во второй—6 белых и 4 чёрных, а в третьей—9 белых и 1 чёрный. Из наугад выбранной урны вынимают шар. Какова вероятность, что он белый?

Задание 3

1. На автобазе 10 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна 0,8. Найти вероятность нормальной работы автобазы в ближайший день, если для этого необходимо иметь на линии не менее 8 автомашин.

2. По данным ОТК в среднем 3% изделий требуют дополнительной регулировки. Найти вероятность того, что из 200 изделий 4 потребуют дополнительной регулировки.

3. Найти вероятность того, что среди 400 проб руды окажется 275 проб с промышленным содержанием металла, если вероятность промышленного содержания металла одинакова для пробы и равна 0,7.

4. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что среди 10 деталей окажется не более одной нестандартной.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

При изготовлении детали заготовка должна пройти 3 операции. Предполагая появление брака на отдельных операциях событием независимым, найти вероятность изготовления стандартной детали, если вероятность брака на первой операции равна 0,02, на второй—0,01, на третьей—0,03.

Вариант 5

Задание 1

Собрание, на котором присутствуют 20 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из 3 человек. Считая, что каждый из присутствующих с одинаковой вероятностью может быть избран, найти вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и 1 мужчина.

Задание 2

На сборку попадают детали, изготовленные тремя автоматами. Известно, что первый даёт 0,4% брака, второй—0,2% и третий—0,6%. Найдите вероятность поступления на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 500, со второго—1000, с третьего—1250 деталей.

Задание 3

1. Вероятность случайным образом отобранному изделию оказаться нестандартным 0,2. Найти вероятность того, что среди 225 изделий 180 будут стандартными.

2. Вероятность появления брака при автоматической обработке деталей равна 0,003. Найти вероятность того, что среди 1000 деталей только 4 будут бракованными.

3. Вероятность выигрыша по одному билету лотереи равна $1/7$. Какова вероятность того, что лицо, имеющее 6 билетов: а) выиграет по двум билетам; б) выиграет не менее чем по двум билетам.

4. Было посажено 400 деревьев. Вероятность того, что отдельное дерево приживается, равна 0,8. Найти вероятность того, что число прижившихся деревьев больше 300.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7}x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

Рабочий обслуживает одновременно 4 станка, из которых на первом вероятность нарушения нормальной работы в течение часа после проверки составляет 0,1, на втором—0,15, на третьем—0,2, на четвёртом—0,25. Какова вероятность бесперебойной работы всех четырёх станков на протяжении одного часа?

Вариант 6

Задание 1

На отдельных карточках написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все 9 карточек тщательно перемешаны, после чего наугад берут 4 из них и выкладывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность получить при этом: а) чётное число; б) число 1234?

Задание 2

С первого станка на сборку поступает 40% всех деталей, со второго — 30%, остальные детали с третьего станка. Вероятность изготовления бракованной детали для станка соответственно равна 0,01; 0,03; 0,05. Найти вероятность того, что наудачу поступившая на сборку деталь бракована.

Задание 3

1. В хлопке имеется 10% коротких волокон. Какова вероятность, что во взятом наудачу пучке из 4 волокон окажется не более двух коротких?

2. Средний процент нарушений работы кинескопа в течение гарантийного срока равен 22. Какова вероятность того, что из 46 наблюдаемых телевизоров более 36 выдержит гарантийный срок?

3. Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного элемента в течение года работы равна 0,001. Какова вероятность отказа двух и не менее двух электроэлементов в год?

4. По данным длительной проверки качества выпускаемых запчастей определённого вида брак составляет 13%. Найти вероятность того, что в непроверенной партии из 150 запчастей пригодных будет 128 штук.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{1}{16}(x+2)^2 & \text{при } -2 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Задание 5

Производятся три независимых выстрела по мишени. Вероятности попадания в мишень при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно 0,7; 0,6 и 0,8. Найти вероятность хотя бы одного попадания.

Вариант 7

Задание 1

Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Как велика вероятность, что в нём все цифры кратны 3?

Задание 2

Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых, проезжающих по тому же шоссе, как 3:5. Известно, что в среднем одна из 30 грузовых и 2 из 50 легковых машин подъезжают к бензоколонке для заправки. Найти вероятность того, что подъехавшая к заправке машина будет заправляться.

Задание 3

1. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Какова вероятность того, что окажется не более одной нестандартной среди выбранных 10?

2. Вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3. Какова вероятность, что лицо, имеющее 5 билетов: а) выиграет по двум билетам; б) выиграет не менее чем по трём билетам.

3. При установившемся технологическом процессе фабрика выпускает 80% первосортных изделий. Найти вероятность того, что в партии из 4000 изделий 330 будут первого сорта.

4. В партии из 1000 изделий имеется 10 дефективных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий дефективных будет не больше трёх.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{1}{9}(x+1)^2 & \text{при } -1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Задание 5

Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует внимания рабочего, равна 0,7, для второго—0,8, для третьего—0,9, для четвёртого—0,85. Найти вероятность того, что в течение некоторого часа, по крайней мере, один станок потребует к себе внимания рабочего.

Вариант 8

Задание 1

Из колоды в 36 карт наугад выбирают три карты. Какова вероятность того, что среди них окажутся 2 туза?

Задание 2

На некоторой фабрике машина А производит 40% продукции, а машина В—60% продукции. В среднем 9 единиц из 1000 единиц продукции, произведённых машиной А и 1 единица из 2500 у машины В оказываются бракованными. Найти вероятность того, что 1 ед. продукции будет не бракованной.

Задание 3

1. Производство электронно-лучевых трубок для телевизоров даёт в среднем 12% брака. Найти вероятность того, что из 250 трубок годных будет 215 штук.

2. На базе получено 10000 электроламп. Вероятность того, что в пути лампа разобьётся, равна 0,0003. Найти вероятность того, что среди полученных ламп 5 будет разбито.

3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,74. Найти вероятность того, что цель будет поражена 100 раз из 320 выстрелов.

4. Вероятность изготовления стандартной детали на станке равна 0,9. Найти вероятность того, что из 8 деталей не менее 7 окажутся стандартными.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

Задание 5

Производятся три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при первом, втором и третьем выстреле равны соответственно 0,7; 0,6; 0,8. Найти вероятность того, что в мишень произойдёт ровно два попадания.

Вариант 9

Задание 1

В денежно-вещевой лотерее на 1000 билетов приходится 24 денежных и 10 вещевых выигрышей. Некто приобрёл 2 билета. Какова вероятность выигрыша а) хотя бы на один билет; б) по первому билету денег, а по второму вещи?

Задание 2

На фабрике станки 1, 2 и 3 производят соответственно 20%, 35% и 45% всех деталей. В их продукции брак составляет соответственно 6%, 4% и 2%. Найти вероятность того, что случайно выбранное изделие оказалось дефективным.

Задание 3

1. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что из 3 деталей 2 окажутся нестандартными.

2. Найти вероятность того, что среди 200 изделий окажется не более трёх бракованных, если в среднем брак составляет 1%.

3. В цехе 5 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включено не менее 2 моторов.

4. Устройство состоит из 1600 элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность отказа любого элемента в течение времени T равна 0,001. Найти вероятность того, что за время T откажут не более 4 элементов.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \frac{1}{5} \\ (x - \frac{1}{5})^2 & \text{при } \frac{1}{5} < x \leq \frac{6}{5} \\ 1 & \text{при } x > \frac{6}{5} \end{cases}$$

Задание 5

Два стрелка ведут стрельбу по цели. Вероятность попадания для одного стрелка равна 0,4, а для второго—0,3. Каждый стрелок произвёл по 2 выстрела. Какова вероятность уничтожения цели, если для этого необходимо не менее двух попаданий?

Вариант 10

Задание 1

В урне 20 белых и 6 чёрных шаров. Из неё вынимают наугад 2 шара подряд. Найти вероятность того, что оба шара чёрные.

Задание 2

Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощённая система испытаний, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, которые не удовлетворяют стандарту и с вероятностью 0,95 для изделий, удовлетворяющих стандарту. Найти вероятность того, что наудачу выбранное изделие будет удовлетворять стандарту.

Задание 3

1. Какова вероятность, что среди 200 человек будет 6 левшей, если левши в среднем составляют 1%?

2. Монету бросают 6 раз. Найти наиболее вероятное число выпадения герба и вероятность такого числа гербов.

3. Фабрика выпускает 75% продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что из 300 изделий число первосортных равно 220?

4. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 10 посеянных семян взойдут, по крайней мере, 8.

Задание 4

Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей $F(x)$. Найти: а) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(1/3; 2/3)$; б) плотность распределения вероятностей случайной величины X ; в) математическое ожидание случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Задание 5

При изготовлении детали заготовка должна пройти 3 операции, предполагая появление брака на отдельных операциях событием независимым. Найти вероятность изготовления нестандартной детали, если вероятность брака на первой операции равна 0,05, на второй—0,04, на третьей—0,03, на четвёртой—0,06.

Вопросы

1. Случайные события. Частота. Вероятность. Классическое определение вероятности.
2. Теорема сложения вероятностей.
3. Условная вероятность. Теорема умножения.
4. Формула полной вероятности.
5. Формула Байеса.
6. Последовательные испытания. Формула Бернулли.
7. Локальная теорема Лапласа.
8. Интегральная теорема Лапласа.
9. Дискретные случайные величины. Функция распределения вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия.
10. Непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия.
11. Равномерное распределение.
12. Нормальное распределение. Интеграл вероятностей.
13. Неравенство Маркова. Неравенство и теорема Чебышева.

Список литературы

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - Изд.4-е, доп. – М.: Высшая школа, 1972.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие. – 11-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, 2006. – 404 с.