

Министерство путей сообщения РФ
Самарский институт инженеров железнодорожного транспорта
имени М.Т.Елизарова

Кафедра Теоретических основ электротехники, автоматики и электроники

**ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ
С МЕТОДИЧЕСКИМИ УКАЗАНИЯМИ**

*по дисциплине “Теория линейных электрических цепей устройств
железнодорожной автоматики, телемеханики и связи”*

**Определение функций линейных электрических цепей,
анализ их частотных характеристик и чувствительностей**

Для студентов специальности 210700 Автоматика, телемеханика
и связь на железнодорожном транспорте

Составители: Е.П.Пиманов
А.Е. Пиманов

Самара 2000

УДК 621.375

Курсовая работа с методическими указаниями по дисциплине “Теория линейных электрических цепей устройств железнодорожной автоматики, телемеханики и связи”.

Самара: СамИИТ, 2000г. - 33 с.

Утверждено на заседании кафедры ТОЭАиЭ 15 марта 2000 г., протокол N 7.

Печатается по решению редакционно-издательского совета института .

Исходные данные к курсовой работе с методическими указаниями по дисциплине “Теория линейных электрических цепей устройств железнодорожной автоматики, телемеханики и связи” содержат программу курсовой работы, 28 вариантов, методические указания по выполнению каждого пункта программы. Содержание курсовой работы обусловлено необходимостью глубокого усвоения студентами базовых понятий теории цепей, приобретения навыков их использования в современных методах анализа и синтеза.

Составители: Пиманов Евгений Павлович,
Пиманов Андрей Евгеньевич.
Рецензент: Гуменников В.Б.- к.т.н., доц.,
зав. кафедрой АТС СамИИТа

Ст. редактор: Шими́на И.А.

Подписано в печать Формат 60x84 1/16

Бумага писчая. Усл. печ. л. 2

Тираж 250 экз. Заказ N 37

Самарский институт инженеров железнодорожного транспорта
Введение

При определении содержания курсовой работы по ТЛЭЦ авторы руководствовались необходимостью глубокого усвоения студентами базовых понятий теории электрических цепей, приобретения навыков их использования в современных методах анализа и синтеза. К их числу авторы относят:

- операторные функции цепей (их свойства, алгоритмы определения, нормирование);
- комплексные функции цепей, их составляющие;
- частотные характеристики цепей, их машинный анализ;
- графическое представление частотных характеристик;
- математические модели двухполюсников, четырехполюсников;
- соединения четырехполюсников, алгоритмы определения матриц сложных четырехполюсников;
- чувствительности функций электрических цепей.

При выполнении курсовой работы следует придерживаться последовательности действий, изложенных в программе на стр.3. Выполнение соответствующей части программы следует начинать с усвоения алгоритма её решения. Алгоритмы представлены в данных методических указаниях и их реализацию следует рассматривать как необходимый минимум.

Оформленная работа должна содержать:

- титульный лист;
- программу работы;
- исходные данные;
- достаточно подробное представление решений поставленных задач с необходимыми комментариями, вычислениями, чертежами, с заголовками, обусловленными программой.

I. Программа выполнения курсовой работы

Рекомендуемая последовательность действий при выполнении курсовой работы учитывает лекционную последовательность изложения курса ТЛЭЦ. В связи с этим становится возможным поэтапное её выполнение в течение семестра.

Определившись с вариантом (выдает преподаватель), необходимо:

1. Выбрать схему электрической цепи из числа представленных на рисунках 1-28, нормированные параметры элементов. Номер схемы соответствует номеру варианта.
2. Вычислить реальные параметры элементов выбранной цепи, используя соотношения:

$$R_1=R_2=500 \cdot N \cdot R_{1Н}, \quad \omega_0 = 1000(1+k)\sqrt{m}, \quad (1)$$

$$L_i=L_{iН} \cdot R_1/\omega_0, \quad C_i=C_{iН}/(R_1 \cdot \omega_0),$$

округлив при этом значение ω_0 до целого числа, кратному 10 (последняя цифра-0).

R_1, R_2 - сопротивления резисторов R_1 и R_2 (Ом);

$R_{1Н}$ - нормированное сопротивление резистора R_1 ;

L_i - индуктивность i -ой катушки (Гн);

L_{iH} - нормированная индуктивность i -ой катушки;

C_i - ёмкость i -го конденсатора (Ф);

C_{iH} - нормированная ёмкость i -го конденсатора; m - номер варианта;

N - последняя цифра номера группы; k - последняя цифра текущего года.

3. Определить матрицу $|A|$ реактивного четырехполюсника, входящего в выбранную электрическую цепь, полагая, что он образован каскадно соединенными “элементарными” четырехполюсниками, число n которых и количество входящих в каждый из них элементов (слева-направо) представлено в исходных данных.
4. Определить передаточные функции $H(p)=U_2(p)/E(p)$ и $Z(p)=E(p)/I_1(p)$ выбранной электрической цепи, используя при этом матрицу $|A|$ реактивного четырехполюсника.
5. Провести нормирование полученных функций $H(p)$ и $Z(p)$.
6. Определить нормированные комплексные функции цепи $H(j\xi)$ и $Z(j\xi)$ и их составляющие. Описать, какие процессы электрической цепи описывают модули и аргументы комплексных функций $H(j\omega)$ и $Z(j\omega)$.
7. Составить программы машинного анализа амплитудных и фазовых частотных характеристик выбранной электрической цепи (электрического фильтра), используя составляющие функций $H(j\xi)$ и $Z(j\xi)$.
8. Провести машинный анализ названных в пункте 7 частотных характеристик цепи. По данным машинного анализа построить их графики. Графики зависимостей от частоты модуля и аргумента функции $H(j\omega)$ строятся на одном рисунке. Модуль $H(j\omega)$ представляется в децибелах, аргумент - в градусах, частота - в декадах.
Графики зависимостей от нормированной частоты модуля и аргумента нормированной функции $Z(j\xi)$ строятся на другом рисунке с последующим денормированием.
9. Определить чувствительности функции одного из элементов (не ниже 2-го порядка) матрицы $|A|$ элементарного четырехполюсника к изменению параметров элементов, вошедших в состав операторной функции.
10. Определить чувствительности модуля и аргумента комплексной функции, представляющей выбранный в пункте 9 элемент матрицы, к изменению параметра одного из элементов. Исследовать поведение чувствительности модуля в частотной области, представить график его поведения.
11. Представить выводы по работе в виде ответов на вопросы:
 - виды соединений элементарных четырехполюсников;
 - как определяется матрица $|A|$ сложных и элементарных четырехполюсников;
 - как определяются передаточные функции электрических цепей, если в их состав входит сложный четырехполюсник;
 - как определяются комплексные функции эл. цепей и их составляющие;
 - какие процессы в электрической цепи описывают модуль и аргумент комплексной функции;

- какие процессы описывают чувствительности модуля и аргумента комплексной функции.

12. Оформить работу на бумаге формата А4 с соблюдением общепринятых требований, представив на титульном листе название работы, вариант, номер группы, фамилию, имя и отчество исполнителя.

2. Исходные данные к курсовой работе

Варианты (номера схем)	Номер группы					
	1		2		3	
	n=2	n=3	n=2	n=3	n=2	n=3
1	3 - 3 *		4 - 2		2 - 4	
2	3 - 3		4 - 2		2 - 4	
3	3 - 4		4 - 3			3 - 1 - 3
4	4 - 3		3 - 4			3 - 1 - 3
5	3 - 4		4 - 3			3 - 2 - 2
6	4 - 3		3 - 4			3 - 2 - 2
7	3 - 4		4 - 3			2 - 3 - 1
8	2 - 4		3 - 3		4 - 2	
9		3 - 1 - 3 **	3 - 4		4 - 3	
10		3 - 1 - 3	3 - 4		4 - 3	
11		3 - 2 - 2		2 - 2 - 3	4 - 3	
12		2 - 2 - 3		3 - 2 - 2		4 - 1 - 2
13		2 - 4 - 2		4 - 2 - 2		2 - 3 - 3
14		2 - 2 - 4		3 - 3 - 2		4 - 2 - 2
15		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2
16		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2
17	4 - 4		5 - 3			4 - 2 - 2
18	4 - 4		3 - 5			2 - 2 - 4
19	4 - 4		4 - 4			2 - 2 - 4
20		4 - 2 - 2		4 - 3 - 1	4 - 4	
21		2 - 2 - 4		4 - 2 - 2	4 - 4	
22		2 - 2 - 4		4 - 2 - 2	4 - 4	
23		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2
24		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2		2 - 4 - 2
25	4 - 4			4 - 2 - 2		4 - 2 - 2
26	4 - 4			2 - 2 - 4		2 - 2 - 4
27		2 - 2 - 4			4 - 4	
28		4 - 2 - 2			4 - 4	

* 3-3 означает, что первый элементарный четырехполюсник состоит из 3-х элементов, второй - тоже из трех.

** 3-1-3 означает, что первый элементарный четырехполюсник состоит из 3-х элементов, второй - из одного, третий из трех.

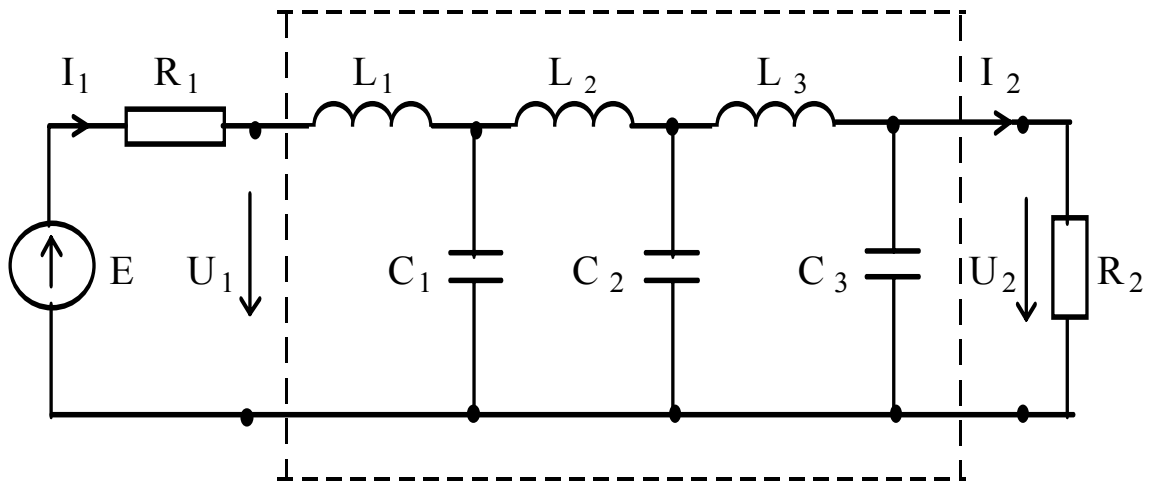


Рис.1

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 1:

$$L_{1H}=1,159; \quad L_{2H}=1,838; \quad L_{3H}=1,529; \quad R_{1H}=R_{2H}=1;$$

$$C_{1H}=1,529; \quad C_{2H}=1,838; \quad C_{3H}=1,159.$$

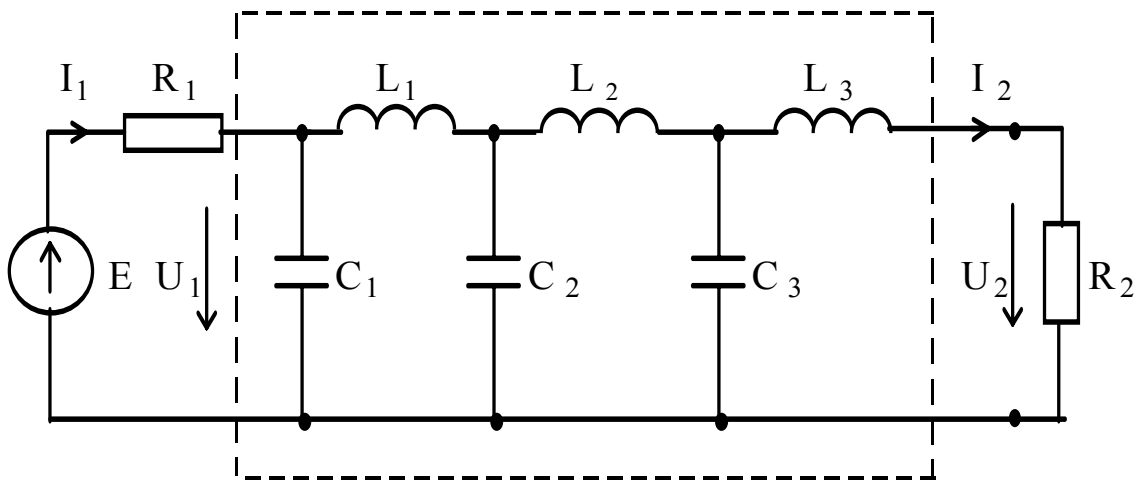


Рис. 2

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 2:

$$L_{1H}=1,529; \quad L_{2H}=1,838; \quad L_{3H}=1,159; \quad R_{1H}=R_{2H}=1;$$

$$C_{1H}=1,159; \quad C_{2H}=1,838; \quad C_{3H}=1,529.$$

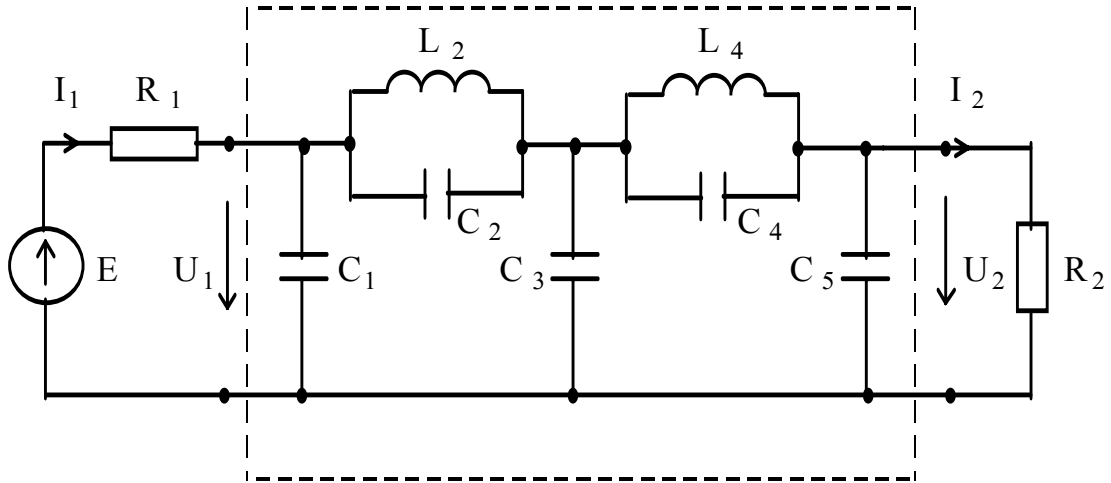


Рис. 3

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 3:

$$\begin{array}{llll}
 C_{1H}=0,5594; & C_{2H}=0,3346; & C_{3H}=1,310; & C_{4H}=0,09216; \\
 C_{5H}=0,5058; & L_{2H}=1,135; & L_{4H}=1,046; & R_{1H}=R_{2H}=1.
 \end{array}$$

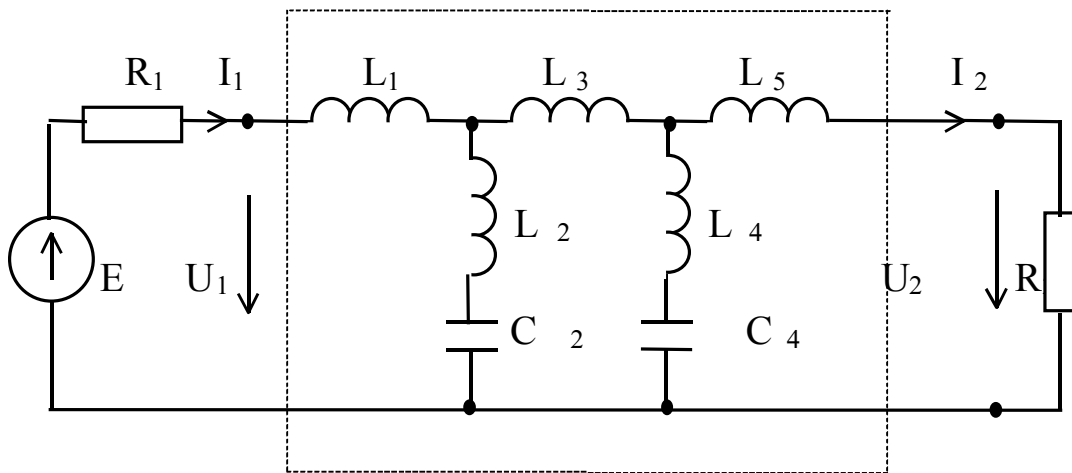


Рис. 4

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 4:

$$\begin{array}{llll}
 L_{1H}=0,5594; & L_{2H}=0,3346; & L_{3H}=1,310; & L_{4H}=0,09216; \\
 L_{5H}=0,5058; & C_{2H}=1,135; & C_{4H}=1,046; & R_{1H}=R_{2H}=1.
 \end{array}$$

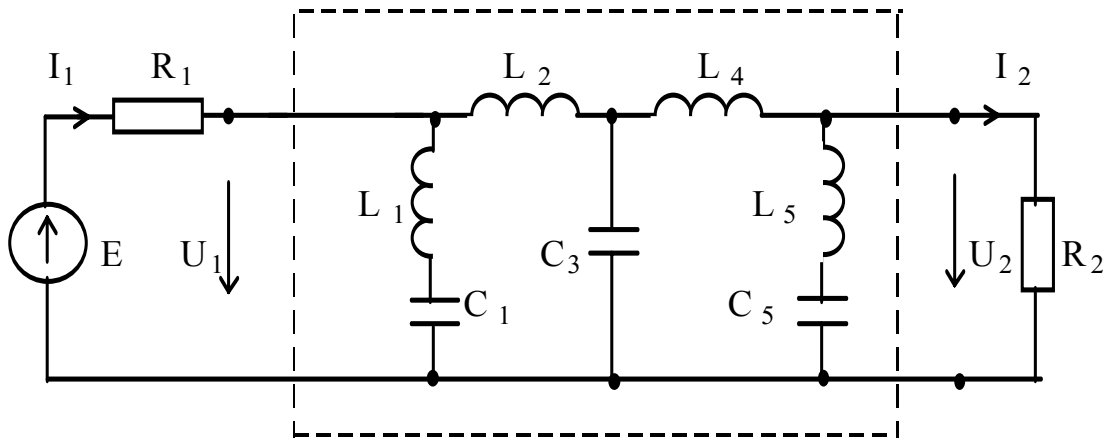


Рис. 5

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 5:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{2H} = L_{4H} = 1,59; \quad L_{1H} = L_{5H} = 1,104915; \\ C_{1H} = C_{5H} = 0,59; \quad C_{3H} = 2.$$

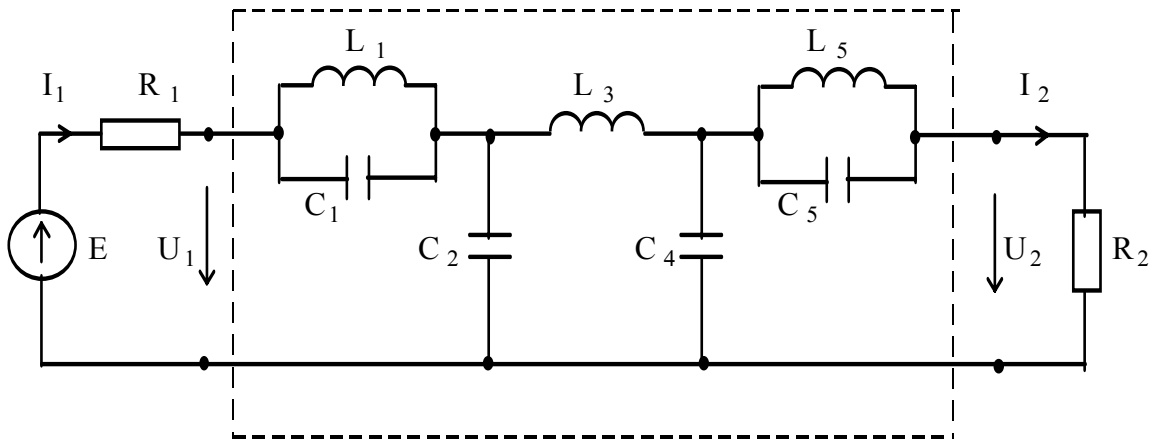


Рис. 6

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 6:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = L_{5H} = 0,59; \quad L_{3H} = 2; \\ C_{1H} = C_{5H} = 1,104915; \quad C_{2H} = C_{4H} = 1,59.$$

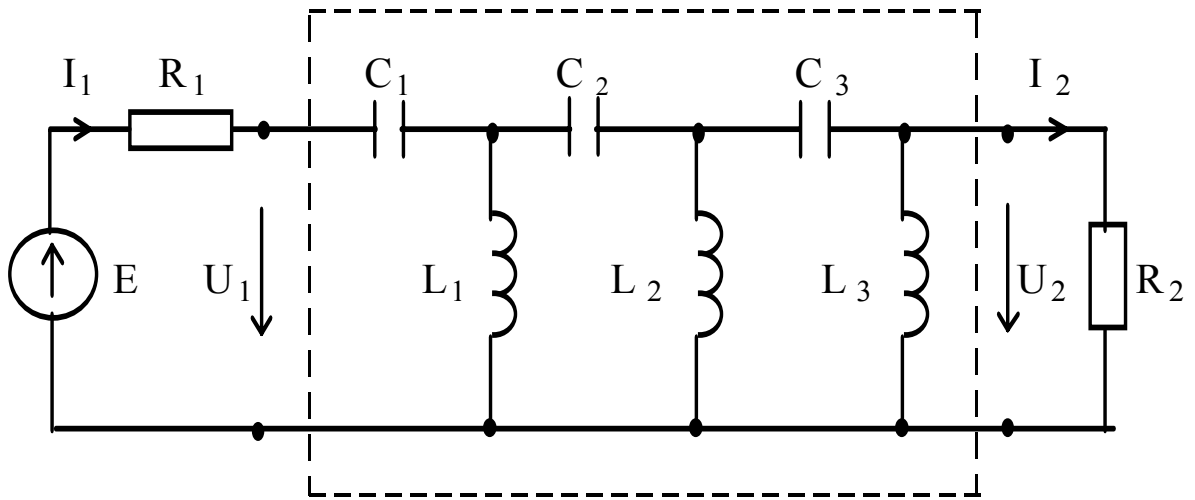


Рис. 7

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 7:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad C_{1H} = 0,862813; \quad C_{2H} = 0,54407; \quad C_{3H} = 0,654;$$

$$L_{1H} = 0,654; \quad L_{2H} = 0,54407; \quad L_{3H} = 0,862813.$$

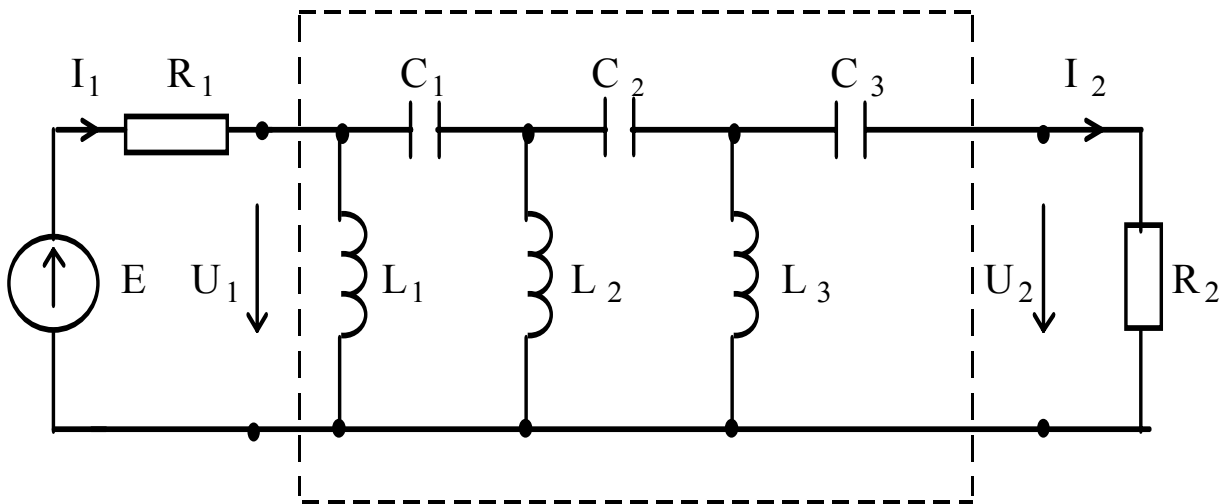


Рис. 8

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 8:

$$C_{1H} = 0,654; \quad C_{2H} = 0,54407; \quad C_{3H} = 0,862813;$$

$$L_{1H} = 0,862813; \quad L_{2H} = 0,54407; \quad L_{3H} = 0,654.$$

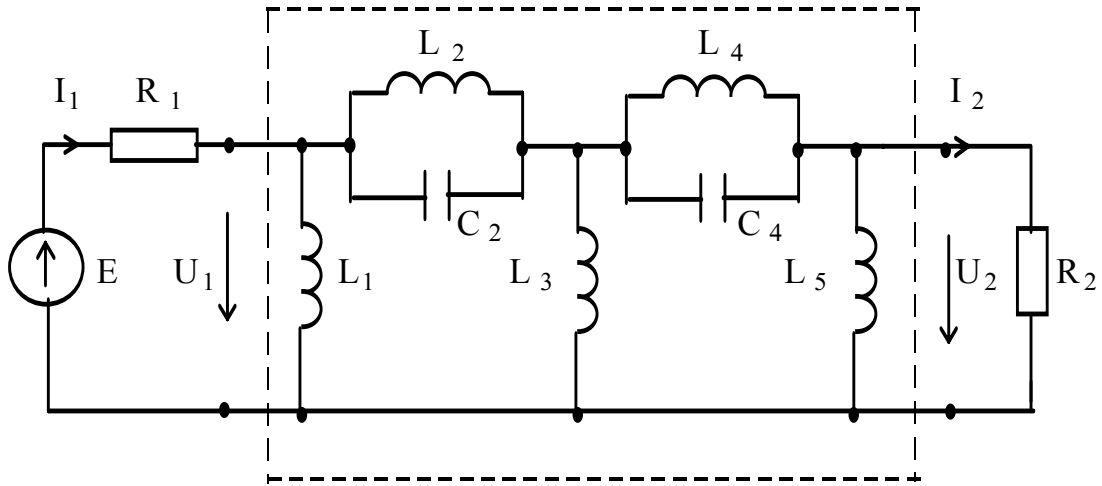


Рис. 9

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 9:

$$\begin{array}{llll}
 L_{1H}=1,78763; & L_{2H}=2,98864; & L_{3H}=0,76336; & L_{4H}=10,8507; \\
 L_{5H}=1,9771; & C_{2H}=0,881057; & C_{4H}=0,956; & R_{1H}=R_{2H}=1.
 \end{array}$$

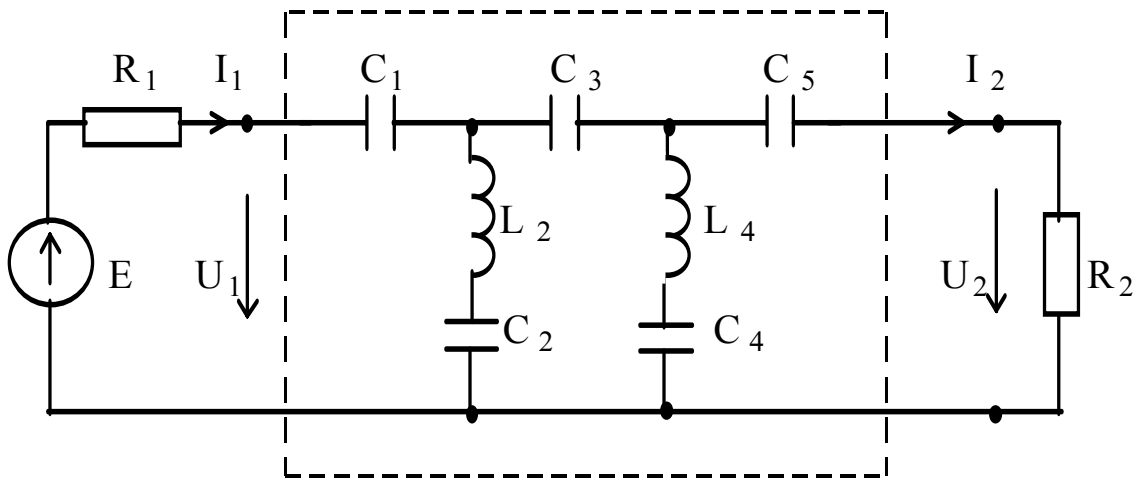


Рис. 10

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 10

$$\begin{array}{llll}
 R_{1H}=R_{2H}=1; & L_{2H}=0,881057; & L_{4H}=0,956; & C_{1H}=1,78763; \\
 C_{2H}=2,98864; & C_{3H}=0,76336; & C_{4H}=10,8507; & C_{5H}=1,9771.
 \end{array}$$

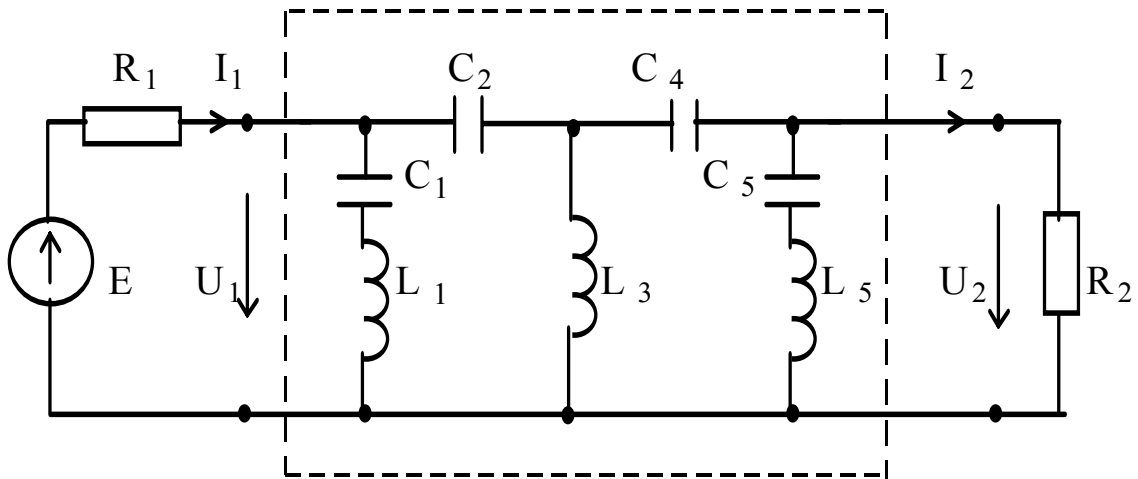


Рис. 11

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 11:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = L_{5H} = 1,6950; \quad L_{3H} = 0,5;$$

$$C_{1H} = C_{5H} = 0,905047; \quad C_{2H} = C_{4H} = 0,628931.$$

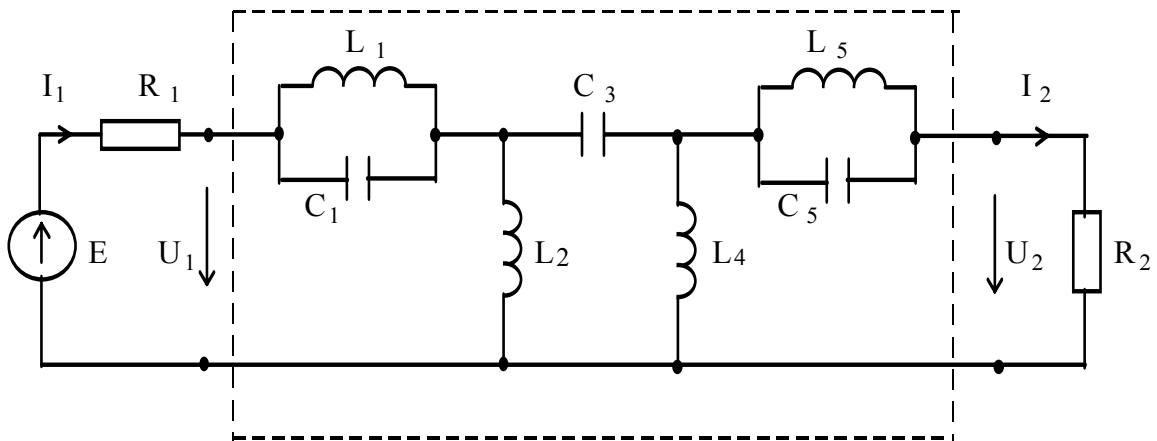


Рис. 12

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 12:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = L_{5H} = 0,905047; \quad C_{1H} = C_{5H} = 1,695;$$

$$L_{2H} = L_{4H} = 0,628931; \quad C_{3H} = 0,5.$$

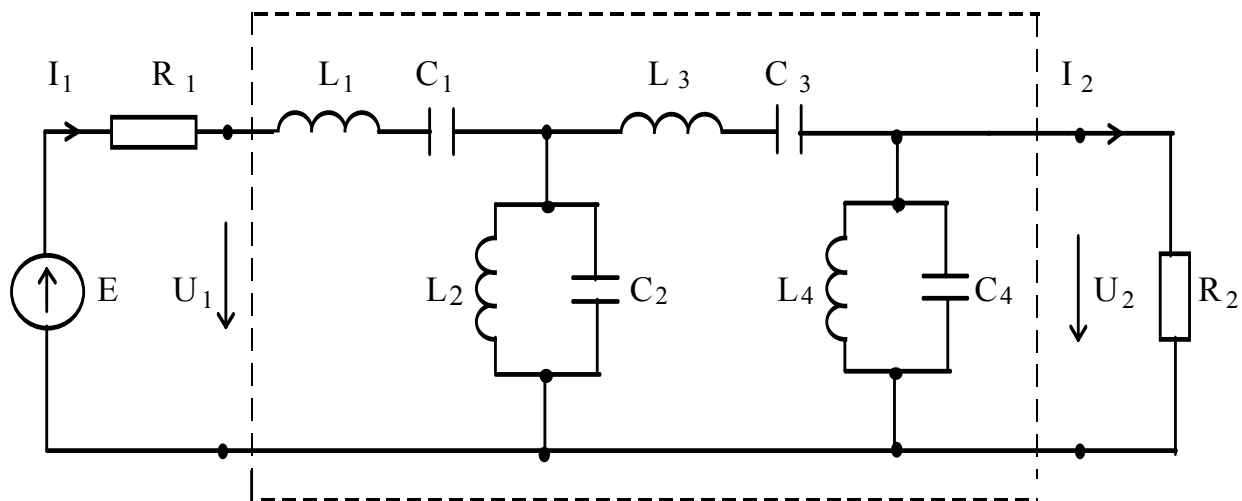


Рис. 13

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 13:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1,146; \quad L_{2H} = 0,661; \quad L_{3H} = 1,513; \quad L_{4H} = 0,8726; \\ C_{1H} = 0,8726; \quad C_{2H} = 1,513; \quad C_{3H} = 0,661; \quad C_{4H} = 1,146.$$

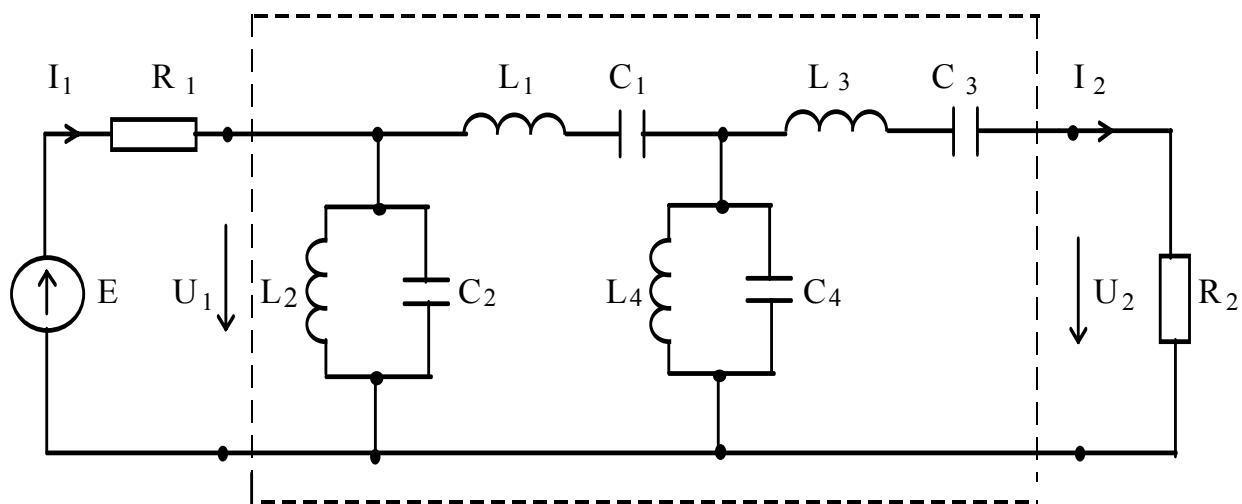


Рис. 14

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 14:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1,513; \quad L_{2H} = 0,8726; \quad L_{3H} = 1,146; \quad L_{4H} = 0,661; \\ C_{1H} = 0,661; \quad C_{2H} = 1,146; \quad C_{3H} = 0,8726; \quad C_{4H} = 1,513.$$

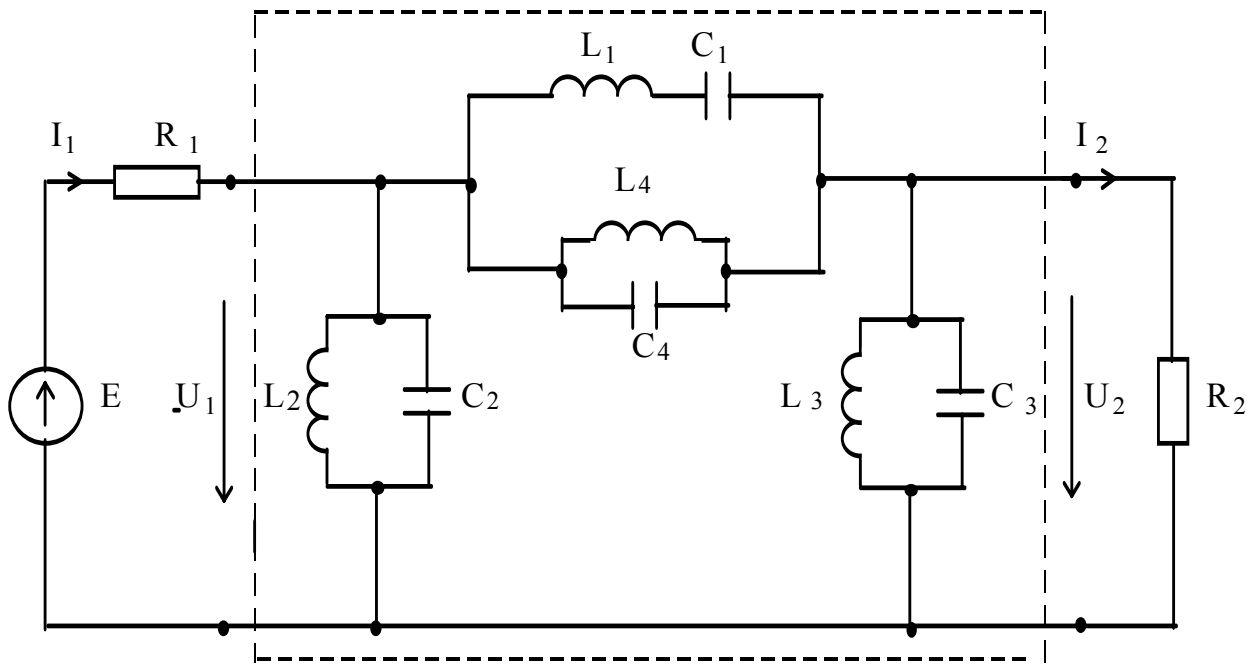


Рис. 15

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 15:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1,0844; \quad L_{2H} = L_{6H} = 0,877578; \quad L_{4H} = 14,94768; \\ C_{1H} = 0,92217; \quad C_{2H} = C_{6H} = 1,1395; \quad C_{4H} = 0,0669.$$

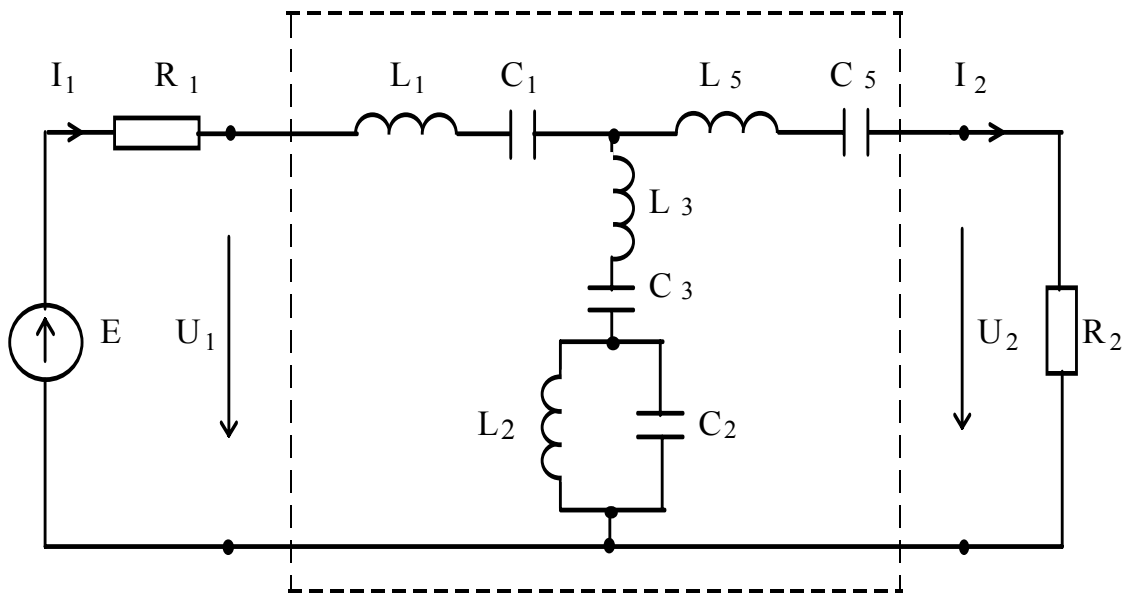


Рис. 16

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 16:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = L_{5H} = 1,1395; \quad L_{2H} = 0,922169; \quad L_{3H} = 0,0669;$$

$$C_{1H}=C_{5H}=0,8775778;$$

$$C_{2H}=1,0844;$$

$$C_{3H}=14,947683.$$

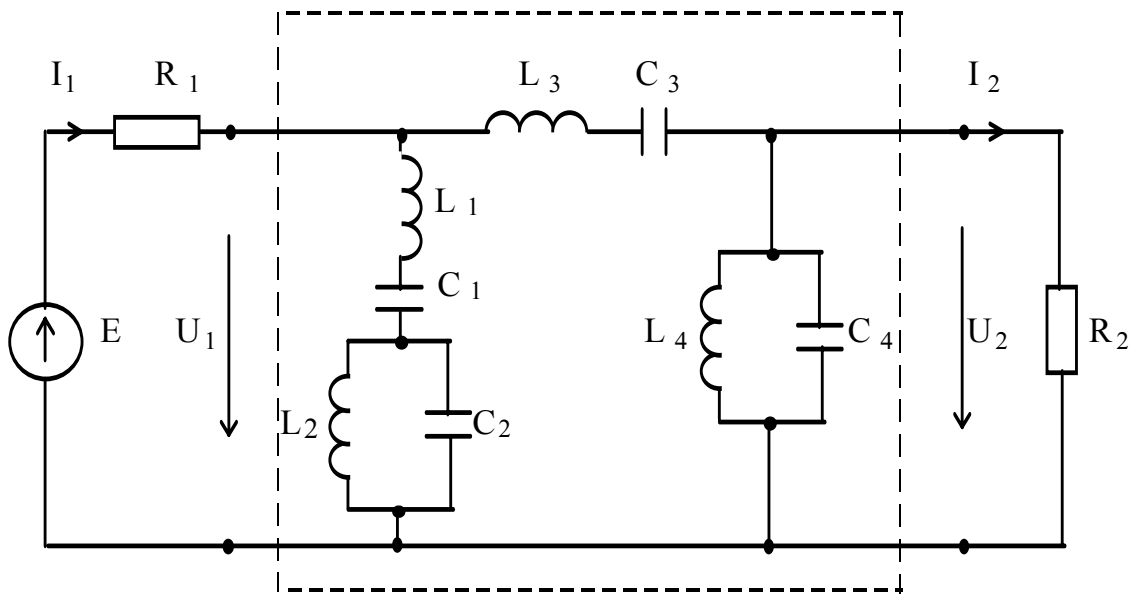


Рис. 17

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 17:

$$R_{1H}=R_{2H}=1; \quad L_{1H}=1,104915; \quad L_{2H}=1,694915; \quad L_{3H}=1,59; \quad L_{4H}=1;$$

$$C_{1H}=0,90505; \quad C_{2H}=0,59; \quad C_{3H}=0,628931; \quad C_{4H}=1.$$

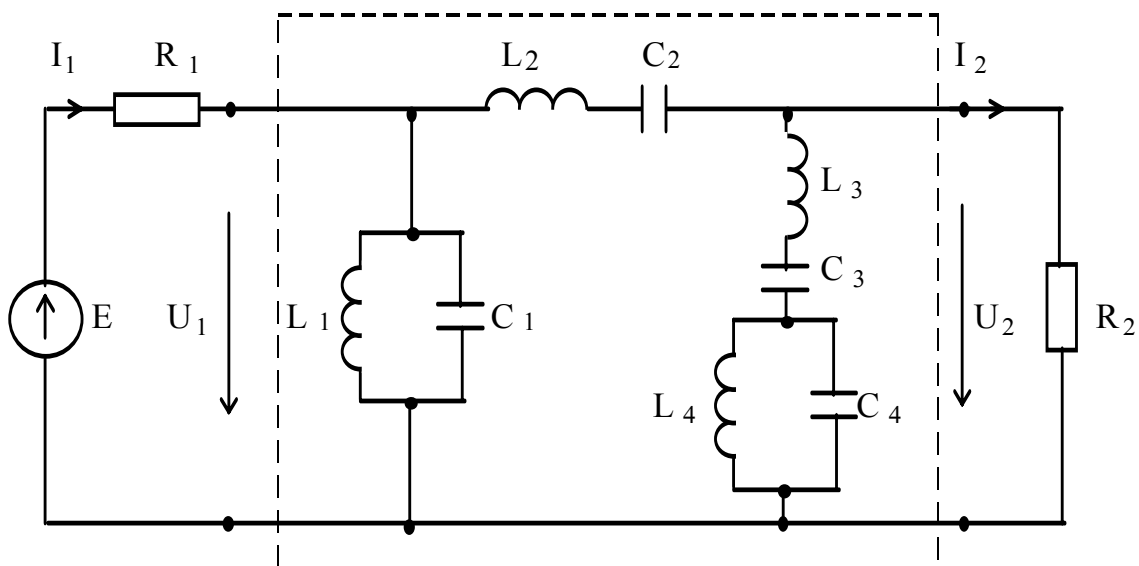


Рис. 18

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 18:

$$R_{1H}=R_{2H}=1; \quad L_{1H}=1,0; \quad L_{2H}=1,59; \quad L_{3H}=1,104915; \quad L_{4H}=1,694915;$$

$$C_{1H}=1,0; \quad C_{2H}=0,628931; \quad C_{3H}=0,90505; \quad C_{4H}=0,59.$$

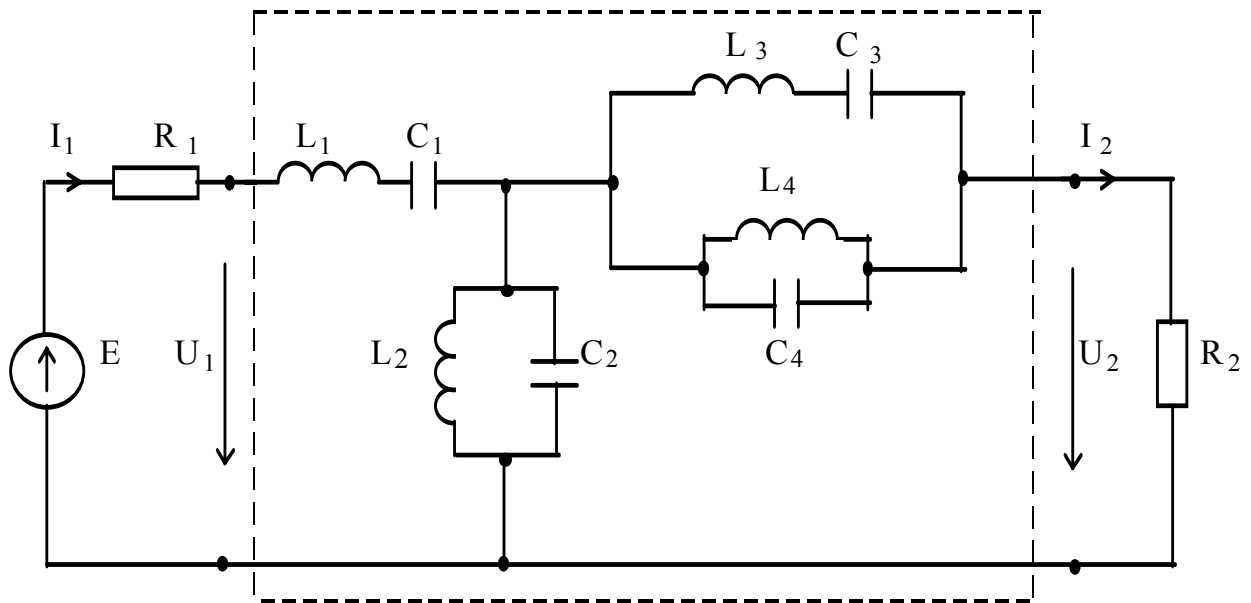


Рис. 19

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 19:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1,0; \quad L_{2H} = 0,628931; \quad L_{3H} = 0,59; \quad L_{4H} = 0,90505; \\ C_{1H} = 1,0; \quad C_{2H} = 1,59; \quad C_{3H} = 1,694915; \quad C_{4H} = 1,104915.$$

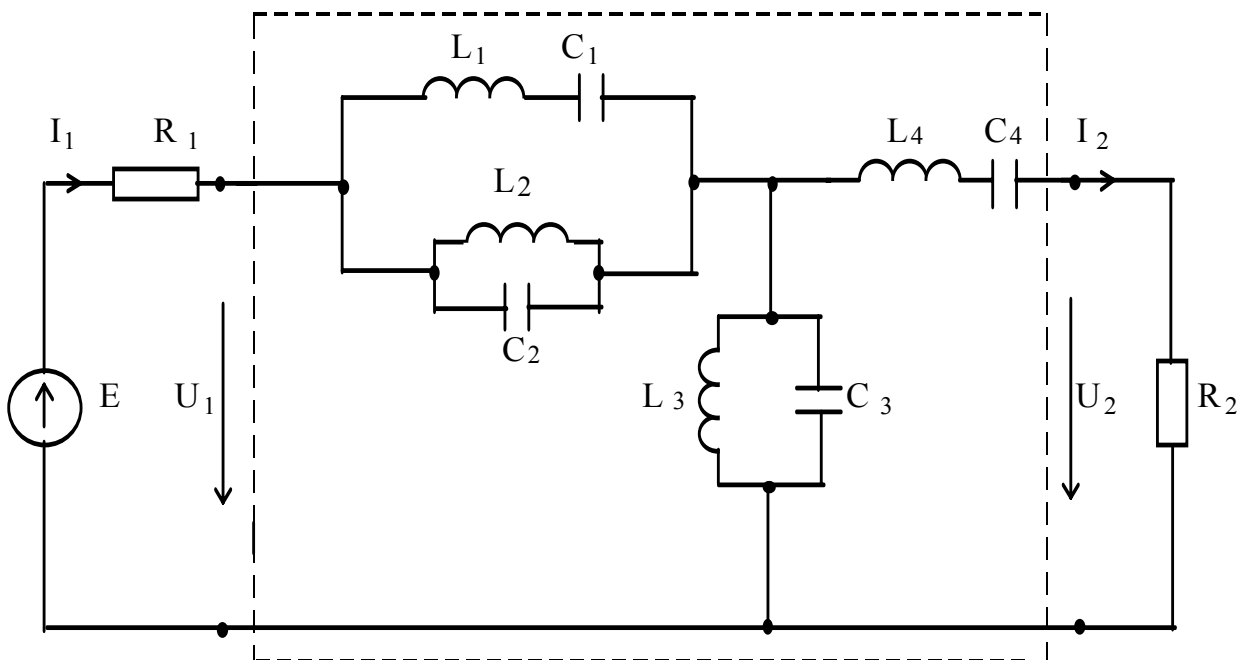


Рис. 20

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 20:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 0,59; \quad L_{2H} = 0,30505; \quad L_{3H} = 0,628931; \quad L_{4H} = 1;$$

$$C_{1H}=1,694915; \quad C_{2H}=1,104915; \quad C_{3H}=1,59; \quad C_{4H}=1.$$

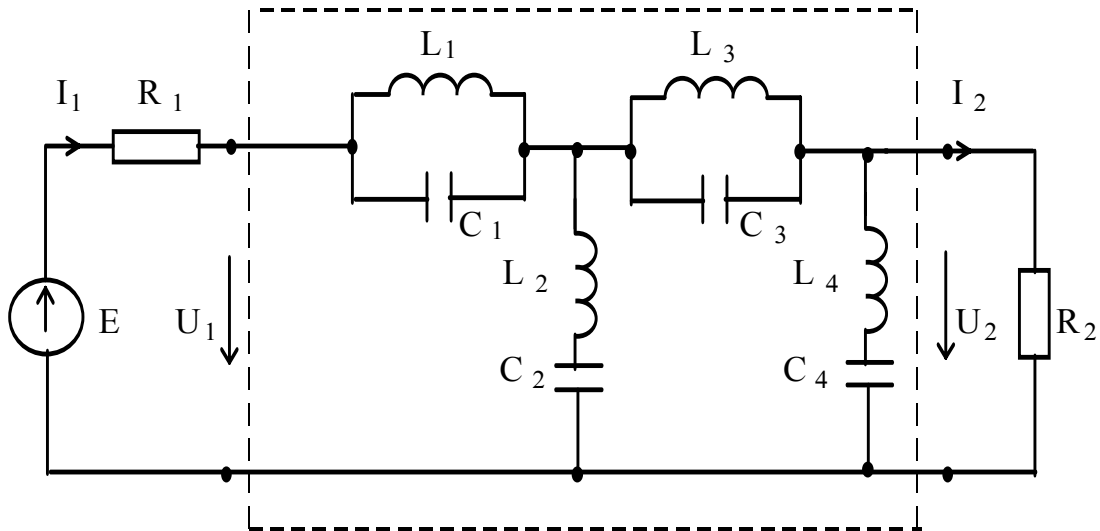


Рис. 21

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 21:

$$R_{1H}=R_{2H}=1; \quad L_{1H}=1,146; \quad L_{2H}=0,66094; \quad L_{3H}=1,513; \quad L_{4H}=0,8726; \\ C_{1H}=0,8726; \quad C_{2H}=1,513; \quad C_{3H}=0,66094; \quad C_{4H}=1,146.$$

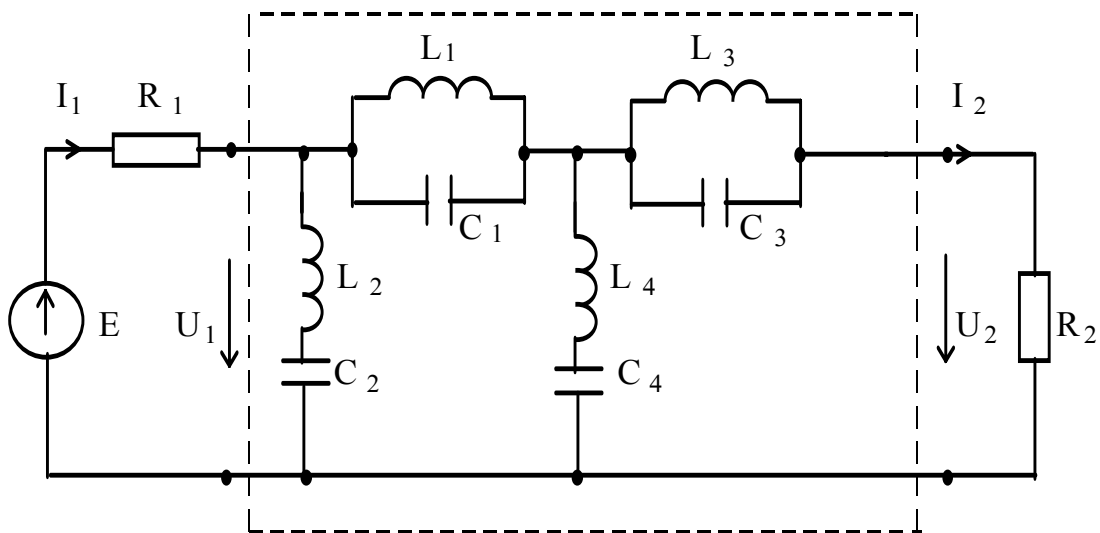


Рис. 22

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 22:

$$R_{1H}=R_{2H}=1; \quad L_{1H}=1,513; \quad L_{2H}=0,8726; \quad L_{3H}=1,146; \quad L_{4H}=0,66094; \\ C_{1H}=0,66094; \quad C_{2H}=1,146; \quad C_{3H}=0,8726; \quad C_{4H}=1,513.$$

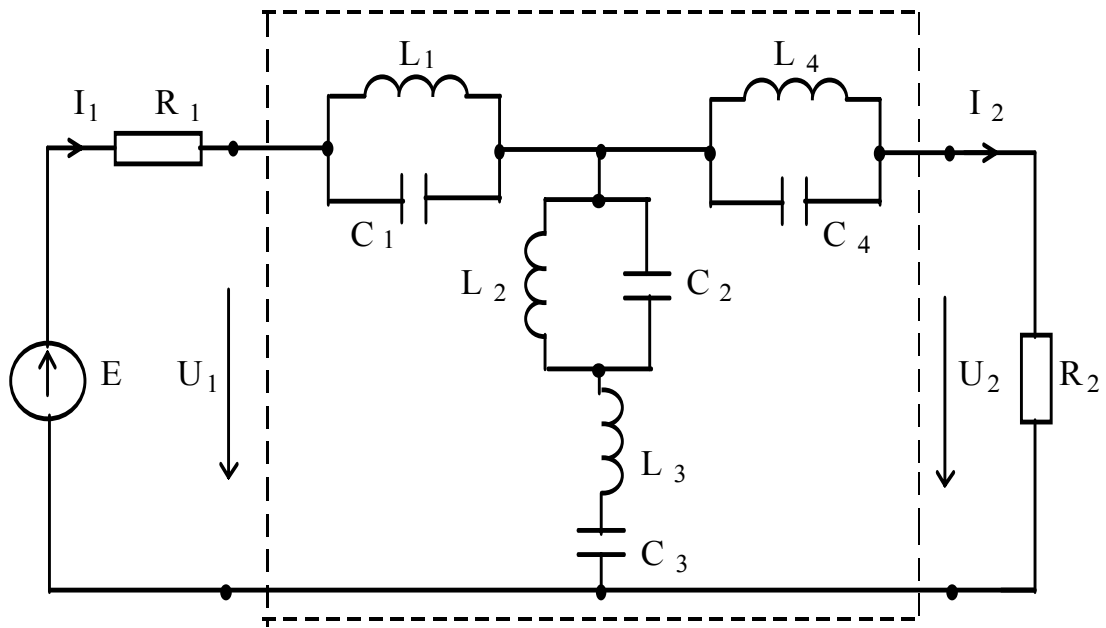


Рис. 23

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 23:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1,1395; \quad L_{2H} = 0,0669; \quad L_{3H} = 0,92217; \quad L_{4H} = 1,1395; \\ C_{1H} = 0,877578; \quad C_{2H} = 14,94768; \quad C_{3H} = 1,0844; \quad C_{4H} = 0,877578.$$

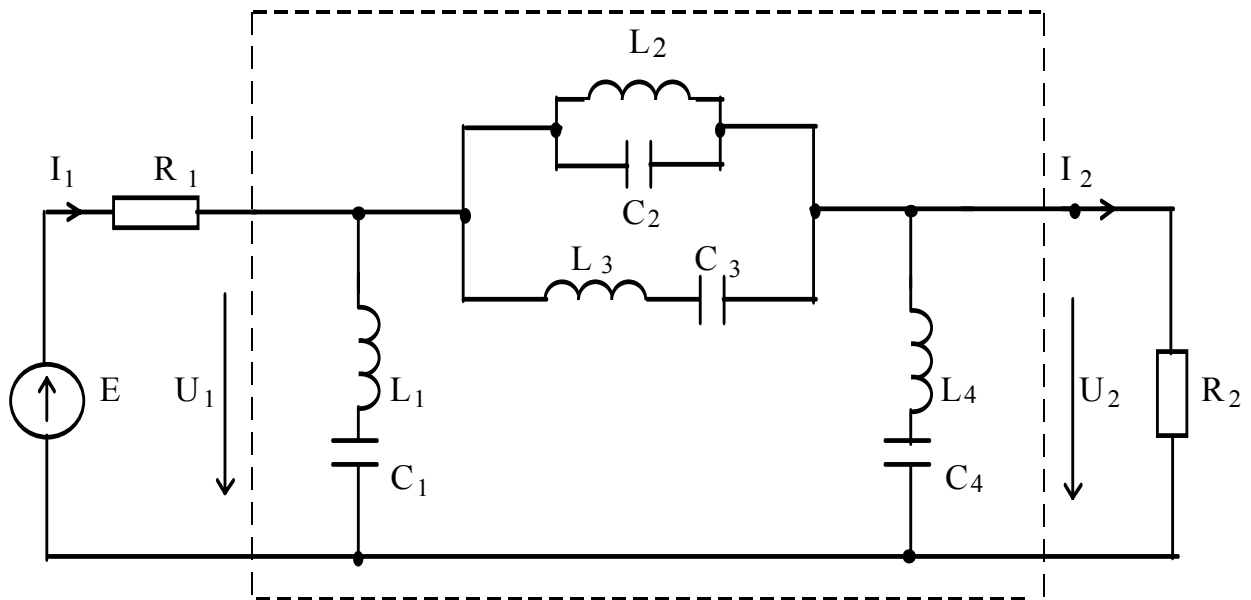


Рис. 24

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 24:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 0,877578; \quad L_{2H} = 1,0844; \quad L_{3H} = 14,94768; \quad L_{4H} = 0,877578;$$

$$C_{1H}=1,1395; \quad C_{2H}=0,92217; \quad C_{3H}=0,0669; \quad C_{4H}=1,1395.$$

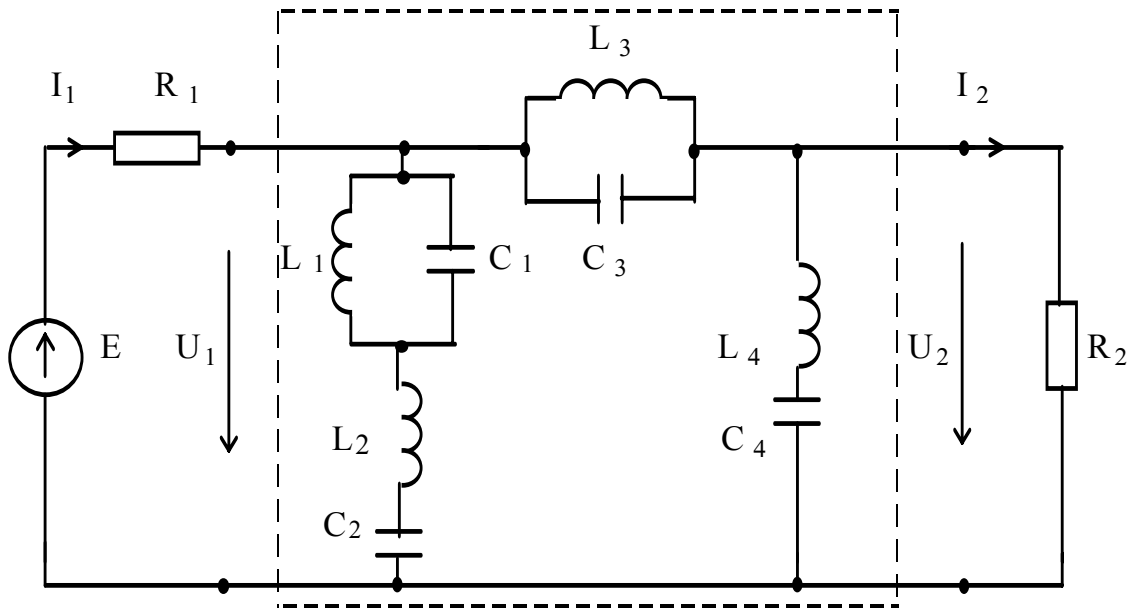


Рис. 25

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 25:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H}=1,104915; \quad L_{2H}=1,694915; \quad L_{3H}=1,59; \quad L_{4H}=1; \\ C_{1H}=0,90505; \quad C_{2H}=0,59; \quad C_{3H}=0,628931; \quad C_{4H}=1.$$

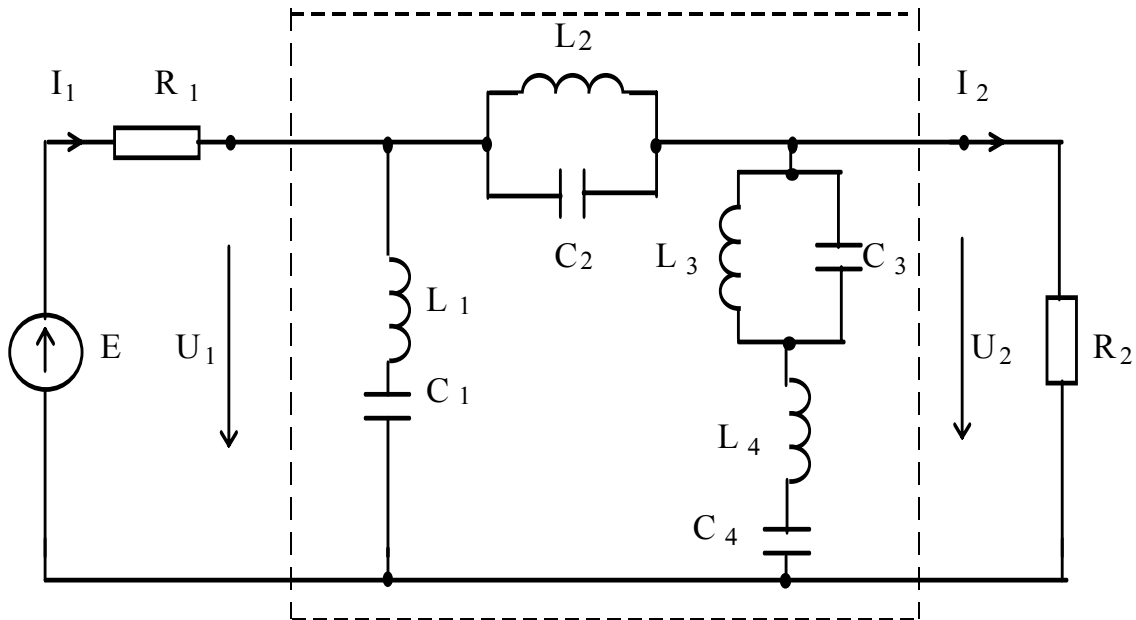


Рис. 26

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 26:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1; \quad L_{2H} = 1,59; \quad L_{3H} = 1,104915; \quad L_{4H} = 1,694915;$$

$$C_{1H} = 1; \quad C_{2H} = 0,628931; \quad C_{3H} = 0,90505; \quad C_{4H} = 0,59.$$

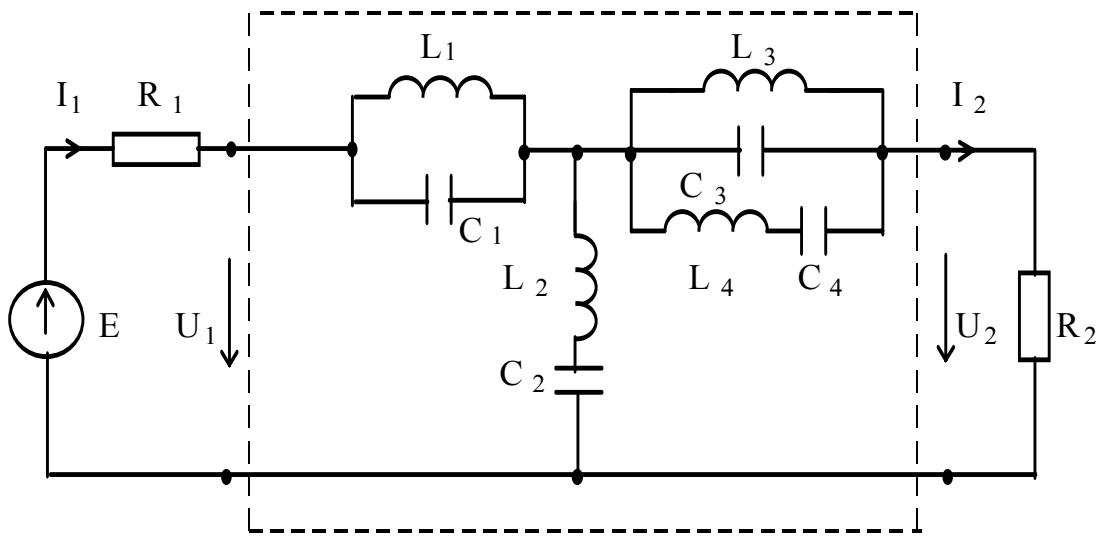


Рис. 27

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 27:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 1; \quad L_{2H} = 0,6289308; \quad L_{3H} = 0,59; \quad L_{4H} = 0,90505;$$

$$C_{1H} = 1; \quad C_{2H} = 1,59; \quad C_{3H} = 1,694915; \quad C_{4H} = 1,104915.$$

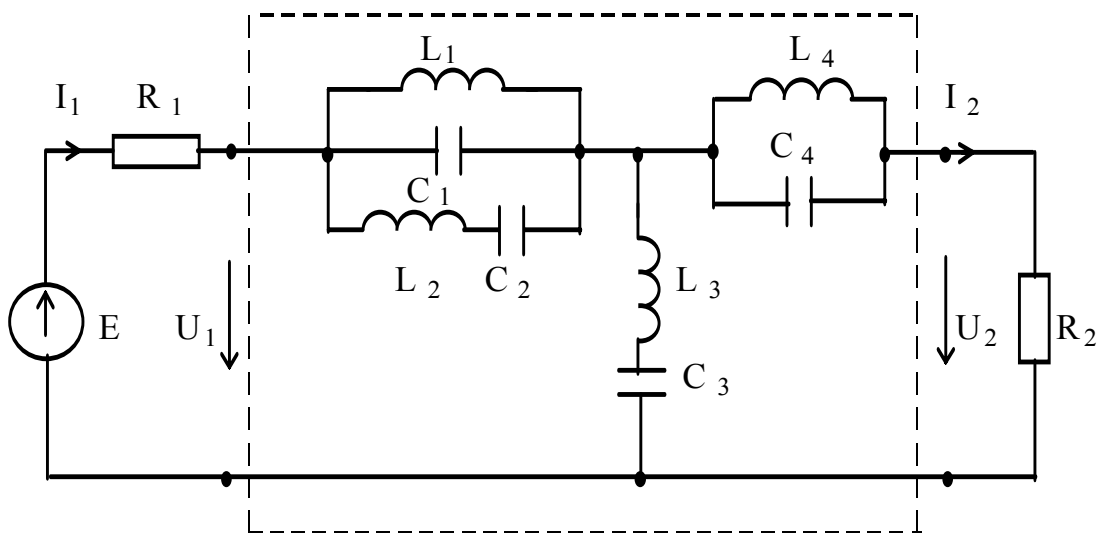


Рис. 28

Нормированные параметры элементов в схеме рис. 28:

$$R_{1H} = R_{2H} = 1; \quad L_{1H} = 0,59; \quad L_{2H} = 0,90505; \quad L_{3H} = 0,6289308; \quad L_{4H} = 1;$$

$$C_{1H} = 1,694915; \quad C_{2H} = 1,104915; \quad C_{3H} = 1,59; \quad C_{4H} = 1.$$

3. Краткие теоретические сведения и рекомендации по выполнению курсовой работы

Краткие теоретические сведения к курсовой работе и рекомендации по её выполнению изложены в последовательности, соответствующей программе (стр.4). При выполнении курсовой работы все рекомендации следует рассматривать как минимум выполняемых процедур.

3.1. Определение матриц четырехполюсников

Для представления четырехполюсников широко используются их эквивалентные схемы. В качестве математической модели их представления удобно использовать ту или иную матрицу четырехполюсника. В практике чаще всего используются матрицы $|Z|$, $|Y|$, $|H|$, $|A|$:

$$|Z| = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}, \quad |Y| = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}, \quad (2)$$

$$|H| = \begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{vmatrix}, \quad |A| = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Элементы матриц четырехполюсников входят в соответствующие уравнения его состояния, устанавливающих связи изображений по Лапласу первичных I_1 , U_1 и вторичных I_2 , U_2 токов и напряжений при нулевых начальных условиях (рис.29).

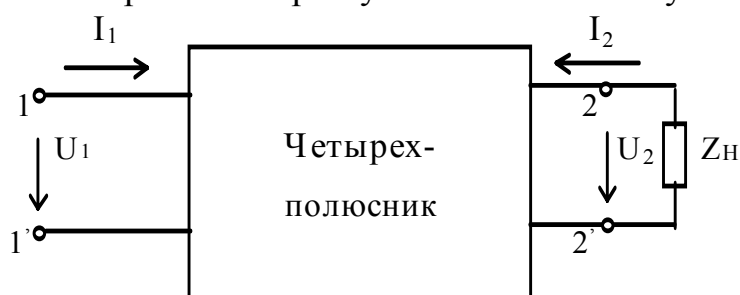


Рис.29

$$\begin{aligned} U_1(p) &= Z_{11}(p) \cdot I_1(p) + Z_{12}(p) \cdot I_2(p) \\ U_2(p) &= Z_{21}(p) \cdot I_1(p) + Z_{22}(p) \cdot I_2(p) \end{aligned} \quad \text{– форма } Z, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_1(p) &= Y_{11}(p) \cdot U_1(p) - Y_{12}(p) \cdot U_2(p) \\ I_2(p) &= -Y_{21}(p) \cdot U_1(p) + Y_{22}(p) \cdot U_2(p) \end{aligned} \quad \text{– форма } Y, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U_1(p) &= H_{11}(p) \cdot I_1(p) + H_{12}(p) \cdot U_2(p) \\ I_2(p) &= -H_{21}(p) \cdot I_1(p) + H_{22}(p) \cdot U_2(p) \end{aligned} \quad \text{– форма } H, \quad (6)$$

$$U_1(p) = A(p) \cdot U_2(p) - B(p) \cdot I_2(p) \quad \text{– форма } A. \quad (7)$$

$$I_1(p) = C(p) \cdot U_2(p) - D(p) \cdot I_2(p)$$

Представленным формам соответствуют направления токов и напряжений схемы рис. 29, и это условие следует постоянно иметь в виду.

Если изменить направление тока I_2 в схеме рис. 29, то уравнения в форме А принимают вид:

$$\begin{aligned} U_1(p) &= A(p) \cdot U_2(p) + B(p) \cdot I_2(p) \\ I_1(p) &= C(p) \cdot U_2(p) + D(p) \cdot I_2(p) \end{aligned} \quad \text{– форма А.} \quad (8)$$

Уравнения состояния позволяют вскрыть содержательный смысл элементов матриц четырехполюсников. Для этого необходимо выбрать ту форму, в которую входят элементы определяемой матрицы. Так, при определении матрицы $|A|$ следует воспользоваться уравнениями (8) в форме А.

Положив $I_2=0$ (это случай, когда к вторичным зажимам четырехполюсника ничего не подключается, получивший название режима холостого хода), из первого и второго уравнений системы (8) с учетом, что $I_2(p)=0$, получим:

$$A(p) = U_1(p) / U_2(p), \quad C(p) = I_1(p) / U_2(p). \quad (9)$$

Из (9) следует, что элемент $A(p)$ матрицы $|A|$ представляет собой операторную функцию четырехполюсника, описывающую отношение $U_1(p)$ к $U_2(p)$, а элемент $C(p)$ - функцию, описывающую отношение $I_1(p)$ к $U_2(p)$ в режиме холостого хода.

Положив $U_2=0$ (это случай, когда вторичные зажимы четырехполюсника замкнуты, получивший название режима короткого замыкания), из первого и второго уравнения системы (8) получим:

$$B(p) = U_1(p) / I_2(p), \quad D(p) = I_1(p) / I_2(p). \quad (10)$$

Из (10) следует, что элемент $B(p)$ матрицы $|A|$ представляет собой операторную функцию четырехполюсника, описывающую отношение $U_1(p)$ к $I_2(p)$, а элемент $D(p)$ - функцию, описывающую отношение $I_1(p)$ к $I_2(p)$ в режиме короткого замыкания.

Из вышеизложенного следует, что элементы матриц четырехполюсников представляют собой те или иные операторные передаточные функции. Следовательно, их определение должно базироваться на алгоритмах определения передаточных функций электрических цепей. В том случае, если известна эквивалентная схема четырехполюсника, ту или иную его передаточную функцию рационально определять по следующему алгоритму:

- осуществляется переход к эквивалентной операторной схеме при нулевых начальных условиях (токи катушек индуктивностей и напряжения на конденсаторах равны нулю в момент подключения к четырехполюснику возмущения);
- формируются независимые контуры со своими контурными токами; причем так, чтобы I_1 , U_2 , I_2 , были бы связаны лишь с одним из контурных токов;

- составляются операторные уравнения состояния четырехполюсника на основе второго закона Кирхгофа в операторной форме с учетом понятия контурного тока;
- к уравнениям состояния добавляется уравнение связи U_2 (или I_2) с контурным током;
- из полученных уравнений исключаются все реакции, кроме тех, которые входят в состав искомой передаточной функции;
- после исключения реакций, не связанных с искомой передаточной функцией, из остающегося единственного уравнения и определяется требуемая функция как отношение изображений по Лапласу двух величин.

Из установленного содержательного смысла элементов матрицы $|A|$ четырехполюсника следует алгоритм её определения:

1. В режиме холостого хода и при направлениях первичных и вторичных токов и напряжений, соответствующих схеме рис. 30, определяются функции $A(p) = U_1(p) / U_2(p)$ и $C(p) = I_1(p) / U_2(p)$.

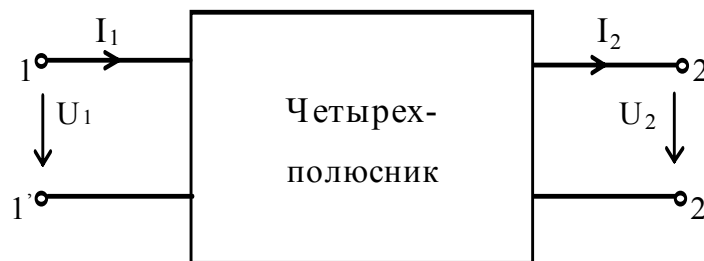


Рис.30

2. В режиме короткого замыкания и при направлениях первичных и вторичных токов и напряжений, соответствующих схеме рис. 31, определяются функции $B(p) = U_1(p) / I_2(p)$ и $D(p) = I_1(p) / I_2(p)$.

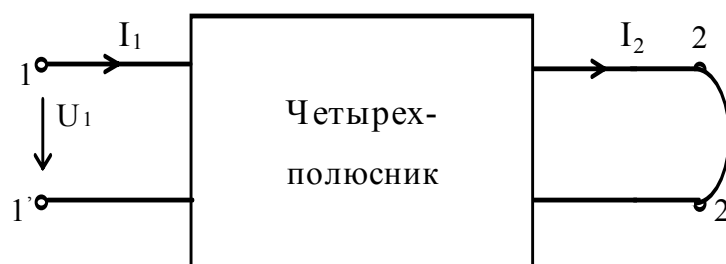


Рис. 31

Если четырехполюсник симметричный, то $A(p) = D(p)$.

$$U \text{ пассивного четырехполюсника } A \cdot D - B \cdot C = 1. \quad (11)$$

Соотношение (11) можно использовать для проверки правильности определения элементов матрицы $|A|$.

Если поменять местами первичные и вторичные зажимы исходного четырехполюсника, то матрицу $|A|$ этого “перевернутого” четырехполюсника можно получить, если поменять местами элементы $A(p)$ и $D(p)$ в матрице $|A|$ исходного.

Ниже приводится пример определения матрицы $|A|$ четырехполюсника, схема которого представлена на рис. 32.

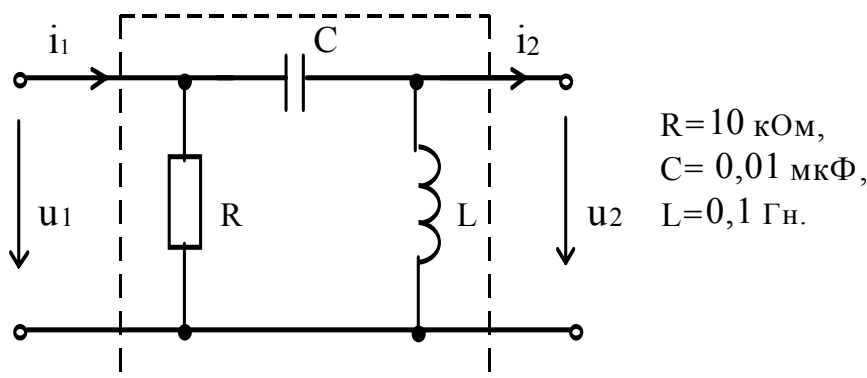


Рис. 32

Как бы ни была сформулирована задача анализа электрической цепи, в состав которой входит четырехполюсник, удобно его матрицу иметь в общем виде: ее элементы представляются функциями, в состав которых входят обозначения элементов, а не численные значения их параметров. Однако процедура определения такой матрицы усложняется с ростом порядка четырехполюсника, т.е. с ростом независимых реактивных элементов (катушек индуктивностей и конденсаторов). Если их количество не превосходит трех-четыре, то матрицу такого четырехполюсника можно определить, не “разбивая” его на элементарные (меньшего порядка).

Если порядок четырехполюсника выше третьего, то часто удобно его рассматривать как “n” каскадно соединенных “элементарных” четырехполюсников. В этом случае вначале определяются в общем виде матрицы $|A|$ элементарных четырехполюсников, в которые затем подставляются численные значения элементов, а затем, путем их умножения, определяют матрицу $|A|$ исходного четырехполюсника:

$$|A| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \dots \cdot |A_n|, \quad (12)$$

где $|A_1|, |A_2|, \dots, |A_n|$ - соответственно матрицы первого слева, второго и т.д. “элементарных” четырехполюсников.

Элементы $A=U_1/U_2$ и $C=I_1/I_2$ определим из режима холостого хода. Поставим в соответствие этому режиму операторную схему рис. 33, сформируем независимые контуры с контурными токами I_1 и I_3 , которые отвечают требованиям алгоритма определения передаточных функций. I_1, I_2, U_2 связаны лишь с одним из контурных токов. Действительно: $I_1=I_1, I_2=0, U_2=I_3 \cdot PL$.

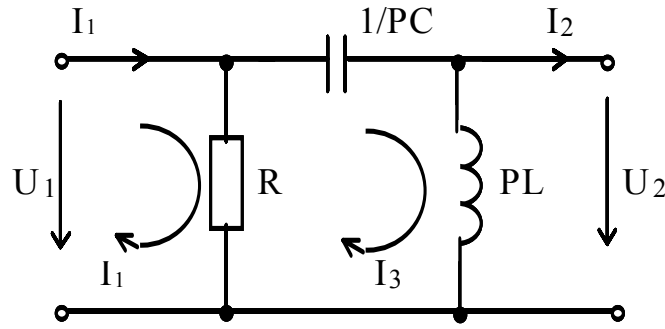


Рис. 33

Составим уравнения состояния в операторной форме по второму закону Кирхгофа для контурных токов.

1. $U_1 = I_1 \cdot R - I_3 \cdot R$. Уравнения состояния на основе ВЗК
2. $0 = I_3 (R + 1/PC + PL) - I_1 \cdot R$. в операторной форме. (13)
3. $U_2 = I_3 \cdot PL$. Уравнение связи U_2 с контурным током.

Т.к. элемент $A = U_1/U_2$, то для его определения в (13) необходимо исключить все реакции, за исключением U_1 и U_2 , т.е. необходимо исключить I_3 и I_1 .

Из 3-го уравнения $I_3 = U_2/PL$. Введем I_3 в первое и второе уравнения системы (13):

$$1. \quad U_1 = I_1 \cdot R - U_2 \cdot R/PL \quad 2. \quad 0 = U_2((P^2LC + PCR + 1)/P^2LC) - I_1 R \quad (14)$$

Из второго уравнения системы (14) определим I_1 :

$$I_1 = U_2(P^2LC + PCR + 1)/P^2LCR.$$

Введем I_1 в первое уравнение системы (14):

$$U_1 = U_2 \left(\frac{P^2LC + PCR + 1}{P^2LC} - \frac{R}{PL} \right) = U_2 \left(\frac{P^2LC + 1}{P^2LC} \right) \quad (15)$$

Из (15) следует, что $A(p) = U_1(p)/U_2(p) = (P^2LC + 1)/P^2LC$. (16)

Т.к. $C = I_1/U_2$, то для его определения в (13) необходимо исключить I_3 и U_2 , оставив I_1 и U_2 . В (14) ток I_3 исключен, а из второго уравнения этой системы следует:

$$C(p) = I_1(p)/U_2(p) = (P^2LC + PCR + 1)/P^2LCR \quad (17)$$

Элементы $B = U_2/I_2$ и $D = I_1/I_2$ определяются из режима короткого замыкания. Этому режиму соответствует операторная схема, представленная на рис. 34. Контурные контурными токами выбраны так, что I_1 , I_2 и U_2 связаны лишь с одним из контурных токов: $I_1 = I_1$; $I_2 = I_2$; $U_2 = 0$.

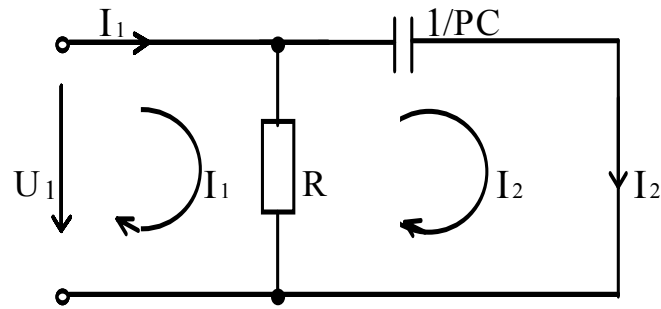


Рис. 34.

Уравнения состояния схемы рис. 34:

$$1. \quad U_1 = I_1 \cdot R - I_2 \cdot R; \quad 2. \quad 0 = I_2(R + 1/PC) - I_1 \cdot R; \quad 3. \quad I_2 = I_2. \quad (18)$$

Элемент $D(p)$ можно определить из второго уравнения системы (18):

$$D(p) = (PCR + 1) / PCR. \quad (19)$$

Т.к. $B = U_1 / I_2$, то для его определения исключим из (18) ток I_1 . Из второго уравнения следует, что $I_1 = I_2(PCR + 1) / PCR$. Введем I_1 в первое уравнение:

$$U_1 = I_2 \left(\frac{PCR + 1}{PCR} \cdot R - R \right) = I_2 / PC. \quad (20)$$

Из (20) следует, что $B(p) = U_1(p) / I_2(p) = 1 / PC. \quad (21)$

Проверим правильность определения элементов матрицы $|A|$: $A \cdot D - B \cdot C = 1$.

$$\begin{aligned} & \frac{P^2 LC + 1}{P^2 LC} \cdot \frac{PCR + 1}{PCR} - \frac{1}{PC} \cdot \frac{P^2 LC + PCR + 1}{P^2 LCR} = \\ & = \frac{P^3 LC^2 R + P^2 LC + PCR + 1 - P^2 LC - PCR - 1}{P^3 LC^2 R} = 1. \end{aligned}$$

Итак, матрица $|A|$ четырехполюсника имеет вид:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{P^2 LC + 1}{P^2 LC} & \frac{1}{PC} \\ \frac{P^2 LC + PCR + 1}{P^2 LCR} & \frac{PCR + 1}{PCR} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{10^{-9} P^2 + 1}{10^{-9} P^2} & \frac{1}{10^{-8} P} \\ \frac{10^{-9} P^2 + 10^{-4} P + 1}{10^{-5} P^2} & \frac{10^{-4} P + 1}{10^{-4} P} \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Важно: элементы матриц следует представлять как отношение двух полиномов.

3.2. Определение передаточных функций нагруженных четырехполюсников, их нормирование

На рис.35 представлена схема широко распространенной в практике электрической цепи.



Рис. 35

Она содержит четырехполюсник, к первичным зажимам которого через двухполюсник Z_1 подключается источник э.д.с. $e(t)$, а к вторичным - двухполюсник Z_2 . Одним из важных частных случаев является работа этой электрической цепи в установившемся режиме, когда э.д.с. источника содержит широкий спектр частот. В связи с этим большой практический интерес представляют характеры изменения действующих значений и начальных фаз напряжений $u_1(t)$ и $u_2(t)$, токов $i_1(t)$ и $i_2(t)$ при изменении частоты, начальной фазы и действующего значения э.д.с. $e(t)$ источника. Их можно получить, если воспользоваться соответствующими комплексными передаточными функциями цепи, модуль каждой из которых устанавливает связь между действующим значением реакции и действующим значением возмущения при различных частотах, а аргумент - связь между их начальными фазами. Так, если в качестве реакции рассматривать напряжение $u_2(t)$, а в качестве возмущения - э.д.с. $e(t)$, то

$$U_2(\omega) = E(\omega) \cdot |H(j\omega)|, \quad \varphi_2(\omega) = \varphi_1(\omega) + \arg H(j\omega), \quad (23)$$

где $U_2(\omega)$, $\varphi_2(\omega)$ - соответственно действующее значение и начальная фаза напряжения

$U_2(t)$ на частоте ω ;

$E(\omega)$, $\varphi_1(\omega)$ - соответственно действующее значение и начальная фаза э.д.с. $e(t)$ на частоте ω ;

$|H(j\omega)|$, $\arg H(j\omega)$ - соответственно значения модуля и аргумента комплексной функции $H(j\omega) = U_2(j\omega)/E(j\omega)$ на частоте ω .

Чтобы получить модуль и аргумент (а также вещественную и мнимую части) комплексной функции, необходимо вначале получить соответствующую выбранной реакции операторную передаточную функцию в общем виде. В случае, представленном на рис. 35, это удобно сделать, если вначале определить матрицу $|A|$ четырехполюсника, а затем воспользоваться соотношениями:

1. $U_1 = A \cdot U_2 + B \cdot I_2$, Уравнения состояния
2. $I_1 = C \cdot U_2 + D \cdot I_2$, четырехполюсника в форме А. (24)
3. $E = I_1 \cdot Z_1 + U_1$, Второй закон Кирхгофа.
4. $I_2 = U_2 / Z_2$, Закон Ома в операторной форме.

- где U_1, I_1, U_2, I_2 - соответственно изображения по Лапласу первичных и вторичных напряжений и токов четырехполюсника,
 Z_1, Z_2 - операторные функции входных сопротивлений двухполюсников,
 A, B, C, D - элементы матрицы $|A|$ четырехполюсника,
 E - изображение по Лапласу э.д.с. источника.

Исключая в (24) все реакции, за исключением выбранной, можно получить искомую передаточную функцию цепи, представляемую через A, B, C, D, Z_1 и Z_2 .

Затем, подставив конкретные операторные функции A, B, C, D, Z_1 и Z_2 , её можно, а главное, нужно привести к виду отношения двух полиномов.

Полученную в виде отношения двух полиномов передаточную функцию обычно нормируют для того, чтобы обеспечить удобство анализа зависимостей от частоты действующих значений и начальных фаз выбранной реакции.

Ниже приводится пример определения операторной и комплексной функций нагруженного четырехполюсника и их нормирования. Положим, что в цепи рис.35 используется четырехполюсник, схема которого представлена на рис.33, а $Z_1=Z_2=R_1=1000$ Ом. Матрица $|A|$ четырехполюсника известна и представлена матрицей (22). В схеме рис.35 реакцией будем считать ток $i_2(t)$, возмущением э.д.с. $e(t)$. Следовательно, необходимо определить операторную функцию $H(p)=I_2(p)/E(p)$. В системе (24) исключим U_1, I_1, U_2 , а оставим I_2 и E , т.е. реакцию и возмущение.

Из четвертого уравнения: $U_2= I_2 \cdot Z_2$. Подставим U_2 в первое и второе уравнения. Получим систему из трёх уравнений:

$$1. \quad U_1=A \cdot I_2 \cdot Z_2+B \cdot I_2, \quad 2. \quad I_1= C \cdot I_2 \cdot Z_2+D \cdot I_2, \quad 3. \quad E = I_1 \cdot Z_1+U_1. \quad (25)$$

Из третьего уравнения системы (25): $U_1= E - I_1 \cdot Z_1$.

Подставим U_1 в первое уравнение системы (25) (т.е. исключим U_1):

$$1. \quad E-I_1 \cdot Z_1=I_2(A \cdot Z_2+B), \quad 2. \quad I_1=I_2(C \cdot Z_2+D). \quad (26)$$

Исключим I_1 путем его подстановки в первое уравнение:

$$E - I_2 \cdot Z_1(C \cdot Z_2+D)=I_2(A \cdot Z_2+B), \text{ или } E= I_2\{Z_1(C \cdot Z_2+D)+ A \cdot Z_2+B\}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что искомая функция

$$H(p) = \frac{I_2(p)}{E(p)} = \frac{1}{Z_1(C \cdot Z_2 + D) + A \cdot Z_2 + B}. \quad (28)$$

Подставим в (28) значения элементов A, B, C, D, Z_1 и Z_2 :

$$H(p) = \frac{1}{10^3 \left(\frac{10^{-9} p^2 + 10^{-4} p + 1}{10^{-5} p^2} 10^3 + \frac{10^{-4} p + 1}{10^{-4} p} \right) + \frac{10^{-9} p^2 + 1}{10^{-9} p^2} 10^3 + \frac{1}{10^{-8} p}}. \quad (29)$$

Представим правую часть (29) в виде отношения двух полиномов:

$$H(p) = \frac{10^{-5} p^2}{(10^{-3} p^2 + 10^2 p + 10^6 + 10^{-2} p^2 + 10^2 p) + (10^{-2} p^2 + 10^7) + 10^3 p} = \frac{10^{-5} p^2}{2,1 \cdot 10^{-2} p^2 + 12 \cdot 10^2 p + 11 \cdot 10^6}. \quad (30)$$

Итак: выражение (30) представляет собой искомую операторную функцию цепи. Произведем её нормирование.

- Т.к. свободный член полинома знаменателя не равен 1, разделим полиномы числителя и знаменателя на этот свободный член, т.е. на $11 \cdot 10^6$.

$$H(p) = \frac{10^{-5} p^2 / (11 \cdot 10^6)}{(0,191 \cdot 10^{-8} p^2 + 1,091 \cdot 10^{-4} p + 1)} = \frac{0,09091 \cdot 10^{-11} p^2}{0,191 \cdot 10^{-8} p^2 + 1,091 \cdot 10^{-4} p + 1}.$$

- Введем новую переменную согласно равенства:

$$P = K \cdot S, \quad \text{где} \quad K = 1 / \sqrt[n]{a_n}, \quad (31)$$

n - степень полинома знаменателя, a_n - коэффициент при его старшей степени.

$$K = 1 / \sqrt{0,191 \cdot 10^{-8}} = 10^4 / \sqrt{0,191} = 2,288 \cdot 10^4. \quad p = 2,288 \cdot 10^4 S.$$

$$H(s) = \frac{0,09091 \cdot 10^{-11} (2,288 \cdot 10^4)^2 S^2}{0,191 \cdot 10^{-8} (2,288 \cdot 10^4)^2 S^2 + 1,091 \cdot 10^{-4} \cdot 2,288 \cdot 10^4 S + 1} = \frac{10^{-3} \cdot 0,4759 \cdot S^2}{S^2 + 2,496 \cdot S + 1}.$$

- Вынесем коэффициент при старшей степени полинома числителя за скобки:

$$H(S) = 4,759 \cdot 10^{-4} \frac{S^2}{S^2 + 2,496 \cdot S + 1} = N \cdot H_H(S), \quad (32)$$

где $N = 4,759 \cdot 10^{-4}$ - коэффициент уровня функции;

$$H_H(S) = \frac{S^2}{S^2 + 2,496 \cdot S + 1} \quad - \text{нормированная операторная функция.}$$

Определим нормированную комплексную функцию $H(j\xi) = I_2(j\xi) / E(j\xi)$ и её составляющие. Для этого заменим в нормированной операторной функции переменную S на $j\xi$:

$$H_H(j\xi) = \frac{-\xi^2}{-\xi^2 + j 2,496 \xi + 1} = \frac{-\xi^2}{(1 - \xi^2) + j 2,496 \xi}.$$

Определим вещественную $P(\xi)$ и мнимую $Q(\xi)$ составляющие комплексной функции:

$$H_H(j\xi) = \frac{-\xi^2[(1-\xi^2) - j \cdot 2,496 \cdot \xi]}{[(1-\xi^2) + j \cdot 2,496 \cdot \xi][(1-\xi^2) - j \cdot 2,496 \cdot \xi]} =$$

$$= \frac{\xi^4 - \xi^2}{(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2} + j \frac{2,496 \cdot \xi^3}{(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2}. \quad (33)$$

Из (33) следует, что

$$P_H(\xi) = [\xi^2(\xi^2 - 1)] / [(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2], \quad (34)$$

$$Q_H(\xi) = (2,496 \cdot \xi)^3 / [(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2]. \quad (35)$$

Определим модуль $|H_H(j\xi)|$ и аргумент $\varphi_H(\xi)$ функции $H_H(j\xi)$:

$$|H_H(j\xi)| = \sqrt{P_H^2(\xi) + Q_H^2(\xi)} = \sqrt{\xi^4(\xi^2 - 1)^2 + (2,496 \cdot \xi^3)^2} / [(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2] =$$

$$= \xi^2 \sqrt{(\xi^2 - 1)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2} / [(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2] =$$

$$= \xi^2 / \sqrt{(1-\xi^2)^2 + (2,496 \cdot \xi)^2}. \quad (36)$$

$$\varphi_H(\xi) = \operatorname{arctg} \frac{Q_H(\xi)}{P_H(\xi)} = \operatorname{arctg} \left(\frac{2,496 \cdot \xi}{\xi^2 - 1} \right). \quad (37)$$

3.3. Машинный анализ частотных характеристик электрических цепей

К частотным характеристикам электрической цепи относят вещественную (ВЧХ), мнимую (МЧХ), амплитудную (АЧХ) и фазовую (ФЧХ) частотные характеристики, чаще всего обозначаемые соответственно $P(\omega)$, $Q(\omega)$, $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$.

Аналитическое представление ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ цепи сводится к определению соответственно вещественной части, мнимой части, модуля и аргумента её комплексной функции.

В связи с этим анализ частотных характеристик электрической цепи означает вычисление значений составляющих её комплексной функции на различных частотах. Чаще всего при анализе используются нормированные функции, т.к. в этом случае есть возможность на первом этапе анализа оговорить диапазоны изменения нормированной переменной ξ ($4 \geq \xi \geq 0,05$) и шаг $\Delta \xi$ её изменения, который целесообразно на первом этапе анализа выбирать переменным:

$$\Delta \xi_{i+1} = 0,05 \xi_i. \quad (38)$$

С учетом (38) каждое последующее значение переменной

$$\xi_{i+1} = \xi_i + 0,05 \xi_i = 1,05 \xi_i, \quad (39)$$

где ξ_i - предшествующее значение переменной ξ .

Реальная частота ω связана с нормированной частотой соотношением, вытекающим из (31), где $P=j\omega$, $S=j\xi$:

$$j\omega=Kj\xi, \quad \omega=K\xi, \quad f=K\xi / 6,28, \quad (40)$$

где K - коэффициент, вычисляемый по (31) при нормировании функции.

Реальные значения ВЧХ, МЧХ, АЧХ, ФЧХ т.е. $P(\omega_i)$, $Q(\omega_i)$, $A(\omega_i)$, $\varphi(\omega_i)$ связаны с соответствующими функциями, как это следует из (32), соотношениями:

$$A(\omega_i)=N \cdot A(\xi_i), \quad P(\omega_i)=N \cdot P(\xi_i), \quad Q(\omega_i)=N \cdot Q(\xi_i), \quad \varphi(\omega_i)=\varphi(\xi_i), \quad (41)$$

где $\omega_i=K \cdot \xi_i$, N - коэффициент уровня, определяемый при нормировании.

Программа машинного анализа составляющих нормированной функции $H_H(j\xi)$ должна обеспечить:

- возможность ввода минимального и максимального значения переменной ξ ;
- возможность ввода коэффициентов K и N (см. соотношения (40) и (41));
- вычисление текущего значения нормированной переменной ξ_{i+1} ;
- вычисление значений нормированных составляющих $P(\xi)$ и $Q(\xi)$, а затем $|H(j\xi)|$ и $\varphi(\xi)$ по соотношениям $|H(j\xi)| = \sqrt{P^2(\xi) + Q^2(\xi)}$, $\varphi(\xi)=\text{arctg}(Q(\xi)/P(\xi))$ с последующей коррекцией $\varphi(\xi)$;
- денормирование нормированной переменной (соотношения (40)) и её представление в декадах;
- вычисление реальных значений $|H(j\xi)|$ и $\varphi(\xi)$ и представление их соответственно в децибелах и градусах;
- вывод на печать значений нормированной частоты ξ , реальной (денормированной) частоты ω в декадах, вещественной $P(\xi)$ и мнимой $Q(\xi)$ частей функции, денормированного модуля $|H(j\xi)|$ в децибелах и скорректированного аргумента $\varphi(\xi)$ в градусах.

Выразить модуль $|H(j\xi)|$ в децибелах, значит взять 20 десятичных логарифмов от его значения. Выразить частоту ω в декадах значит взять десятичный логарифм от её значения.

Программа анализа составляющих нормированной функции $Z_H(j\xi)$ должна обеспечить:

- возможность ввода минимального и максимального значений переменной ξ ;
- вычисление вещественной $P(\xi)$ и мнимой $Q(\xi)$ составляющих нормированной функции $Z_H(j\xi)$ по соответствующим соотношениям;
- вычисление модуля $|Z_H(j\xi)| = \sqrt{P^2(\xi) + Q^2(\xi)}$ и аргумента $\varphi(\xi)=\text{arctg}(Q(\xi)/P(\xi))$ комплексной функции $Z_H(j\xi)$;
- вывод на печать значений нормированной частоты ξ , модуля $|Z(j\xi)|$ и аргумента $\varphi(\xi)$.

3.4. Чувствительности операторных и комплексных функций

электрических цепей

Если в качестве характеристики цепи выбрана какая-либо ее операторная функция $H(p)$, а в качестве X - какой-либо ее элемент, то чувствительность операторной функции цепи определяется следующим образом:

$$S_X^{H(p)} = \frac{X}{H(p)} \cdot \frac{\partial H(p)}{\partial X}, \quad (42)$$

где X - номинальное значение параметра элемента X ;

$H(p)$ - операторная функция при номинальных значениях параметров всех элементов реализации;

$\partial H(p) / \partial X$ - частная производная операторной функции.

Если функция $H(p)$ представлена в виде отношения двух полиномов, что всегда имеет место в линейных электрических цепях, т.е. если

$$H(p) = A(p) / B(p), \text{ то } S_X^{H(p)} = X \cdot [A'(p) / A(p) - B'(p) / B(p)], \quad (43)$$

где $A'(p) = \partial A(p) / \partial X$, $B'(p) = \partial B(p) / \partial X$ - частные производные полиномов $A(p)$ и $B(p)$ по X при номинальных параметрах всех остальных элементов реализации.

Очевидно, что $S_X^{H(p)}$ может быть определена, если функция $H(p)$ представлена в общем виде, когда коэффициенты полиномов $A(p)$ и $B(p)$ - функции параметров элементов реализации.

Если в функции $H(p)$ заменить p на $j\omega$ и, тем самым, перейти к комплексной функции цепи, представив ее в показательной форме, т.е. в виде

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot e^{j\psi(\omega)}, \text{ то } S_X^{H(j\omega)} = S_X^{|H(j\omega)|} + j\psi(\omega) \cdot S_X^{\psi(\omega)}, \quad (44)$$

где $|H(j\omega)|$ - модуль комплексной функции $H(j\omega)$;

$\psi(\omega)$ - аргумент функции $H(j\omega)$ при номинальных параметрах всех элементов;

$S_X^{|H(j\omega)|}$ - чувствительность модуля, а $S_X^{\psi(\omega)}$ - чувствительность аргумента к изменению параметра элемента X схемной реализации.

Из (44) следует, что чувствительность комплексной функции цепи является комплексной функцией. При этом ее вещественная часть представляет собой чувствительность модуля комплексной функции, а мнимая - чувствительность аргумента, умноженную на номинальное значение аргумента. Так как модуль комплексной функции цепи является аналитическим представлением ее амплитудной частотной характеристики (АЧХ), а аргумент - фазовой частотной характеристики (ФЧХ), то вещественная часть чувствительности комплексной функции цепи является чувствительностью АЧХ, а ее мнимая часть - чувствительностью ФЧХ, умноженной на номинальное значение ФЧХ. Анализ чувствительностей операторных и комплексных функций электрических цепей легко распространить на случай, когда определяется влияние на функцию более, чем одного параметра. В этом случае

$$S_{X_1, X_2 \dots X_n}^{H(j\omega)} = \sum_{i=1}^n S_{X_i}^{H(j\omega)} = \sum_{i=1}^n S_{X_i}^{|H(j\omega)|} + j\psi(\omega) \cdot \sum_{i=1}^n S_{X_i}^{\psi(\omega)}. \quad (45)$$

Ниже приводится пример анализа чувствительностей элемента “С” матрицы $|A|$, представленной соотношениями (22).

$$C(P) = A(P)/B(P) = (P^2LC + PCR + 1)/(P^2LCR) = (10^{-9}P^2 + 10^{-4}P + 1)/(10^{-5}P^2). \quad (46)$$

Определим чувствительности $S_L^{C(P)}$, $S_C^{C(P)}$, $S_R^{C(P)}$. Воспользуемся соотношением (43).

$$\partial A / \partial L = \partial(P^2LC + PCR + 1) / \partial L = P^2C.$$

$$\partial B / \partial L = \partial(P^2LCR) / \partial L = P^2CR.$$

$$\begin{aligned} S_L^{C(P)} &= L \left(\frac{P^2C}{P^2LC + PCR + 1} - \frac{P^2CR}{P^2LCR} \right) = \frac{P^2LC}{P^2LC + PCR + 1} - 1 = \\ &= [10^{-9}P^2 / (10^{-9}P^2 + 10^{-4}P + 1)] - 1. \end{aligned} \quad (47)$$

$$\partial A / \partial C = \partial(P^2LC + PCR + 1) / \partial C = P^2L + PR.$$

$$\partial B / \partial C = \partial(P^2LCR) / \partial C = P^2LR.$$

$$\begin{aligned} S_C^{C(P)} &= C \left(\frac{P^2L + PR}{P^2LC + PCR + 1} - \frac{P^2LR}{P^2LCR} \right) = \frac{P^2LC + PCR}{P^2LC + PCR + 1} - 1 = \\ &= [(10^{-9}P^2 + 10^{-4}P) / (10^{-9}P^2 + 10^{-4}P + 1)] - 1. \end{aligned} \quad (48)$$

$$\partial A / \partial R = \partial(P^2LC + PCR + 1) / \partial R = PC.$$

$$\partial B / \partial R = \partial(P^2LCR) / \partial R = P^2LC.$$

$$\begin{aligned} S_R^{C(P)} &= R \left(\frac{PC}{P^2LC + PCR + 1} - \frac{P^2LC}{P^2LCR} \right) = \frac{PCR}{P^2LC + PCR + 1} - 1 = \\ &= [(10^{-4}P) / (10^{-9}P^2 + 10^{-4}P + 1)] - 1. \end{aligned} \quad (49)$$

Определим чувствительности модуля и аргумента комплексной функции $C(j\omega)$, представленной соотношением (46), в котором $P=j\omega$, к изменению параметра L . Воспользуемся соотношением (44), из которого следует, что если чувствительность комплексной функции представить в алгебраической форме, то её вещественная часть будет равна чувствительности модуля, а мнимая - чувствительности аргумента, увеличенной в $\psi(\omega)$ раз. Чувствительность функции $C(j\omega)$ к изменению параметра L можно получить, если заменить P на $j\omega$ в соотношении (47).

$$S_L^{C(j\omega)} = [-10^{-9}\omega^2 / (-10^{-9}\omega^2 + j10^{-4}\omega + 1)] - 1. \quad (50)$$

Представим (50) в алгебраической форме, т.е. определим её вещественную и мнимую части. Предварительно соотношение (50) пронормируем, введя новую переменную согласно равенства $\omega = K \cdot \xi$, где $K = 1/(10^{-9})^{0,5} = 3,16228 \cdot 10^4$.

$$\begin{aligned}
 S_L^{C(j\xi)} &= \frac{-\xi^2}{(1-\xi^2) + j3,16228\xi} - 1 = \frac{-\xi^2 - 1 + \xi^2 - j3,16228\xi}{(1-\xi^2) + j3,16228\xi} = \\
 &= \frac{(-1 - j3,16228\xi)[(1-\xi^2) - j3,16228\xi]}{(1-\xi^2)^2 + (3,16228\xi)^2} = \\
 &= [(-9\xi^2 - 1) + j3,16228\xi^3] / (\xi^4 - 8\xi^2 + 1).
 \end{aligned} \tag{51}$$

Из (51) следует, что $P(\xi) = (-9\xi^2 - 1) / (\xi^4 - 8\xi^2 + 1)$, $Q(\xi) = 3,16228\xi^3 / (\xi^4 - 8\xi^2 + 1)$.
С учетом (44) можно констатировать, что

$$S_L^{|C(j\xi)|} = (-9\xi^2 - 1) / (\xi^4 - 8\xi^2 + 1), \tag{52}$$

$$S_L^{\psi(\omega)} = 3,16228\xi^3 / [(\xi^4 - 8\xi^2 + 1) \cdot \psi(\xi)]. \tag{53}$$

4. Литература

1. Мошиц Г., Хорн П. Проектирование активных фильтров. - М.: Мир, 1984.
2. Хьюлсман Л.П. Активные фильтры. - М.: Мир, 1972.
3. Справочник по расчету и проектированию ARC - схем. Под ред. А.А.Ланне. - М.: Радио и связь, 1984.
4. Е.П.Пиманов, А.Е. Пиманов. Синтез усилителей на основе операционных усилителей. Исследование чувствительностей коэффициента усиления усилителя. Исследование чувствительностей активных звеньев второго порядка. /Методические указания к лабораторным работам/. СамИИТ, 1999.

