Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)

Кафедра инженерной защиты окружающей среды

Г.К. Ивахнюк, О.В. Швецова

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

Учебное пособие
для студентов заочного отделения

Санкт-Петербург
2014 г.

ВВЕДЕНИЕ

Стратегическим ресурсом общества, занимающим ключевое место в экономике, образовании и культуре, становится информация. В частности, информация о техническом состоянии оборудования и работоспособности персонала имеет первостепенное значение для решения задач обеспечения надежности, безопасности и экономической эффективности сложных систем.

В настоящее время появляются все более сложные конструктивно и чрезвычайно опасные для обслуживающего персонала и окружающей среды системы (летательные аппараты, ядерные энергетические установки, химические комплексы и др.), таким образом, проблема надежности технических систем становится все более актуальной.

Теория надежности появилась в начале XX в. как результат научно-технического прогресса. Объектами исследования являются закономерности возникновения отказов объектов, технологические приемы восстановления их работоспособности. Рассматриваются происходящие в объектах процессы, разрабатываются методы расчета надежности технических объектов, методы прогнозирования отказов. Выбираются способы увеличения надежности при проектировании и эксплуатации объектов, а также способы сохранения надежности при эксплуатации. Определяются методы сбора, учета и анализа статистических данных, характеризующих надежность.

Математической основой теории надежности являются теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, теория случайных процессов, теория массового обслуживания, теория информации, теория планирования эксперимента и другие математические дисциплины.

В истории развития теории надежности выделяют три периода. С первой четверти до начала 60-х годов XX в. (период становления науки) надежность оценивалась по числу зафиксированных отказов. По статистике отказов входящих в систему элементов определялись значения интенсивности отказов, затем выполнялись расчеты надежности. Такой подход развивался в связи с решением проблемы надежности в радиоэлектронике и автоматике.

В 60-е годы XX в. (второй период) стали учитывать влияние функциональных связей между элементами системы, влияние на отказы эксплуатационных факторов: температуры, среды, вибраций, электрической нагрузки и пр. В результате накоплен богатый статистический материал, обобщенный теоретически.

Во второй половине 70-х годов (третий период) усилия ученых направлены на решение задач прогнозирования надежности объектов и оценки надежности сложных систем. Характерной особенностью периода стала глубина проникновения в физико-химические и статистические закономерности появления отказов в простых и сложных системах.

В современной теории надежности выделяют направления: совершенствование конструктивных и технологических методов надежности; обеспечение эксплуатационной надежности.

Нормативной основой для развития указанных направлений являются международные и государственные стандарты, стандартные методики и программы обеспечения надежности.

1 НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1 Основные понятия и определения теории надежности

1.1.1 Основные характеристики надежности объектов

Объект – техническое изделие определенного целевого назначения, рассматриваемое в периоды проектирования, производства, испытаний и эксплуатации. Понятием изделие обозначается единица продукции, выпускаемой данным предприятием.

В зависимости от условий выполняемой задачи один и тот же технический объект может называться системой или элементом.

Система – объект, в котором различаются взаимозависимые части, объединенные одной задачей. Система представляет собой совокупность элементов, связанных определенными отношениями и взаимодействующих таким образом, чтобы обеспечить выполнение системой некоторой достаточно сложной функции.

Элемент – ограниченный объект, являющийся частью другого объекта.

Связь понятий «система» и «элемент» относительна, так как любой объект может быть системой в одних условиях и элементом – в других. Например, производящий энергию объект является системой, но в объединении подобных объектов он становится элементом.

Надежность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонта, хранения и транспортирования.

При анализе надежности любого объекта необходимо четко различать все виды состояний, в которых объект может находиться.

Под **исправным состоянием** понимается такое состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации. **Неисправное состояние** – состояние, в котором, по крайней мере, одно из требований всех видов соответствующей документации не выполнено.

Пребывание в неисправном состоянии, тем не менее, вовсе не исключает возможности выполнения объектом надлежащих функций. Состояние, при котором объект способен выполнять заданные функции, сохраняя значения всех параметров в пределах нормативных требований, называют **работоспособным состоянием** (или **работоспособностью**). Очевидно, что работоспособный объект может быть неисправным, поскольку он должен удовлетворять только той части требований технической документации, которые касаются его применения по назначению.

Неработоспособность – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного заданного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической документации и (или) конструкторской (проектной) документации.

Работоспособность и неработоспособность в общем случае могут быть полными или частичными. Полностью работоспособный объект обеспечивает в определенных условиях максимальную эффективность его применения.

Еще один вид состояния объекта называется **предельным состоянием**. Это такое состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна либо восстановление его работоспособного состояния недопустимо или нецелесообразно. Эксплуатация оборудования, находящегося в предельном состоянии, должна быть прекращена вследствие неустранимого нарушения требований безопасности или неустранимого выхода параметров за установленные пределы. В этом состоянии необходим средний или капитальный ремонт с, по крайней мере, частичной заменой ее составных частей новыми. Признаки (критерии) предельного состояния должны быть обязательно установлены нормативно-технической документацией.

Нарушение работоспособности объекта называется **отказом**. Это понятие является центральным в теории надежности, поскольку возникновение отказа определяет способность объекта нормально функционировать. Причины отказа чрезвычайно многообразны и в большинстве случаев носят случайный характер, поэтому отказ в теории надежности рассматривается как случайное событие. Полностью исключить потерю работоспособности объекта, к сожалению, нельзя. Можно говорить только о мерах, направленных на снижение вероятности отказа, связывая с ними повышение надежности аппаратуры.

В результате дефектов, повреждений или отказов происходят переходы объектов из одних состояний в другие. При этом границы между состояниями условны и определяются значениями параметров, а также условиями работы объектов. Объекты, работоспособные в одних условиях, могут оказаться неработоспособными в других, оставаясь исправными.

Предметом анализа надежности являются состояния отказа и работоспособности объекта.

Надежность является сложной, комплексной характеристикой, сочетающей **безотказность**, **долговечность**, **ремонтопригодность** и **сохраняемость**.

Одно из самых важных свойств надежности элементов и систем – **безотказность** – свойство объекта <u>непрерывно</u> сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени его эксплуатации или наработки.

Безотказность относится к режиму эксплуатации объекта; подразумевает исключение учета перерывов в работе объекта (плановых и неплановых); показывает техническое состояние объекта: исправность, неисправность, работоспособность, неработоспособность, дефект, повреждение и отказ; каждое из этих состояний описывается совокупностью значений параметров объекта и качественных признаков; номенклатура этих параметров и признаков, а также пределы их допустимых изменений устанавливаются нормативной документацией на объект.

Долговечность – свойство объектов сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта. Таким образом, при оценке долговечности не исключается многократное возникновение отказов, их устранение, плановое техническое обслуживание с остановкой работы оборудования, замена деталей и узлов, не подлежащих ремонту, и т.д.

Ремонтопригодность – свойство приспособленности объекта:

а) к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений;

б) к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов.

Свойством ремонтопригодности обусловлено деление объектов на восстанавливаемые и невосстанавливаемые (т.е. не обладающие свойством ремонтопригодности: подшипники, сальниковые уплотнения, т.д.). Это деление условно и зависит от рассматриваемой ситуации.

Сохраняемость – свойство объекта сохранять состояние безотказности, долговечности и ремонтопригодности в течение и после хранения и (или) при транспортировании. Условия хранения и перевозки, как правило, далеки от идеальных, объекты зачастую испытывают нагрузки, не предусмотренные техническими требованиями. Поэтому продолжительное хранение и транспортирование могут заметным образом ухудшить характеристики надежности.

1.1.2 Основные показатели, количественно характеризующие надежность

Продолжительность или объем работы объекта называют **наработкой**. Для восстанавливаемых объектов говорят о **наработке между отказами**. Эта величина представляет собой наработку объекта от окончания восстановления его работоспособности после отказа до возникновения следующего отказа. Для тех элементов системы, восстановление работоспособности которых нецелесообразно или неосуществимо, используется понятие **наработка до отказа –** наработка объекта от начала его эксплуатации до возникновения отказа.

Отказ – событие случайное, поэтому наработка до отказа и наработка между отказами являются случайными величинами. Поэтому показателями надежности служат, по существу, наиболее общие числовые характеристики случайных величин.

К показателям безотказности относятся:

- вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не произойдет;

- средняя наработка до отказа – среднее значение наработки до отказа;

- средняя наработка на отказ – отношение наработки восстанавливаемого объекта к среднему значению числа его отказов в течение этой наработки.

Основными показателями долговечности являются:

- средний ресурс – среднее значение наработки объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние;

- гамма-процентный ресурс – наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах;

- средний срок службы – среднее значение календарной продолжительности периода от начала эксплуатации или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Основные показатели ремонтопригодности включают:

- вероятность восстановления работоспособного состояния – вероятность того, что время восстановления работоспособности объекта не превысит заданного;

- среднее время восстановления работоспособного состояния – среднее значение времени восстановления работоспособного состояния.

Числовыми характеристиками сохраняемости служат:

- средний срок сохраняемости – среднее значение календарной продолжительности хранения и (или) транспортирования объекта, в течение и после которой сохраняются значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в установленных пределах;

- гамма-процентный срок сохраняемости – срок сохраняемости, который будет достигнут объектом с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

Все перечисленные характеристики относятся к так называемым единичным показателям надежности: они дают количественную оценку только одной составляющей надежности объекта. При эксплуатации сложного оборудования очень часто нет необходимости детально анализировать отдельные составляющие надежности, достаточно знать вероятность того, что в данный момент времени оборудование находится в работоспособном состоянии. В этом случае используют комплексные показатели надежности, которые количественно характеризуют не менее 2-х свойств, составляющих надежность. К комплексным показателям надежности относятся:

- коэффициент готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме тех периодов, в которые эксплуатация не предусматривается;

- коэффициент технического использования – отношение среднего значения времени работоспособного состояния за некоторый период эксплуатации к сумме средних значений времени работоспособного состояния и всех простоев для ремонтов и технического обслуживания.

Требования к надежности объектов, выраженные через численные значения одного или нескольких перечисленных показателей, должны быть сформулированы уже на первой стадии их проектирования – на стадии составления технического задания. Разработчик на стадии технического проекта обязан оценить уровень надежности выбранного им варианта конструктивного решения и сравнить полученные оценки с представленными в техническом задании. Изготовитель и конечный потребитель также обязаны обеспечить значения показателей надежности не ниже заданных и постоянно их контролировать.

Таким образом, на всех этапах разработки, создания и эксплуатации объектов необходимо владеть методами определения численных значений показателей надежности не только отдельных изделий, узлов, аппаратов, но и более сложных объектов (установок, линий и т.д.).

Существующие методы оценки (расчета) показателей надежности основаны на анализе и обработке данных 3-х различных типов:

1) результаты специально проводимых определительных испытаний изделий (как правило, выпускаемых серийно) на надежность;

2) информация, полученная во время эксплуатации самого объекта (выпускаемого, как правило, малыми сериями или в единственном экземпляре), его составных частей или их аналогов;

3) информация о структуре сложного объекта, его составных частях и характере взаимосвязи между ними, а также показатели надежности отдельных элементов.

Несмотря на существенное различие методов оценки показателей надежности, базирующихся на каждом из 3-х видов данных, все они исходят из понятия вероятности потери объектом своей работоспособности, т.е. из вероятности отказа.

1.1.3 Классификация и характеристики отказов

При возникновении отказов в технической системе происходит следующее: изменяется характер работы, появляются внешние признаки отказов и зависимость от отказов других систем, уменьшается возможность дальнейшего полноценного использования системы, появляется необходимость оценить возможность устранения отказов, характер устранения основных параметров отказов, определить причины возникновения отказов и др.

По характеру работы после возникновения отказов:

– параметрический отказ происходит вследствие превышения пределов допустимого изменения одного или нескольких рабочих параметров. Продолжение эксплуатации машины, имеющей такой отказ, может привести к выпуску некачественной продукции или к снижению эффективности работы машины. Более того, в сложных машинах и системах параметрические отказы элементов могут привести к отказу функционирования;

– функциональный отказ наступает из-за прекращения выполнения объектом его основных функций, дальнейшая эксплуатация возможна только после ремонта.

По причинам возникновения отказов:

– конструкционный отказ – отказ, возникший из-за недостатков конструкции или в результате нарушения установленных правил и (или) норм конструирования объекта. Отказы такого рода не могут быть обнаружены на стадии изготовления, монтажа и наладки, а проявляются только при работе оборудования в составе системы;

– производственный (технологический) отказ – следствие ошибок, нарушений и несовершенства установленного процесса изготовления, технологии или ремонта объекта. Чаще всего обусловлены низкой производственной и технологической дисциплиной на заводе-изготовителе или низким качеством работы ремонтной службы;

– эксплуатационный отказ – следствие нарушений установленных правил и (или) условий эксплуатации (выход за пределы предусмотренных механических нагрузок и диапазона рабочих условий при эксплуатации оборудования). Данный тип отказов не зависит от уровня надежности элементов, заложенных при их создании, а целиком определяется профессиональной подготовленностью обслуживающего и управленческого персонала.

По характеру изменения основных параметров отказов (скорости перехода объекта в неработоспособное состояние):

– внезапный отказ – появляющийся при скачкообразном изменении значений одного или нескольких параметров объекта (мгновенное повреждение: потеря устойчивости конструкции, недостаточная прочность материала, захлебывание аппарата и др.);

– постепенный отказ – связан с медленным, постепенным изменением значений одного или нескольких параметров объекта (постепенное накапливание повреждений с последующей потерей работоспособного состояния: коррозия, износ, накопление деформаций, увеличение содержания примесей и др.);

– систематический отказ – многократно повторяющийся однородный по определенным признакам отказ, появляющийся вследствие недостатков конструкции, процесса изготовления и т.д.

По внешним признакам отказов:

– явный (очевидный) отказ – непосредственно воспринимается органами чувств или средствами контроля;

– неявный (скрытый) отказ – тот, для обнаружения которого требуется выполнение специальных операций контроля.

По зависимости от отказов других объектов:

– независимым называется отказ, не обусловленный отказом другого объекта;

– зависимый отказ обусловлен отказом другого объекта.

По возможности дальнейшего использования объектов:

– полный отказ – прекращение объектом выполнения всех функций;

– частичный отказ – выполнение некоторых функций.

По возможности устранения отказов:

– устранимый отказ – такой, причины которого известны и могут быть устранены, что исключает их возникновение вновь для изделия данного вида;

– неустранимый отказ – такой, причины которого неизвестны или не могут быть устранены для изделия данного вида.

По характеру устранения отказов:

– устойчивый отказ – требующий проведения специальной работы;

– самоустраняющийся отказ – кратковременное нарушение работоспособности;

– сбой – отказ, не нарушающий работоспособности объекта, приводящий к кратковременной потере или искажению полезной информации в системе;

– перемежающийся отказ – многократно возникающий самоустраняющийся отказ объекта, имеющий один и тот же характер.

По значимости отказов:

– критический отказ – такой, при котором возникает угроза человеку или окружающей среде;

– существенный отказ – такой, при котором ухудшение эксплуатационных характеристик или полная непригодность объекта к эксплуатации не приводят к опасности для человека;

– несущественный отказ – такой, который имеет незначительные последствия, вызывающие недовольство.

Важное значение имеют последствия отказов – явления, процессы, события и состояния, обусловленные возникновением отказа объекта. Последствия отказов могут иметь технический, экономический и экологический аспекты, по степени тяжести последствий отказы могут варьироваться от незначительного снижения качества конечного продукта до глобальных техногенных катастроф.

Любой отказ в теории надежности рассматривается как случайное событие, поэтому анализ отказов, их прогнозирование и определение численных значений показателей надежности базируются на методах теории вероятности.

1.2 Математический аппарат теории надежности

1.2.1 Общие свойства вероятности случайных событий

Случайные события принято обозначать латинскими буквами (A, B, C, ...), причем достоверное событие обычно обозначают через U, а невозможное событие — через V. Над случайными событиями определены операции сложения, вычитания и умножения.

Суммой событий A и B (или их логическим объединением) называется событие C = A + B, которое состоит в том, что происходит либо событие A, либо событие B, либо оба события.

Разностью событий A и B называется событие C = A – B, которое состоит в том, что событие A происходит, а событие B нет.

Произведением событий A и B (или их логическим пересечением) называется событие C = AB, которое состоит в наступлении обоих событий A и B.

Кроме перечисленных операций над случайными событиями оказываются полезными понятия противоположных и несовместных событий.

Противоположным событием к А называется событие $\bar{A}$, которое состоит в том, что А не происходит. Противоположные события удовлетворяют очевидному равенству: $A + \bar{A} = U$.

События А и В называются **несовместными**, если их произведение является событием невозможным, т.е. АВ = V. В частности, противоположные события несовместны по отношению друг к другу ($A\bar{A} = V$).

Важным понятием является понятие **полной группы** случайных событий. Совокупность событий $A_1, A_2, ..., A_n$ образует полную группу, если в результате испытания обязательно должно произойти хотя бы одно из них. Обобщая определение суммы событий на произвольное их число, для событий, составляющих полную группу, имеем:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = U \; . \qquad (1)$$

В частности, любые два противоположных события составляют полную группу.

Для любого случайного события А можно ввести меру его достоверности Р(А), которая называется **вероятностью** этого события. Методы теории надежности ставят своей основной целью численную оценку вероятности тех или иных событий, связанных с безотказным функционированием технических, экологических, финансовых, социальных систем или других объектов.

Вероятность любого события удовлетворяет условию: $0 \le P(A) \le 1$, причем P(V) = 0, а P (U) = 1. Достаточно часто вероятность события А зависит от того, произошло или нет некоторое другое событие. В этом случае говорят об условной вероятности.

Условной вероятностью Р(А/В) события А называют вероятность этого события, вычисленную в предположении, что имело место событие В. Условная вероятность позволяет оценить степень зависимости событий. В частности, два события А и В называются **независимыми**, если имеют место соотношения: Р(А/В) = Р(А) и Р(В/А) = Р(В).

Вероятность произведения двух событий можно вычислить по очевидной формуле:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B) \; , \qquad (2)$$

которая легко обобщается на случай произведения n событий:

$$P\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1)P\left(\frac{A_2}{A_1}\right)P\left(\frac{A_3}{A_1A_2}\right)\dots P\left(\frac{A_n}{\prod_{k=1}^{n-1} A_k}\right). \qquad (3)$$

Если события А и В независимы, то P(AB) = P(A)·P(B). События A_i (i = 1, 2, ..., n) независимы в совокупности, если:

$$P\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)\ . \qquad (4)$$

Вероятность суммы двух событий определяется с помощью соотношения:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P\ (AB). \qquad (5)$$

Для несовместных событий P(A+B) = P(A) + P(B). В частности, вероятности противоположных событий связаны простым равенством:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1. \qquad (6)$$

Формулы (2)-(6) отражают общие свойства вероятности случайных событий и позволяют численно решать некоторые простые задачи.

1.2.2. Дискретные случайные величины и их основные характеристики

Функционирование практически всех составных частей систем (отдельных аппаратов, машин, вспомогательного оборудования, контрольно-измерительных приборов, средств управления технологическими процессами и т.д.) сопровождается влиянием факторов, которые носят случайный характер.

Появление указанных факторов может быть обусловлено самыми разнообразными причинами: разбросом свойств исходного сырья, неоднородностью конструкционных материалов, из которых изготовлено оборудование, непредсказуемыми неточностями монтажа, ошибками эксплуатации и т.д. Если учесть к тому же, что все физико-химические явления на микроуровне имеют стохастическую природу, то станет ясно: о значении любого параметра, характеризующего состояние системы или ее части, можно говорить лишь с некоторой долей определенности. Точное значение такого параметра является величиной случайной.

Понятие случайной величины нетрудно связать с понятием случайного события. Пусть, например, d – диаметр кристаллов, полученных в кристаллизаторе взвешенного слоя. Разобьем диапазон возможных значений величины d (обычно диаметр таких кристаллов лежит в пределах от 1 мм до 3 мм) на n интервалов. Назовем событием A_1 попадание значения диаметра конкретного кристалла в первый интервал разбиения, событием A_2 – попадание d во второй интервал и т.д. Получим полную группу событий A_1, A_2, ..., A_n, каждое из которых реализуется с некоторой вероятностью.

Точно также любой другой случайной величине можно сопоставить определенную соответствующим образом совокупность случайных событий. В силу непосредственной связи между случайными событиями и случайными величинами все свойства вероятности случайных событий, о которых говорилось ранее, остаются справедливыми и для случайных величин.

Случайные величины, также как и случайные события, обычно обозначаются заглавными буквами (например, T), а принимаемые ими значения – соответствующими строчными (t). Случайная величина T называется **дискретной**, если она может принимать конечное или счетное число значений t_1, t_2, ..., t_n. Счетность означает, что все возможные значения случайной величины могут быть перенумерованы.

Наиболее полная информация о дискретной случайной величине состоит в задании ее возможных значений и вероятностей, с которыми эти значения принимаются:

$$P\{T = t_i\} = p_i , \qquad i = 1, 2, \ldots, n . \tag{7}$$

Совокупность всех значений случайной величины T и соответствующих им вероятностей называется **рядом распределения** (или **законом распределения**) этой случайной величины. Вероятности p_i удовлетворяют очевидным свойствам:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1, \qquad p_i \geq 0 . \tag{8}$$

Особую роль в теории надежности играет дискретная случайная величина, распределенная по биноминальному закону. Вывод биноминального распределения предполагает использование схемы независимых испытаний (схемы Бернулли), в каждом из которых случайное событие A может наступить с вероятностью p.

Независимость испытаний означает тот факт, что на вероятность появления события A в данном испытании никак не влияют результаты предыдущих испытаний. Число M появления события A в n независимых испытаниях есть дискретная случайная величина, принимающая (n+1) возможных значений 0,1, … n.

Найдем вероятность того, что событие A появилось в серии i раз в некоторых конкретных испытаниях, а (n – i) раз не появилось. В силу соотношения (4) эта вероятность равна:

$$P\left(\prod_{1}^{i} A \prod_{1}^{n-i} \overline{A}\right) = p^{i}(1-p)^{n-i} .$$

Здесь учтено, что вероятность противоположного события P(A¯) = q = (1 – p). Если не принимать во внимание, в каких именно испытаниях происходит событие A, а в каких нет, то необходимо учесть, что число комбинаций, при которых оно появляется i раз и не появляется (n – i) раз, равно числу сочетаний $C_n^{\,i}$ из n по i:

$$C_n^i = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot i \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-i)} = \frac{n!}{i!\,(n-i)!} \ . \qquad (9)$$

Поэтому вероятность того, что случайная величина M примет значение, равное i, может быть определена по формуле:

$$P\{m = i\} = C_n^{\,i}\, p^{i}\, q^{n-i} = C_n^{\,i}\, p^{i}\, (1 - p)^{n-i} . \qquad (10)$$

Это соотношение носит название формулы Бернулли или биноминального чакона распределения. Своим названием распределение (10) обязано внешнему сходству с биномом Ньютона, который, как известно, определяет целочисленную степень суммы двух чисел.

При анализе любых объектов с точки зрения их надежности важно точно установить выполнение всех условий, в рамках которых справедлива формула Бернулли (10):

- испытания независимы;
- P(A) = p = const в каждом испытании;
- порядок появления события A в серии испытаний значения не имеет.

Использование формулы Бернулли становится неудобным в случае, когда n достаточно велико. Это обстоятельство связано с присутствием в формуле факториалов – чрезвычайно быстро возрастающих функций целого числа. Поэтому при больших значениях n формула Бернулли не применяется. В этих случаях при выполнении условий схемы независимых испытаний пользуются результатами двух теорем теории вероятности. Первая теорема (локальная теорема Муавра-Лапласа) дает приближенную оценку для P {M = i} при n→∞:

$$\mathrm{P}\,\{\mathrm{M} = \mathrm{i}\} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{npq}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^2/2}, \text{где } \mathrm{x} = \frac{\mathrm{i} - \mathrm{np}}{\sqrt{\mathrm{npq}}}. \quad (11)$$

Вторая теорема (интегральная теорема Муавра-Лапласа) позволяет приближенно вычислить вероятность того, что событие А произошло в серии из n испытаний не меньше i и не больше j раз (i < j) также при n→∞:

$$\mathrm{P}\,\{\mathrm{i} \le \mathrm{M} \le \mathrm{j}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathrm{x_i}}^{\mathrm{x_j}} \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^2/2}\, \mathrm{dx}\ . \quad (12)$$

Замена точной формулы (10) на приближенную (11) приводит к погрешности, которая уже при n =15 не превосходит 4 %. С увеличением n погрешность становится пренебрежимо малой.

Функция $\varphi(\mathrm{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^2/2}$ называется функцией Лапласа. Ее значения табулированы.

Функция $\Phi(\mathrm{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\mathrm{x}} \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^2/2}\, \mathrm{dx}$ носит название интегральной функции Лапласа и является табличной.

Биноминальное распределение (10) принимает специальный вид в случае, когда n очень велико, а p << 1. При этом из формулы (10) следует, что P {M = i отлична от нуля только при i << n. Рассмотрим предельный переход в (10) при i/n → 0. Используя известную формулу Стирлинга для оценки факториала:

$$\mathrm{n}! \approx \sqrt{2\pi \mathrm{n}} \cdot \mathrm{n}^{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{n}},$$

комбинаторный сомножитель C_n^i при i/n → 0 представим в виде:

$$C_n^i = \frac{n!}{i!\,(n-i)!} \approx \frac{n^i}{i!}.$$

Если обозначить $\overline{m} = n \cdot p$, то для вероятности P {M = i}, согласно (10), получим:

$$\mathrm{P}\{\mathrm{M} = \mathrm{i}\} = \frac{n^i}{i!} \cdot p^i \cdot (1-p)^n = \frac{\overline{m^i}}{i!} \cdot (1 - \frac{\overline{m}}{n})^n.$$

Значение второго сомножителя при $n \to \infty$:

$$(1 - \frac{\overline{m}}{n})^n \ \to \ e^{\overline{-m}}$$

Окончательно для P {M = i} имеем:

$$\mathrm{P}\{\mathrm{M} \ = \ \mathrm{i}\} = \frac{\overline{m^i}}{i!} \cdot \mathrm{e}^{\overline{-m}}, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots \tag{13}$$

Закон распределения дискретной случайной величины, заданный полученным соотношением, называется распределением Пуассона. Соотношение (13) позволяет легко рассчитать вероятность P {M = i} для любого значения i в рамках тех допущений, которые были сформулированы выше (n >> 1, p << 1). Величина m¯ играет роль параметра распределения Пуассона и является одной из характеристик случайной величины.

Как уже отмечалось, исчерпывающей вероятностной характеристикой любой дискретной случайной величины является ее ряд распределения. Однако при решении большинства практических задач вероятности, с которыми случайная величина принимает те или иные значения, не известны. В такой ситуации нет другого выхода, как найти хотя бы некоторые характеристики распределения случайной величины. Важнейшими характеристиками (или параметрами) являются **математическое ожидание** случайной величины и ее **дисперсия**.

Математическое ожидание M(T) дискретной случайной величины T, принимающей значения t_i и с вероятностями p_i (i = 1, 2, ..., n), определяется формулой:

$$M(T) = \sum_{i=1}^{n} t_i \ \cdot p_i \ . \tag{14}$$

Если T может принимать бесконечное число значений, то сумма в правой части этого соотношения содержит бесконечное число слагаемых. По своему смыслу математическое ожидание представляет собой вероятностное среднее значение случайной величины. Математическое ожидание обладает следующими важными свойствами:

1) если C – константа, то M(CT) = C·M(T);

2) если T_1 и T_2 – две случайные величины, то $M(T_1 + T_2) = M(T_1) + M(T_2)$;

3) если A и B – независимые случайные величины, то M(AB) = M(A)·M(B);

4) если φ(T) – функция от случайной величины T; t_1, t_2, …, t_n – возможные значения T, то M{φ(T)} = $\sum_{i=1}^{n} \varphi(t_i) \cdot p_i$.

Вероятностный смысл параметра $\bar{m}$: этот параметр равен математическому ожиданию случайной величины, распределенной по закону Пуассона.

Другой важной характеристикой случайной величины является дисперсия D(T). Дисперсия дискретной случайной величины T определяется равенством:

$$D(T) = M\{(T - M(T))^2\} = \sum_{i=1}^{n} (t_i - M(T))^2 p_i \ . \tag{15}$$

Дисперсия является мерой разброса значений случайной величины относительно ее среднего значения. Если дисперсия D(T) мала, то каждое слагаемое в правой части (15) также должно быть малым, поскольку все слагаемые неотрицательны. Следовательно, значениям t_i, при которых $|t_i - M(T)|$ велико, соответствует малая вероятность. Наоборот, если дисперсия D(T) велика, то, как следует из (15), большие отклонения значений T от M(T) достаточно вероятны.

Дисперсия, как и математическое ожидание, обладает рядом свойств:

1) если C – константа, то D(C) = 0;

2) если C – константа, а T – случайная величина, то D(CT) = C^2 D(T);

3) если T_1 и T_2 – две независимые случайные величины, то $D(T_1+T_2) = D(T_1) + D(T_2)$ и $D(T_1 - T_2) = D(T_1) - D(T_2)$.

1.2.3 Непрерывные случайные величины

Решение многих вопросов теории надежности связано с анализом случайных величин, которые могут принимать значения, заполняющие конечный или бесконечный промежуток числовой оси. Такие случайные величины называются **непрерывными**. Они уже не могут быть заданы своим рядом распределения, поскольку множество значений непрерывной случайной величины не является счетным.

Непрерывная случайная величина T задается либо функцией **плотности распределения вероятностей** f(t) (дифференциальным законом распределения), либо функцией распределения F(t) (интегральным законом распределения). Плотность распределения вероятностей f(t) задает вероятность

$P\{t_1 < T < t_2\}$ того, что значение, принятое случайной величиной T, попадает в промежуток (t_1; t_2):

$$P\{t_1 < T < t_2\} = \int_{t1}^{t2} f(t)dt\,. \qquad (16)$$

Из определения функции f(t) вытекают основные свойства плотности распределения вероятностей:

1) $f(t) \geq 0$ для любого t;
2) $P\{-\infty < T < +\infty\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dt = 1;$
3) $P\{t < T < t + dt\} = f(t)dt.$

Функция распределения F(t) задает вероятность того, что случайная величина T окажется меньше некоторого произвольного значения t:

$$F(t) = P\{T < t\} \qquad (17)$$

Сравнивая определения функций f(t) и F(t), нетрудно видеть, что они связаны друг с другом соотношениями:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)dx \qquad \text{и} \qquad f(t) = F'(t)\,. \qquad (18)$$

С учетом свойств функции f(t) эти соотношения позволяют вывести основные свойства функции распределения F(t):

1) $\lim_{t\to-\infty} F(t) = 0$ и $\lim_{t\to+\infty} F(t) = 1;$
2) $P\{t_1 < T < t_2\} = F(t_2) - F(t_1);$
3) $F(t_1) < F(t_2)$, если $t_1 < t_2$.

Явный вид плотности распределения вероятностей или функции распределения полностью определяет все вероятностные характеристики непрерывной случайной величины. Поэтому при анализе непрерывной случайной величины одним из главных вопросов является нахождение этих функций. Его решение может быть основано на результатах специально проведенных испытаний или на обработке статистических данных длительных наблюдений. В некоторых случаях распределение случайной величины может быть найдено с помощью общих положений теории вероятностей.

В силу явного различия в способах задания дискретных и непрерывных случайных величин может сложиться впечатление, что они в определенной смысле являются антиподами. Но это не так. Напротив, оба вида случайных величин тесно взаимосвязаны и могут быть сведены одна к другой.

В силу тесной взаимосвязи между случайными величинами обоих видов непрерывные случайные величины имеют те же основные характеристики распределения, что и дискретные. Так, математическое ожидание M(T) непрерывной случайной величины T, имеющей плотность распределения вероятностей f(t), определяется формулой:

$$M(T) = \int tf(t)dt \ , \tag{19}$$

где интегрирование ведется по всему диапазону возможных значений случайной величины. Определение математического ожидания для обоих видов случайных величин по существу идентичны, только операция суммирования для дискретной случайной величины заменяется операцией интегрирования для непрерывной. Поэтому математическое ожидание, определяемое формулой (19), имеет тот же вероятностный смысл и те же свойства, что и математическое ожидание, определяемое формулой (14).

Все сказанное справедливо и в отношении дисперсии D(T), которая для непрерывных случайных величин определяется равенством:

$$D(T) = \ M\{(T - M(T))^2\} = \int \left(t - M(T)\right)^2 f(t)dt \ . \tag{20}$$

Дисперсия D(T), характеризуя отклонение случайной величины T от ее среднего значения, имеет, однако размерность отличную от размерности T. Иногда это бывает неудобно. Поэтому часто используются понятия среднего и квадратичного отклонения σ и коэффициента вариации ν случайной величины:

$$\sigma = \sqrt{D(T)} \quad \text{и} \quad \upsilon = \frac{\sigma}{M(T)} \, . \tag{21}$$

1.2.4 Вероятностные показатели надежности

Приведенные сведения из теории вероятности вполне достаточны для того, чтобы служить основой математического аппарата теории надежности. Прежде всего, они необходимы для переформулировки ранее данных словесных определений показателей надежности в математических терминах вероятностных характеристик случайных величин.

Обозначим через Т наработку между отказами восстанавливаемых элементов системы или наработку до отказа невосстанавливаемых элементов. Не уменьшая общности изложения, под наработкой будем понимать продолжительность работы рассматриваемого объекта. Зная производительность, нетрудно от продолжительности перейти к объему выполненной работы. Временной график эксплуатации системы или любого ее элемента представлен на рисунке 1. Периоды безотказной работы T_i чередуются с периодами восстановительных ремонтных работ R_i. Для невосстанавливаемых объектов график эксплуатации ограничен периодом T_1.

Рисунок 1 – Временной график эксплуатации системы

Опираясь на приведенный временной график, дадим вероятностные определения единичным показателям надежности. Продолжительность Т периодов безотказной работы представляет собой непрерывную случайную величину, которая в общем случае может принимать любые положительные значения. Тогда **вероятность безотказной работы** P(t) будет определяться как вероятность того, что значение наработки Т превысит величину t:

$$P(t) = P\,\{T > t\}. \qquad (22)$$

Функция P(t) является, очевидно, монотонно убывающей, причем $P(0) = 1$ и $P(t) \to 0$ при $t \to \infty$ доя всех видов систем и их элементов.

Функция F(t), связанная с P(t) соотношением:

$$F(t) = 1 - P(t), \qquad (23)$$

позволяет определить вероятность отказа за время от момента $t = 0$ сразу после возобновления эксплуатации системы до некоторого момента t. Из определения функции F(t) следует, что она монотонно возрастает от 0 до 1 и ее значения равны вероятности $P\{T < t\}$. Следовательно, эта функция является функцией распределения случайной величины Т, т.е. задает интегральный закон распределения наработки между отказами для восстанавливаемых объектов или наработки до отказа – для невосстанавливаемых объектов.

Согласно основному свойству функции распределения, вероятность отказа системы в течение промежутка времени $(t_1; t_2)$ равна:

$$P\{t_1 < T < t_2\} = F(t_2) - F(t_1). \qquad (24)$$

С функцией распределения связана функция плотности распределения вероятностей отказа f(t), которая задает дифференциальный закон распределения наработки T.

По определению величина $f(t)dt$ представляет собой вероятность того, что отказ произойдет в промежуток времени после восстановительных работ от t до t + dt. Зная плотность распределения вероятностей, можно вычислить другой показатель безотказности – среднюю наработку на отказ или среднюю наработку до отказа в зависимости от типа рассматриваемого объекта:

$$T_{ср} = \int_0^\infty t f(t) dt\,. \qquad (25)$$

Используя формулу интегрирования по частям, соотношение (23) и свойства функции распределения, нетрудно получить связь между основными показателями безотказности:

$$T_{ср} = \int_0^\infty P(t) dt\,, \qquad (26)$$

т.е. средняя наработка численно равна площади под кривой вероятности безотказной работы.

Вероятность безотказной работы P(t), вероятность возникновения отказа F(t) и плотность распределения вероятностей отказа f(t) характеризуют случайную величину наработки T исчерпывающим образом. Однако, определение явного вида этих функций, основанное, как правило, на статистической обработке большого объема экспериментальных данных, является трудоемкой, а иногда и невыполнимой задачей. С другой стороны, средняя наработка $T_{ср}$, наоборот, может быть легко оценена, но, как показатель надежности, этот параметр представляет собой простейшую и малоинформативную характеристику. Поэтому на практике обычно используют промежуточные в обоих отношениях характеристики.

Одной из таких характеристик служит **интенсивность отказов** λ(t), которая применяется для объектов, работающих до первого отказа (период T_1 на рисунке 1). Под интенсивностью отказов понимают условную плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта, определяемую для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Исходя из данного определения, найдем связь между интенсивностью отказов и другими показателями надежности. Пусть t – фиксированный момент времени от начала эксплуатации невосстанавливаемого элемента системы. Тогда, как отмечалось выше, величина $f(t)dt$ равна вероятности того, что отказ произойдет в промежуток времени от t до t + dt. Это же событие может быть представлено как произведение двух событий: отсутствия отказов до момента t и возникновения отказа в указанный промежуток. Вероятность первого события равна P(t), а вероятность второго события может быть выражена условной вероятностью λ(t) dt. Вероятность произведения указанных событий равна:

$$f(t)d(t) = P(t)\lambda(t)dt \qquad \text{или} \qquad \lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \qquad (27)$$

Можно получить следующее уравнение для интенсивности отказов:

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt}\ . \qquad (28)$$

Это уравнение допускает разделение переменных. Его интегрирование дает одно из основных соотношений теории надежности:

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right), \qquad (29)$$

которое связывает интенсивность отказов невосстанавливаемого объекта с вероятностью его безотказной работы.

Прежде чем обсудить смысл понятия интенсивности отказов, необходимо сделать важное отступление. Уже отмечалось, что функционирование составных частей системы, особенно в отношении отказов, по целому ряду причин носит случайный характер. Это, в частности, означает, что совокупность конкретных значений T_i и R_i на временном трафике эксплуатации системы представляет собой единичную реализацию бесконечного множества возможных наборов этих величин. Другими словами, если бы существовала несколько вполне идентичных систем, работающих в абсолютно одинаковых условиях, то для каждой из них набор численных значений T_i и R_i тем не менее был бы своим. Анализировать надежность системы на основе отдельной реализации бессмысленно. Необходим такой способ вероятностного описания, который позволил бы говорить на языке статистических оценок даже в тех случаях, когда речь идет о функционировании одного объекта.

Такой способ был впервые предложен американским ученым Дж.У. Гиббсом. Он состоит в следующем. Наряду с реально существующим изучаемым объектом рассматривается некоторый ансамбль очень большого числа идентичных объектов, находящихся в абсолютно одинаковых условиях функционирования. Это мыслимое множество «близнецов» называют **ансамблем Гиббса**.

В каждый момент времени представители ансамбля Гиббса из-за действия случайных факторов будут находиться в различных состояниях, но одни состояния будут более вероятны, другие – менее. Следовательно, может быть поставлен вопрос о том, какова доля представителей ансамбля, у которых значения характерных параметров лежат в определенном интервале. Поскольку число воображаемых объектов в ансамбле Гиббса ничем не ограничено, эта доля будет совпадать с вероятностью найти изучаемый объект в состоянии, соответствующем данному интервалу значений характерных параметров.

Применительно к анализу надежности системы на основе временного графика ее эксплуатации подход Гиббса позволяет говорить о вероятности того, что при функционировании конкретной системы продолжительность периода безотказной работы до первого отказа лежит в интервале (T_1, T_1+dT_1), продолжительность периода восстановительных работ после первого отказа — в интервале (R_1, R_1+dR_1), продолжительность работы после ее возобновления до второго отказа – в интервале (T_2, T_2+dT_2), продолжительность последующего восстановления — в интервале (R_2, R_2+dR_2) и т.д. Указанная вероятность будет выражаться через многомерную плотность вероятности φ ($T_1,...,T_n$, $R_1,..., R_{n-1}$) следующим образом:

$$P\{(T_i, T_i+dT_i), (R_i, R_i+dR_i)\} = \varphi\, dT_1 \ldots dT_n\, dR_1 \ldots dR_{n-1} \quad , \qquad (30)$$

где n – полное число отказов за все время эксплуатации системы. Многомерная плотность вероятности φ является полной характеристикой надежности системы любого типа. Однако, нахождение явного вида функции φ в общем виде представляет собой настолько сложную задачу, что на практике эта функция никогда не используется. Ее роль заключается в другом. Существование многомерной плотности вероятности, вытекающее из подхода Гиббса, позволяет математически строго обосновать многие методы количественных оценок теории надежности. Таким образом, она служит своего рода гарантом того, что результатам теории надежности можно верить.

Возвращаясь к прерванному изложению, применим подход Гиббса последовательно сначала к невосстанавливаемым, а затем к восстанавливаемым элементам системы. Рассмотрим ансамбль Гиббса, состоящий из объектов, которые функционируют до своего первого отказа. При этом плотность вероятности φ будет зависеть только от переменной T_1, которая в этом случае приобретает смысл наработки до отказа. Следовательно, для невосстанавливаемых объектов функция φ тождественно совпадает с плотностью распределения вероятностей отказа f(t). Поэтому величину f(t)d(t) соответствии е соотношением (30) можно воспринимать как отношение числа объектов, отказавших в интервале (t, t+dt), к общему числу объектов в ансамбле Гиббса.

Исходя из такого представления, нетрудно понять, каков должен быть качественный вид зависимости функции f от продолжительности безотказной работы объекта t. При малых значениях t доля отказывающих в единицу времени объектов в их общем числе невелика, значения функции f близки к нулю. С увеличением продолжительности работы f(t) возрастает, достигает максимума при значении t, сравнимом со средней наработкой до отказа, и затем вновь стремится к нулю.

Интенсивность отказов λ(t) также удобно интерпретировать в рамках подхода Гиббса. Согласно определению интенсивности отказов величину λ(t)dt следует рассматривать как отношение числа объектов ансамбля Гиббса, отказавших в интервале (t, t+dt), к числу объектов, оставшихся работоспособными к моменту времени t. Приведенная интерпретация позволяет судить о характере зависимости интенсивности отказов от продолжительности безотказной работы. В самом начале эксплуатации доля отказывающих в единицу времени объектов сравнительно велика из-за влияния производственных отказов.

С ростом t число оставшихся работоспособными объектов сокращается, пропорционально уменьшается и число отказывающих в единицу времени объектов. Поэтому их отношение (интенсивность отказов) в этот период остается примерно постоянным. Наконец, при больших значениях t оставшиеся работоспособными объекты ансамбля Гиббса достигают своего предельного состояния, и интенсивность отказов резко возрастает. Таким образом, характерная зависимость λ(t) имеет вид, представленный на рисунке 2.

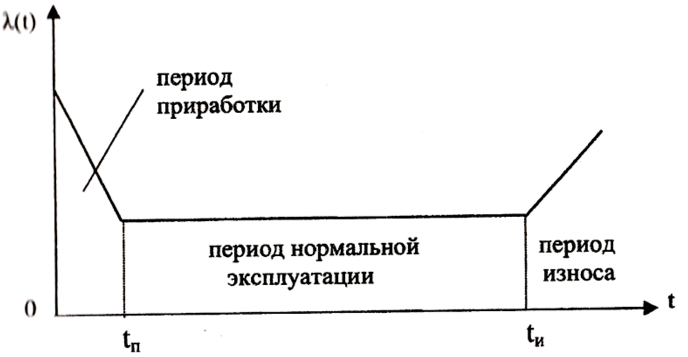


Рисунок 2 – Зависимость интенсивности отказов от времени эксплуатации невосстанавливаемого объекта

График имеет три зоны, которые соответствуют выше приведенным рассуждениям. Причем кривая λ(t) настолько наглядна, что позволяет без труда установить границы зоны приработки $t_п$ и зоны износа $t_и$. Численные значения величин $t_п$ и $t_и$ необходимы для определения длительности заводских испытаний с целью обнаружения скрытых дефектов и для оценки среднего ресурса.

Обратимся теперь к более сложному случаю – анализу вероятностных показателей надежности восстанавливаемых элементов системы. Прежде всего, рассмотрим характеристики безотказности. С этой целью из временного графика эксплуатации системы (рисунок 1) выделим периоды безотказной работы, опуская периоды восстановительных ремонтных работ. Получившийся график, представленный на рисунке 3, носит название **графика работы системы**, где на оси отложена суммарная наработка объекта.

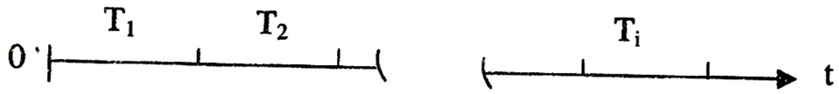


Рисунок 3 – График работы восстанавливаемого элемента системы

Моменты отказов на оси суммарной наработки определяются длительностью соответствующих периодов безотказной работы. Так, первый отказ возникает в момент T_1, второй отказ – в момент (T_1 + T_2), n-й – в момент $\sum_{i=1}^{n} T_i$. Пронумерованная последовательность случайных моментов отказов образует так называемый **поток отказов**.

В рамках подхода Гиббса каждому представителю ансамбля соответствует своя реализация потоков отказов. Поэтому численными характеристиками потоков отказов могут служить только статистические оценки. Введем их. Для этого зафиксируем некоторый момент времени t на оси суммарной наработки объекта. Число отказов объекта m(t) за период от начала его эксплуатации до момента t представляет собой дискретную случайную величину с возможными значениями 0, 1, 2, ... Если бы для каждого момента времени вероятность всех значений числа отказов была известна, это означало бы, что известен ряд распределения величины m(t), который полностью характеризует дискретную случайную величину. К сожалению, на практике ситуация обратная. Закон распределения величины m(t), как правило, не определен ни при каком значении t, поэтому естественным является использование простейших статистических характеристик числа отказов m(t).

Рассмотрим математическое ожидание m¯(t) случайной величины m(t). Оно не может быть рассчитано по формуле, поскольку вероятности p_i не известны. Тем не менее, следует ожидать, что численное значение m¯(t) совпадает со средним арифметическим значений m(t), взятых для всех представителей ансамбля Гиббса. Последнюю величину называют **средним по ансамблю**, а статистическую операцию нахождения среднего в подходе Гиббса именуют **осреднением по ансамблю**. Таким образом, m¯(t) представляет собой среднее по ансамблю числа отказов восстанавливаемого элемента системы при значении его суммарной наработки равном t. Тогда, согласно определению, средняя наработка на отказ равна:

$$T_{ср} = \frac{t}{\overline{m}(t)}\,. \qquad (31)$$

По своему смыслу величина $T_{ср}$ определяет среднюю продолжительность периодов безотказной работы на временном графике эксплуатации системы. В общем случае, как следует из (31), она является функцией суммарной наработки t. Поэтому, строго говоря, необходимо всякий раз указывать, к какому периоду эксплуатации системы относится данное численное значение $T_{ср}$.

Из соотношения (31) следует также, что поведение $T_{ср}$ при функционировании системы зависит от степени возрастания функции m¯(t). Если m¯(t) возрастает быстрее, чем t, то периоды безотказной работы сокращаются; если m¯(t) возрастает медленнее линейной функции, то длительность периодов нормального функционирования увеличивается (например, на начальном этапе эксплуатации системы). И только если m¯(t) строго пропорциональна t, то средняя наработка на отказ постоянна в течение всего времени эксплуатации. Таким образом, степень возрастания m¯(t) определяет поведение одной из статистических характеристик потока отказов –

$T_{ср}$. Поэтому другой важной характеристикой потока отказов является величина:

$$\omega(t) = \frac{d\overline{m}(t)}{dt}, \tag{32}$$

которую называют **параметром потока отказов**. Смысл этой статистической характеристики легко увидеть, если производную приближенно представить как отношение конечных разностей:

$$\omega(t) \approx \frac{\Delta\overline{m}(t)}{\Delta t}, \tag{33}$$

где $\Delta\overline{m}(t)$ – среднее по ансамблю число отказов в интервале (t, t+Δt) суммарной наработки. Из соотношения (33) видно, что параметр потока отказов представляет собой отношение среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольно малую его наработку к значению этой наработки.

Отсюда ясно, как должна вести себя функция ω(t) . При малых t в начале эксплуатации системы значения параметра потока отказов сравнительно велики из-за процессов, аналогичных процессам приработки невосстанавливаемых объектов. Здесь могут сказаться производственные отказы, неточности монтажа, погрешности наладки, неопытность персонала и т.д.

С ростом t среднее число отказов в единицу времени стабилизируется, и параметр потока отказов остается постоянным. В этом режиме, как правило, протекает основная часть всего срока эксплуатации большинства систем и их важнейших элементов. Согласно (32), параметр потока отказов является константой только в том случае, если m¯(t) линейно зависит от суммарной наработки. Значит, приращение Δm¯(t) в соотношении (33) пропорционально величине интервала Δt. Таким образом, в течение почти всего срока эксплуатации системы среднее число отказов в единицу времени постоянно и равно значению параметра потока отказов. При этом величина средней наработки на отказ также постоянна.

Поток отказов с не зависящими от суммарной наработки статистическими характеристиками называют **стационарным**. В случае стационарного потока отказов все показатели надежности системы сохраняют свои численные значения на всей оси суммарной наработки, в том числе и на промежутке (0, T_1). Но до возникновения первого отказа восстанавливаемые и невосстанавливаемые объекты неразличимы. Следовательно, если поток отказов некоторой восстанавливаемой системы удовлетворяет условию стационарности, то численные значения показателей безотказности ее элементов равны соответствующим показателям безотказности, полученным при испытаниях этих элементов на надежность до первого отказа. Так, значение параметра потока отказов ω любого аппарата равно значению интенсивности отказов λ, а средняя наработка на отказ равна средней наработке до отказа этого аппарата, если последний рассматривается как невосстанавливаемый объект. То же самое справедливо в отношении вероятности безотказной работы и других характеристик надежности.

При дальнейшем изложении, если не будет специальных оговорок, рассматриваются только те системы, поток отказов которых обладает свойством стационарности. На основании только что сказанного, обсуждая методы статистических оценок показателей безотказности для таких систем, можно не делать различия между восстанавливаемыми и невосстанавливаемыми объектами.

Перейдем теперь к вероятностной формулировке показателей ремонтопригодности, опираясь на временной график эксплуатации системы (рисунок 1). Продолжительность R периодов восстановления работоспособности, также как и наработка T, представляет собой непрерывную случайную величину, которая может принимать любые положительные значения. При этом процесс восстановления работоспособности включает стадии отыскания причины отказа, ее устранения и проверки эффективности ремонта.

Относительно численных характеристик случайной величины R можно рассуждать точно также как и при формулировке показателей безотказности: из временного графика эксплуатации системы выделим периоды восстановительных ремонтных работ, опуская периоды безотказной работы. В результате получим **график восстановительных работ** за весь срок эксплуатации системы (рисунок 4).

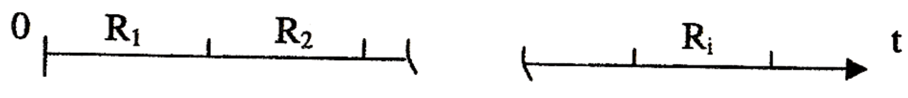


Рисунок 4 – График восстановительных работ в течение всего срока эксплуатации системы

Здесь ось 0t представляет собой ось суммарной продолжительности ремонтных работ. Моменты восстановления работоспособности, отложенные на оси 0t, формируют поток восстановлений. Показатели ремонтопригодности можно связать с характеристиками потока восстановлений аналогично тому, как параметры безотказности были выражены через характеристики потока отказов. Следовательно, анализ ремонтопригодности может быть проведен с той же степенью подробности, что и анализ безотказности. Однако, на практике этой составляющей надежности по естественным причинам уделяется меньше внимания, чем вопросам непрерывного сохранения работоспособного состояния объекта. Исключение составляет деятельность ремонтных служб.

Сформулируем ранее приведенные определения показателей ремонтопригодности в математических терминах вероятностных характеристик случайной величины R. При этом поток восстановлений также будем считать стационарным. В этом случае показатели ремонтопригодности будут иметь одни и те же численные значения на всех участках суммарной продолжительности ремонтных работ. Обозначим через $f_r(t)$ плотность распределения вероятности времени восстановления. Тогда величина $f_r(t)dt$ представляет собой вероятность того, что время R восстановления объекта заключено в промежутке (t, t+dt). Причем в силу стационарности значение указанной вероятности не зависит от номера восстановления на графике восстановительных работ (рисунок 4). **Среднее время восстановления** $R_{ср}$ работоспособного состояния системы связано с функцией $f_r(t)$ посредством соотношения:

$$R_{\text{ср}} = \int_0^\infty t f_r(t)dt\,. \tag{34}$$

Величина $R_{ср}$ может быть введена также с помощью подхода Гиббса как среднее по ансамблю.

Интенсивностью восстановления μ называют величину:

$$\mu = 1 / R_{ср}\,. \tag{35}$$

В рамках подхода Гиббса ее следует интерпретировать как отношение числа объектов ансамбля, восстановленных в единицу времени, к общему числу объектов, отказавших к рассматриваемому моменту времени.

В соответствии со смыслом плотности распределения вероятности времени восстановления функция

$$P_r(t) = \int_0^t f_r(x)dx \tag{36}$$

задает вероятность того, что время восстановления работоспособности объекта не превзойдет величины t. Функцию $P_r(t)$ называют **вероятностью восстановления работоспособного состояния**. Параметры $R_{ср}$ и $P_r(t)$ являются основными показателями ремонтопригодности объектов химической промышленности.

Для еще одной составляющей надежности – долговечности – численные характеристики также могут быть выражены двумя способами: через плотность распределения вероятности соответствующей случайной величины и как результат осреднения по ансамблю Гиббса. В качестве случайной величины при оценке долговечности системы выступает суммарная наработка L от начала эксплуатации объекта до перехода в предельное состояние. На оси суммарной наработки (рисунок 3) значение L равно сумме значений T_i за весь период эксплуатации данного оборудования.

Для химико-технологической аппаратуры предельное состояние обычно связано с износом или разрушением базовых элементов, таких как корпуса аппаратов, рабочие поверхности в теплообменниках, массообменные устройства и т.п. Выход из строя этих элементов приводит к необходимости прекращения эксплуатации всей системы вследствие соображений безопасности или неустранимого отклонения рабочих параметров от заданных величин.

Если известна плотность $f_L(t)$ распределения вероятности случайной величины L для конкретной системы, то ее **средним ресурсом** называют величину:

$$L_{\text{ср}} = \int_0^\infty t f_L(t)dt\,, \tag{37}$$

которая, в соответствии с определением, является математическим ожиданием величины L.

Другим показателем долговечности служит гамма-процентный ресурс L_γ, определяемый из соотношения:

$$\int_{L_\gamma}^\infty f_L(t)dt = \frac{\gamma}{100}\ . \tag{38}$$

Здесь γ — вероятность, выраженная в процентах, с которой данная система не достигнет предельного состояния до того момента, как суммарная наработка не станет равной L_γ.

Наконец, третьим показателем долговечности служит **средний срок службы** системы. Этот показатель является числовой характеристикой еще одной случайной величины — календарной продолжительности периода от начала эксплуатации системы до ее перехода в предельное состояние. Средний срок службы представляет собой математическое ожидание этой величины. Он вычисляется с помощью формулы вида (37) по соответствующей плотности распределения вероятности.

Рассмотренные показатели долговечности очень наглядны в рамках подхода Гиббса. Так, средний ресурс совпадает со средним арифметическим ресурсов всех представителей ансамбля Гиббса. Аналогичный смысл имеет средний срок службы. В свою очередь гамма-процентный ресурс определяет такое значение суммарной наработки L_γ, которое делит ансамбль Гиббса на две части. Причем доля представителей ансамбля с суммарной наработкой, превышающей L_γ, равна γ / 100, а доля элементов ансамбля с суммарной наработкой менее L_γ составляет величину 1-γ / 100.

Числовые характеристики сохраняемости – **средний срок сохраняемости** и **гамма-процентный срок сохраняемости** – определяются аналогично соответствующим показателям долговечности. Смысл этих характеристик также аналогичен. Отметим здесь, что и показатели долговечности и показатели сохраняемости определяются одинаково для восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов.

Все числовые характеристики, рассмотренные выше, относятся к единичным показателям надежности, поскольку они дают количественную оценку только одной составляющей надежности объекта. Как уже отмечалось, иногда удобно использовать комплексные показатели надежности, которые характеризуют не менее двух аспектов надежности. Простейшим комплексным показателем служит **норма восстановления** ν, которая определяется равенством:

$$\nu = R_{ср} / T_{ср} \,. \tag{39}$$

Очевидно, что норма восстановления в среднем характеризует соотношение между длительностью восстановительных ремонтных работ на графике эксплуатации системы и периодов безотказной работы.

Другим комплексным показателем надежности является **коэффициент готовности**:

$$К = \frac{T_{ср}}{T_{ср} + R_{ср}} = \frac{1}{1+\nu} \,. \tag{40}$$

Смысл этого показателя также очевиден: он служит средней оценкой суммарной продолжительности нормального функционирования оборудования за определенный период его эксплуатации. Если периоды планового технического обслуживания и профилактических работ непродолжительны, то коэффициент готовности приближенно равен вероятности того, что система окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени.

1.2.5. Основные законы распределения вероятности отказов

Определение численных значений показателей надежности оборудования существенно упрощается в тех случаях, когда известен закон распределения случайных величин, относящихся к соответствующим составляющим надежности. Напомним, что оценки безотказности основаны на анализе наработки между отказами, оценки ремонтопригодности – на анализе времени восстановления работоспособности, оценки долговечности – на анализе суммарной наработки и, наконец, оценки сохраняемости исходят из анализа календарной продолжительности хранения или транспортирования. Конкретный вид закона распределения может быть получен в результате моделирования тех физических и физико-химических явлений, которые приводят к отказу, или просто постулирован с учетом опыта эксплуатации аналогичных объектов. При исследовании надежности объектов промышленности используется, как правило, четыре вида законов распределения. Рассмотрим их применительно к расчету показателей безотказности.

Экспоненциальный закон распределения

Ранее отмечалось, что при определенных условиях основная часть всего срока эксплуатации большинства систем протекает в режиме, когда параметр потока отказов ω остается приближенно постоянным. При этом численное значение параметра ω совпадает со значением интенсивности отказов λ. Последний параметр связан с вероятностью безотказной работы (при λ = const):

$$P(t) = e^{-\lambda t}\,. \tag{41}$$

Для функции распределения и плотности распределения вероятности наработки между отказами соответственно получим:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{и} \qquad f(t) = \lambda e^{-\lambda t}\,. \tag{42}$$

Явный вид этих функций задает интегральную и дифференциальную формы **экспоненциального закона распределения наработки** и позволяет вычислить любой показатель безотказности. Численное значение средней наработки на отказ может быть найдено:

$$\mathrm{T}_{\text{ср}} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t}\, dt = \frac{1}{\lambda}\,. \tag{43}$$

Параметр λ в экспоненциальном законе распределения равен числу отказов в единицу времени (в год или в час в зависимости от того, в каких единицах выражена $\mathrm{T}_{\text{ср}}$).

Оценим вероятность отказа при значении наработки t, равном средней наработке на отказ. Из равенства (42) при $t = \mathrm{T}_{\text{ср}}$ с учетом (43) имеем:

$$F(T_{\text{ср}}) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{T}_{\text{ср}}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} = 0{,}63\,.$$

Таким образом, 63 % всех отказов объектов, безотказность которых описывается экспоненциальным законом, возникает при $t < \mathrm{T}_{\text{ср}}$, а оставшиеся 37 % отказов происходят позднее. Такого рода объекты с высокой степенью надежности могут работать весьма непродолжительное время.

Объекты с экспоненциальным законом распределения наработки основное время своего функционирования работают с достаточно низкой надежностью. Другими словами, отказы таких объектов при малых значениях наработки весьма вероятны. В этих случаях значения дисперсии наработки Т должны быть значительны. Вычислим дисперсию D(T) ($M(T) = \mathrm{T}_{\text{ср}} = \lambda^{-1}$), имеем:

$$D(T) = \int_0^\infty (t - T_{\text{ср}})^2 \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda^2} = T_{\text{ср}}^2\,.$$

Среднее квадратичное отклонение σ(T) и коэффициент вариации ν(T) равны:

$$\sigma(\mathrm{T}) = \sqrt{D(T)} = T_{\text{ср}} \quad \text{и} \quad \nu(\mathrm{T}) = \frac{\sigma(\mathrm{T})}{\mathrm{M(T)}} = 1 \tag{44}$$

Надежность таких объектов является весьма низкой, несмотря на то, что значения средней наработки на отказ могут быть весьма значительны.

Из всего вышесказанного вытекает естественный вывод: при разработке сложных объектов производств следует избегать включения в их состав элементов, имеющих экспоненциальное распределение наработки между отказами. Однако последовать этим рекомендациям удается далеко не всегда, так как некоторые виды отказов по своей природе неизбежно приводят к экспоненциальному характеру распределения времени безотказной работы. В частности, этим свойством обладают внезапные отказы, обусловленные резким изменением какого-либо параметра (например, механической нагрузки), при котором его значение превысит допускаемый уровень.

Преимущества экспоненциального распределения не ограничиваются его справедливостью для внезапных отказов. В силу математической простоты это распределение удобно использовать при сравнении надежности нескольких возможных вариантов технологического оборудования на стадии проектирования, а также для приближенной оценки показателей безотказности.

Нормальный закон распределения

В большинстве случаев, как отмечалось ранее, отказ является следствием сочетания целого ряда независимых факторов, имеющих случайный характер. При этом с точки зрения теории вероятности случайная величина наработки представляет собой сумму большого числа независимых случайных величин. Тогда, согласно так называемой предельной теореме, при выполнении довольно общих условий такая случайная величина подчиняется закону распределения, дифференциальная форма которого имеет вид:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}} . \tag{45}$$

Закон распределения, представленный соотношением (45), называется нормальным. Он является примером того, как достаточно общие положения теории вероятностей позволяют найти явный вид плотности распределения вероятности наработки. Нормальный закон включает два параметра: a и σ. Их влияние на функцию f(t) иллюстрирует рисунок 5. Параметр a совпадает с математическим ожиданием наработки T, а параметр σ — со средним квадратичным отклонением величины T:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = a\,; \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(t-a)^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = \sigma^2 \tag{46}$$

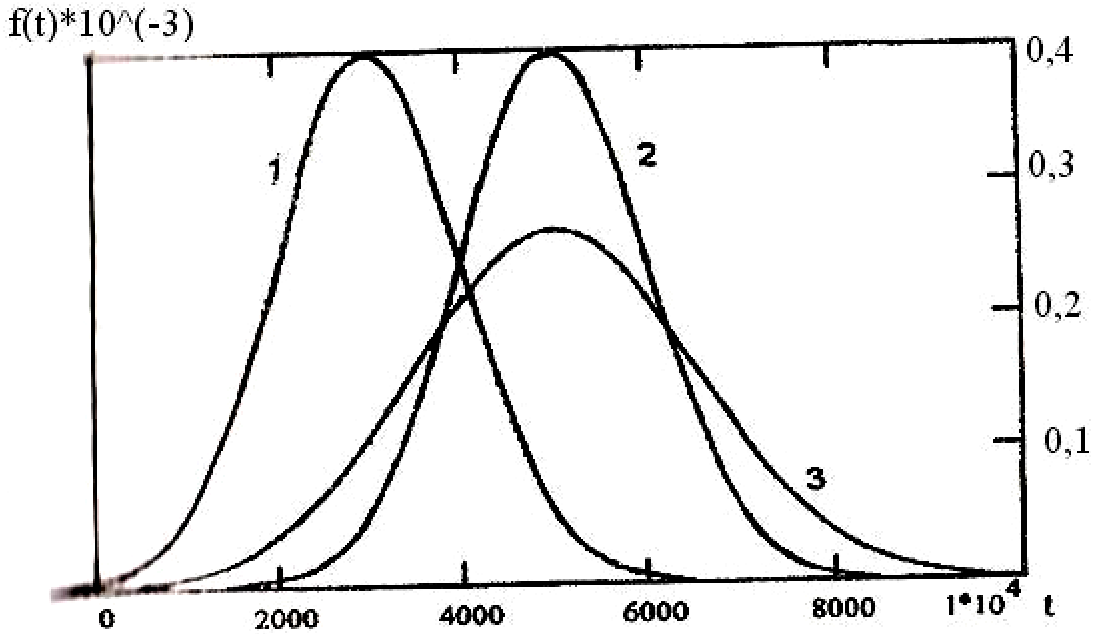


Рисунок 5 – Плотность распределения вероятности отказа при нормальном законе распределения наработки. Значения параметров распределения:
1) $a = 3 \cdot 10^3$; $\sigma = 10^3$;
2) $a = 5 \cdot 10^3$; $\sigma = 10^3$;
3) $a = 5 \cdot 10^3$; $\sigma = 1{,}6 \cdot 10^3$.

При вычислении обоих интегралов используется подстановка:

$$u = (t - a) / \sigma \,, \tag{47}$$

которая с точностью до сомножителя приводит интегралы (46) к уже знакомому виду, связанному с интегральной функцией Лапласа.

Величина u, определяемая соотношением (47), называется квантилью нормального распределения. При конкретных значениях параметров a и σ она позволяет для нахождения вероятности отказа оборудования за определенный промежуток времени вместо трудоемких вычислений пользоваться табличными значениями интегральной функции Лапласа.

Действительно, пусть требуется найти вероятность отказа объекта, наработка которого описывается распределением (45), в течение периода $(t_1; t_2)$. Искомая вероятность определяется формулой (24). С учетом взаимосвязи между функцией распределения F(t) и плотностью f(t) распределения вероятности эта формула примет вид:

$$P\{t_1 < T < t_2\} = F(t_2) - F(t_1) = \int_{t1}^{t2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt.$$

Замена переменной (47) позволяет записать:

$$P\{t_1 < T < t_2\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u1}^{u2} e^{\frac{-u^2}{2}} du = \Phi(u_2) - \Phi(u_1)\,, \qquad (48)$$

$u_1 = (t_1 - a) / \sigma$;

$u_2 = (t_2 - a) / \sigma$;

где Ф(u) – интегральная функция Лапласа. Таким образом, при известных значениях параметров a и σ вычисление вероятности отказа сводится к использованию табличных значений по известным значениям квантилей.

Количественные оценки показателей надежности просты в тех случаях, когда наработка системы имеет нормальный закон распределения. Однако это распределение, также как и экспоненциальный закон, не лишено недостатков. Один из них связан с невыполнением основного условия предельной теоремы, из которой вытекает нормальное распределение суммы большого числа независимых случайных величин. Согласно этому условию, ни одна из случайных величин не должна иметь доминирующего характера. На практике, наоборот, часто оказывается, что какой-то фактор является определяющим.

Второй недостаток нормального распределения для количественного описания составляющих надежности обусловлен тем, что оно определено на всей числовой оси (-∞; +∞), тогда как величина наработки или время восстановления работоспособности — сугубо положительные величины. Указанное несоответствие влияет на точность расчетов тем больше, чем больше значение коэффициента вариации $\nu = \sigma / a$. Если, однако, его величина не превосходит 1/3, вносимая в расчеты погрешность невелика (менее 0,135 %).

Логарифмически нормальный закон распределения

Для того чтобы устранить второй из отмеченных недостатков нормального распределения, последнее несколько видоизменяют. Одной из таких модификаций является логарифмически нормальное распределение, описывающее случайную величину (в нашем случае — наработку), логарифм которой распределен по нормальному закону:

$$f(t) = \frac{1}{t\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(\ln t - a)^2}{2\sigma^2}}\,. \qquad (49)$$

Здесь параметры a и σ представляют собой математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение логарифма наработки соответственно. При этом величина t в силу свойств логарифма может принимать уже только положительные значения.

Вычисление вероятностных интегралов с использованием функции (49) в качестве плотности распределения вероятности вновь можно свести к интегральной функции Лапласа с помощью подстановки:

$$u = (\ln t - a) / \sigma . \tag{50}$$

Поэтому логарифмически нормальный закон столь же удобен при расчетах показателей надежности, как и нормальный закон.

Распределение Вейбулла

Особенностью анализа надежности объектов промышленности является наличие очень скудных данных, касающихся показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности типового оборудования. Поэтому при эксплуатации достаточно сложных систем часто возникает ситуация, когда какие-либо обоснованные соображения относительно закона распределения наработки конкретного объекта просто отсутствуют. В этих условиях удобно оперировать такой функцией распределения наработки, которая за счет варьирования параметров могла бы аппроксимировать различные законы распределения. Такой гибкостью обладает закон распределения Вейбулла, имеющий следующее выражение для плотности распределения вероятности:

$$f(t) = abt^{b-1}e^{-at^b}, \;\; t \geq 0 \;\; , \tag{51}$$

где a, b – параметры распределения. Параметр b называют параметром формы, а параметр a – параметром масштаба. При b = 1 распределение Вейбулла совпадает с экспоненциальным законом распределения, а при b = 3,3 распределение Вейбулла близко к нормальному. Влияние параметров a и b на вид функции f(t) иллюстрирует рисунок 6.

Функция распределения F(t) наработки на отказ, связанная с плотностью распределения вероятности f(t) посредством соотношения (18), для закона Вейбулла имеет вид:

$$F(t) = \int_0^t \mathrm{f(t)dt} = 1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{at^b}}$$

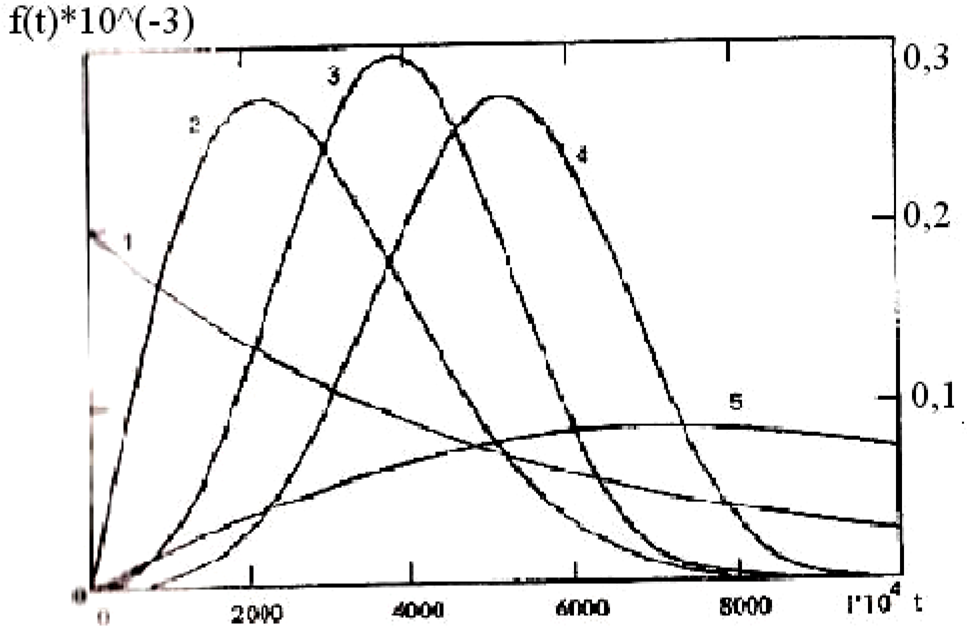


Рисунок 6 – Плотность распределения вероятности отказа при законе Вейбулла. Значения параметров распределения:

1) $a = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$; b = 1;
2) $a = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$; b = 2;
3) $a = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$; b = 2;
4) $a = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$; b = 2;
5) $a = 0{,}2 \cdot 10^{-3}$; b = 4.

Вероятность P(t) безотказной работы объекта задается выражением:

$$P(t) = e^{-at^b}. \qquad (52)$$

Универсальность распределения Вейбулла позволяет путем выбора соответствующих значений параметров формы и масштаба легко обобщить результаты испытаний по надежности объектов различных типов. Методы обработки результатов испытаний будут рассмотрены далее.

1.3 Анализ надежности технических систем

1.3.1 Особенности технических систем как объектов исследования надежности

Под определение технической системы подпадают все виды оборудования, отдельные аппараты и установки, технологические линии и комплексы, целые предприятия и даже отрасли промышленности. По отношению к каждому из перечисленных объектов может быть поставлен вопрос о надежности его функционирования. Но прежде чем проводить количественные оценки составляющих надежности системы, следует выделить основные отличительные особенности объектов промышленности.

В первую очередь необходимо отметить, что большинство элементов технических систем относятся к изделиям, которые серийно не выпускаются. Это обстоятельство чрезвычайно осложняет процесс накопления статистических данных относительно типов, причин и характера отказов при эксплуатации конкретного оборудования. Кроме того, основные методы испытаний на надежность в этих условиях неприменимы.

Во-вторых, практически любая система состоит из большого числа взаимосвязанных составных частей, каждая из которых выполняет конкретную функцию работоспособности, соответствующую ее назначению. Поэтому оборудованию характерно огромное количество критериев отказов как функциональных, так и параметрических.

В-третьих, работе технических установок присущи тяжелые режимы функционирования, связанные с переработкой высоко-агрессивных веществ в условиях высоких температур и давлений. В результате оборудование испытывает постоянные нагрузки механической, физико-химической и химической природы. При этом техническая диагностика и контроль состояния элементов системы сильно затруднены, так что весь срок эксплуатации оборудования проходит, как правило, при отсутствии полной информации об его техническом состоянии. По этой причине даже постепенные отказы в большинстве случаев для работников предприятия оказываются неожиданными.

Важной особенностью объектов промышленности с точки зрения надежности является их высокая потенциальная опасность, что обусловлено целым комплексом поражающих факторов: отравление и заражение химически опасными веществами, тепловое излучение и воздействие взрывных волн. Отказы технических систем могут привести к значительным экономическим и экологическим последствиям с многочисленными человеческими жертвами.

Аварии и катастрофы принято подразделять на классы (рисунок 7).

Наиболее существенной особенностью объектов промышленности с точки зрения их надежности является большое числе причин возникновения отказов, которое в сочетании с многообразием критериев отказов делает почти невозможной их классификацию. Еще больше осложняет дело то обстоятельство, что отказы систем, как правило, представляют собой результат целой цепочки причинно-следственных событий, проследить которую зачастую бывает непросто. Тем не менее, в большинстве случаев все отказы технических систем укладываются в схему, приведенную на рисунке 8.

Класс	Тип	Признак			
		Зона охвата	Периодичность	Число жертв и пострадавших	Экономич потери
К1	Глобальные	Сопредельн. страны	30 – 40 лет	100 000	10^{11} $
К2	Национальные	Страна	10 – 15 лет	10 000	10^{10} $
К3	Региональные	Республика, край, область	1 – 5 лет	1 000	10^{9} $
К4	Местные	Город, район	1 – 6 месяцев	100	10^{7} $
К5	Объектовые (локальные)	Зона объекта	1 – 30 дней	1 - 100	10^{5} –10^{6} $

Рисунок 7 – Классификация аварий и катастроф

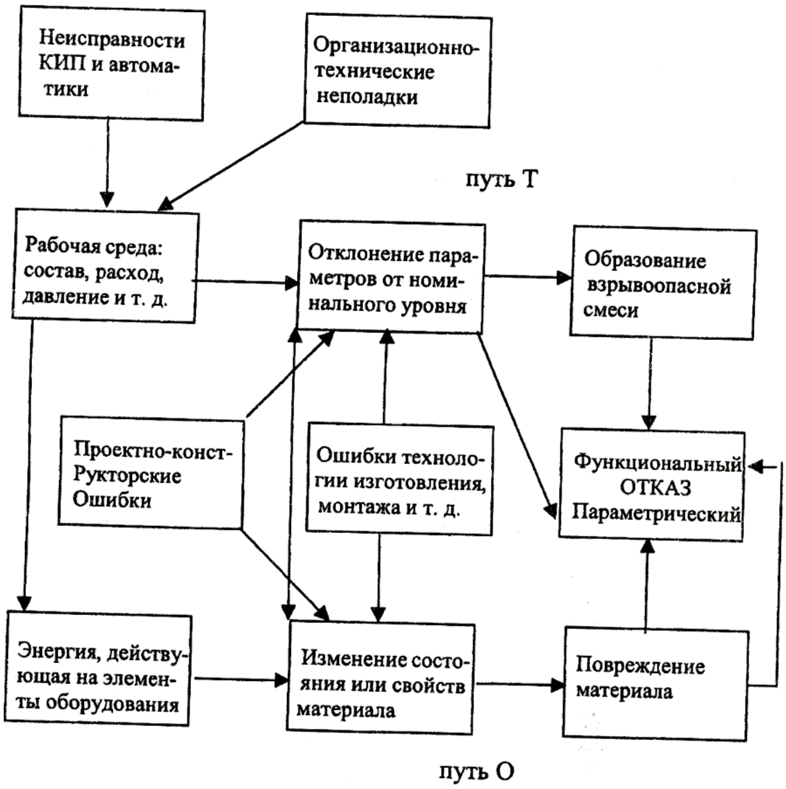


Рисунок 8 – Блок-схема возникновения отказов

Согласно данной схеме, к отказам ведут два различных пути. Первый путь (на схеме – путь Т) связан с отклонением **технологических** параметров рабочей среды от проектного расчетного уровня. Второй путь (на схеме – путь О) приводит к отказу через потерю **работоспособности оборудования**.

Любое технологическое производство представляет собой последовательность типовых процессов технологии. Поэтому интенсивность отказов на пути Т (назовем их условно **технологическими отказами)** зависит от типа физико-химических процессов, вида перерабатываемых веществ, уровня значений рабочих параметров, влияния примесей, дисперсности материала и т.д.

Учитывая многочисленность и разнообразие перечисленных факторов, можно указать несколько сотен причин технологических функциональных и параметрических отказов для не самого сложного производства. Классификация отказов с таким обилием позиций расставляет однородные явления по своим местам, но не выполняет своей главной задачи: обеспечение помощи при разработке мер по предотвращению отказов.

Возникновение отказов на пути О (**отказы оборудования**) обусловлено воздействием на составные части системы разрушающих факторов: механических нагрузок, сил трения, термонапряжений, коррозии и т.д. Интенсивность отказов оборудования (как внезапных, так и постепенных) зависит от типа, величины и масштаба разрушающих факторов. При этом дефекты технологической обработки и монтажа являются самостоятельным источником отказов или усиливают действие основных нагрузок.

Причин отказов оборудования ничуть не меньше, чем причин технологических отказов. При этом интенсивность первых для типового производства в 1,5-2,0 раза выше интенсивности вторых. Анализ литературных данных показывает, что доля технологических отказов (путь Т) составляет 30-35 % от общего числа отказов технических систем, на отказы оборудования (включая арматуру) приходится 50-55 %, на отказы КИП и автоматики – 10-15 %, а доля отказов по организационно-техническим причинам (прекращение подачи электроэнергии, греющего пара, охлаждающей воды, исходного сырья и т.д.) составляет 5-10 %.

Таким образом, надежность технических систем в большинстве случаев зависит от надежности применяемого оборудования.

Далее будут рассмотрены общие методы количественной оценки показателей надежности элементов технических систем. Эти методы позволяют найти численные значения показателей надежности, не анализируя причины отказов.

1.3.2 Оценка показателей надежности элементов технических систем по результатам испытаний

Одним из основных источников получения численных значений показателей надежности являются испытания. Испытания представляют собой подконтрольную работу определенного количества однотипных элементов оборудования, не имеющих конструктивных или других различий, изготовленных по единой технологии и испытываемых в идентичных условиях. Испытания проводятся на специальных стендах в соответствии с определенной программой, которая называется **планом испытаний**. При этом все подконтрольные образцы во все время испытаний должны работать вне периодов приработки и износа.

Понятие испытаний предполагает, что испытываемые изделия выпускаются в массовых количествах или серийно. В этих случаях существует возможность из большой партии однотипных элементов оборудования отобрать некоторое их число и подвергнуть их испытаниям, по результатам которых можно судить о характеристиках надежности всей партии. К элементам оборудования, выпускаемого серийно, можно отнести: трубопроводную арматуру, насосы и вентиляторы, некоторые типы теплообменников, электродвигатели, большинство измерительных приборов и т.п. Таким образом, показатели надежности перечисленного оборудования можно определить путем проведения испытаний с последующей обработкой полученных результатов.

Непосредственные задачи испытаний могут быть различны. Они зависят от полноты предварительной информации о надежности данного элемента технической системы, степени тяжести последствий его отказа, а также от реальных возможностей изготовителя оборудования, поскольку испытания на надежность, как правило, сложны и дороги.

Наиболее трудоемки те испытания, целью которых является определение явного вида закона распределения времени безотказной работы. В некоторых случаях вид закона распределения известен заранее. Тогда задачей испытаний может служить нахождение численных значений параметров распределения. В тех ситуациях, когда определение вида закона распределения невозможно или нецелесообразно, целью испытаний обычно является оценка простейших показателей надежности таких, например, как: средняя наработка на отказ, средний ресурс или среднее время восстановления рабочего состояния. Наконец, в ряде случаев необходимо с помощью испытаний убедиться, что фактический уровень надежности конкретного элемента системы не ниже заданного уровня. Задачи такого типа ставятся перед так называемыми контрольными испытаниями.

В зависимости от поставленных задач выбирается план испытаний на надежность. План устанавливает число объектов, участвующих в испытаниях, порядок их проведения (с восстановлением работоспособного состояния изделия после его отказа или его заменой новым или без восстановления и замены), а также критерий прекращения испытаний. Кроме того, планирование испытаний предусматривает задание относительной ошибки δ при оценке показателя надежности и доверительной вероятности q, определяющей уровень достоверности полученной оценки. Значения относительной ошибки и доверительной вероятности при оценке показателей надежности промышленных объектов регламентированы нормативными документами, которые также устанавливают несколько планов испытаний, различающиеся как объемом, так и порядком проведения.

При определении показателей надежности элементов технических систем обычно используются планы [NUN], [NUr], [NMr], [NUT] и [NMT]. В приведенный обозначениях первая буква в скобках указывает число объектов, участвующий в испытаниях. Вторая буква обозначает порядок их проведения (буква U указывает на то, что отказавшие во время тестирования объекты не восстанавливаются и не заменяются новыми; буква M – после каждого отказа работоспособность объекта восстанавливается и его подконтрольная работа возобновляется). Наконец, третья буква в обозначении плана определяет критерий прекращения испытаний: буква N – испытания завершаются после окончания тестирования всех N объектов; буква r – испытания завершаются, когда суммарное число отказов всех тестируемых объектов достигнет r; буква T – испытания завершаются по истечении заданного времени T.

Результаты испытаний являются исходными данными для получения количественных оценок показателей надежности. При этом состав и объем полученных результатов зависит от выбранного плана испытаний. Так, при плане [NUN] результаты испытаний представляют собой N значений случайной величины (наработки, ресурса, срока службы, времени восстановления, срока сохраняемости). При плане [NUr] или [NMr] исходными данными для оценок служат r значений случайной величины, а при планах [NUT] и [NMT] объем выборки равен числу значений случайной величины, полученных за время испытаний T.

Таким образом, в любом случае исходными данными для оценки показателей надежности служит некоторое число значений случайной величины, характеризующей соответствующую составляющую надежности. Задача состоит в том, чтобы с помощью этих значений найти некоторую статистическую величину (статистику) θ*, которую можно было бы с определенной степенью уверенности принять за значение θ искомого показателя. Данную статистическую величину называют точечной оценкой показателя надежности. Величина θ*, очевидно, является случайной величиной как функция нескольких случайных значений наработки, ресурса, времени восстановления и т.п. Поэтому для ее анализа можно использовать все основные характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсию, функцию распределения и т.д.

К точечным оценкам показателей надежности предъявляются определенные требования, вытекающие из практических соображений. Во-первых, оценка θ* истинного значения θ некоторого параметра надежности должна быть **несмещенной**. Это означает, что при любом объеме выборки, на основе которой получена величина θ*, ее математическое ожидание должно быть равно истинному значению параметра, т.е.:

$$M(\theta^*) = \theta \tag{53}$$

Например, для оценки величины средней наработки до отказа $T_{ср}$ испытывалось N идентичных невосстанавливаемых объектов, и в результате испытаний по плану [NUN] получены значения t_1, t_2, …, t_N наработки. Случайная величина

$$T^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \tag{54}$$

представляет собой среднее арифметическое величин t_1, t_2, …, t_N. Покажем, что математическое ожидание величины T* совпадает с величиной $T_{ср}$, которая является математическим ожиданием наработки T. Пользуясь свойствами математического ожидания, имеем:

$$M(T^*) = M\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i\right) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} M(t_i) = \frac{1}{N}\, N\, T_{ср} = T_{ср}$$

Таким образом, величина T*, определяемая равенством (54), служит несмещенной оценкой средней наработки до отказа $T_{ср}$, т.е. оценкой без постоянной (систематической) погрешности.

Помимо несмещенности, точечные оценки показателей надежности должны обладать свойством **состоятельности**. Состоятельность оценки θ* означает, что с увеличением объема выборки величина θ* все ближе приближается к истинному значению параметра θ. Более точно, оценка θ*, вычисленная на основе выборочных величин t_1, t_2, …, t_N, называется состоятельной, если вероятность $P\{|\theta^* - \theta| > \delta\} \to 0$ при $N \to \infty$, где δ – сколь угодно малое наперед заданное положительное число. При выполнении этого условия говорят, что оценка θ* сходится к истинному значению θ по вероятности. Из свойства состоятельности вытекает естественный вывод: чем точнее необходимо оценить некоторый показатель надежности, тем большее число выборочных величин нужно использовать при получении оценки и, следовательно, тем длительнее, масштабнее и дороже будут испытания.

Третье требование, предъявляемое к точечным оценкам показателелей надежности, связано с величиной возможного отклонения θ* от значения параметра θ. Оно состоит в том, что среди всех статистик, обладающих свойствами несмещенности и состоятельности, оценка θ* должна иметь минимальную дисперсию, т.е.

$$D(\theta^*) = M\{(\theta^* - \theta)^2\} = \min \quad (55)$$

Оценку θ* при этом называют **эффективной или наилучшей**.

Приведем здесь статистические величины, которые используются для точечной оценки основных показателей надежности по результатам испытаний. Оценка вероятности безотказной работы элемента системы за время t имеет вид:

$$P^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (56)$$

где N – количество объектов, участвующих в испытаниях; n(t) – число объектов, у которых в интервале времени (0; t) произошел отказ. Соотношение (56) может использоваться как при плане испытаний [NUN], так и при плане [NMr]. В последнем случае N равно суммарному числу отказов r, а n(t) – числу отказов по всем тестируемым объектам, возникших в моменты времени $\tau < t$ после восстановления их работоспособного состояния.

Для вероятности отказа за время t используется следующая статистическая величина:

$$F^*(t) = \frac{n(t)}{N} \quad (57)$$

с тем же смыслом численных значений N и n(t). Как и следовало ожидать, статистики P*(t) и F*(t) удовлетворяют соотношению, связывающему вероятность отказа и вероятность безотказной работы.

Плотность распределения вероятности отказа количественно оценивается величиной:

$$f^*(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N\Delta t}, \quad (58)$$

где Δt – величина интервалов, на которые разбит исследуемый промежуток времени. Заметим, что оценка $f^*(t)$ полностью согласуется со смыслом функции $f(t)$ в интерпретации подхода Гиббса. Более того, сама постановка испытаний, требующая идентичности тестируемых объектов и идентичности условий их функционирования, полностью следует схеме построения ансамбля Гиббса. Разница состоит лишь в том, что ансамбль Гиббса содержит, вообще говоря, неограниченное число объектов, тогда как число объектов в испытаниях при заданных относительной ошибке δ и доверительной вероятности q стремятся минимизировать.

Точно так же согласуется с подходом Гиббса оценка интенсивности отказов для невосстанавливаемых элементов системы:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{(N - n(t))\Delta t} \tag{59}$$

и оценка параметра потока отказов для восстанавливаемых объектов:

$$\omega^*(t_\Sigma) = \frac{n(t_\Sigma + \Delta t_\Sigma) - n(t_\Sigma)}{N - \Delta t_\Sigma} \quad . \tag{60}$$

В соотношениях (59) и (60) t и t_Σ – наработка и суммарная наработка тестируемых объектов соответственно. Средние значения продолжительности восстановления, ресурса и срока сохраняемости оцениваются с помощью статистик вида (54), в которых участвуют соответствующие выборочные значения.

Рассмотрим оценку дисперсии величин, относящихся к отдельным составляющим надежности. Пусть T – одна из таких величин (например, наработка, ресурс или срок службы) и t_1, t_2, …, t_N – значения случайной величины T, полученные в испытаниях. Исходя из смысла дисперсии случайной величины, степень ее рассеивания относительно среднего значения естественно характеризовать величиной:

$$Д^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - T^*)^2 \ , \tag{61}$$

где T* – выборочное среднее, рассчитанное по формуле (54). С помощью несложных преобразований, исключив выборочное среднее T*, представим статистику Д* в виде:

$$Д^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left((t_i - Т_{ср}) - (Т^* - Т_{ср})\right)^2 =$$
$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(t_i - Т_{ср}\right)^2 - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - Т_{ср})\right)^2 . \qquad (62)$$

Здесь $Т_{ср}$ — математическое ожидание случайной величины Т.

Статистическая величина Д*, также как и оценка Т*, является случайной величиной. Найдем ее математическое ожидание, пользуясь его свойствами и представлением (62):

$$M(Д^*) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} M\left(\left(t_i - Т_{ср}\right)^2\right) - \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} M\left((t_i - Т_{ср})^2\right)$$
$$- \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j\neq i} M\left(\left(t_i - Т_{ср}\right)\left(t_j - Т_{ср}\right)\right) .$$

Последнее слагаемое в силу независимости испытаний и свойства 3 математического ожидания равно нулю, т.к.:

$$M\left(\left(t_i - Т_{ср}\right)\left(t_j - Т_{ср}\right)\right) = M\left(t_i - Т_{ср}\right)M\left(t_j - Т_{ср}\right) = 0 .$$

Поэтому

$$M(Д^*) = D(T) - \frac{1}{N}D(T) = \frac{N-1}{N}D(T). \qquad (63)$$

Полученный результат позволяет сделать вывод, что статистическая величина Д*, определяемая формулой (61), не является несмещенной оценкой дисперсии случайной величины Т. Она дает систематическую погрешность, равную – D(T) / N. Для того чтобы получить несмещенную оценку для D(T), необходимо вместо Д* составить статистическую величину следующего вида:

$$D^* = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - T^*)^2 \ . \qquad (64)$$

Между величинами Д* и D* имеет место равенство:

$$D^* = \frac{N}{N-1}Д^* \ . \qquad (65)$$

Тогда с учетом (63) получим:

$$M(D^*) = D(T) \ . \qquad (66)$$

Таким образом, несмещенной оценкой дисперсии наработки, ресурса, срока службы и т.п. служит величина D*, вычисляемая согласно соотношению (64). Со своей стороны статистика Д* представляет собой меру рассеяния выборочных значений относительно T*. С учетом связи (65) между статистиками D* и Д* видно, что при больших N они практически совпадают. Однако при малых объемах выборки t_1, t_2, …, t_N для оценки дисперсии D(T) следует применять статистику D*.

Пожалуй, самыми важными свойствами статистических оценок являются их точность и достоверность. Состоятельность оценки гарантирует, что с увеличением объема выборки N вероятность существенной погрешности при определении показателя надежности стремится к нулю. Однако, на вопрос, на сколько быстро это происходит, свойство состоятельности ответа не дает. Между тем, при любых испытаниях важно знать, каким должно быть N, чтобы с заданной вероятностью была обеспечена заданная точность оценки. Для задания точности оценки и ее достоверности, определяющих при известном плане испытаний объем выборки, задаются относительная ошибка δ и доверительная вероятность q.

Доверительной вероятностью оценки θ* называется вероятность

$$\text{P}\{|\theta^* - \theta| < \varepsilon\} = q \ , \qquad (67)$$

с которой осуществляется неравенство $|\theta^* - \theta| < \varepsilon$. При этом число ε называется точностью оценки. Относительная ошибка δ определяется по формуле:

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\theta} = \frac{|\theta^* - \theta|}{\theta} \ . \qquad (68)$$

Значения величин δ и q при планировании испытаний стандартизованы. Относительную ошибку выбирают из ряда: 0,05; 0,10; 0,15; 0,20. Доверительную вероятность полагают равной одному из следующих чисел: 0,80; 0,90; 0,95; 0,99. Очевидно, что точность и достоверность оценки взаимосвязаны: с увеличением точности достоверность оценки уменьшается. На практике это означает простую истину: чем больше точности приписывается некоторым данным, тем меньше оснований им верить.

Соотношение (67) можно записать в виде:

$$\mathrm{P}\{\theta^* - \varepsilon < \theta < \theta^* + \varepsilon\} = q \ . \tag{69}$$

Отсюда видно, что величину P, определяемую равенствами (67) и (69), можно рассматривать как вероятность, с которой истинное значение оцениваемого показателя попадает в интервал (θ^*-ε, θ^*+ε). Указанный интервал называется **доверительным**, а равенство (69) интерпретируют следующим образом: доверительный интервал **накрывает показатель** θ достоверностью q.

Очень часто при оценке надежности элементов технической системы интерес представляет лишь одна из границ доверительного интервала. Например, при оценке вероятности безотказной работы технологического аппарата в течение некоторого промежутка времени важно знать нижнюю границу доверительного интервала. Наоборот, при оценке среднего времени восстановления степень надежности характеризуется верхним пределом доверительного интервала. Показатели первого типа, значение которых увеличивается при повышении надежности, называют **позитивными**. К ним относятся средняя наработка на отказ, гамма-процентный ресурс, средний срок сохраняемости и т.д. Показатели второго типа, значение которых уменьшается с увеличением надежности, называют **негативными**. Здесь следует указать интенсивность отказов и параметр потока отказов.

Из сказанного ясно, что оценка действительного значения показателя надежности может быть двух типов. Точечная оценка предполагает, что истинным значением показателя является наивероятнейшее значений соответствующей статистики. При интервальной оценке указывается интервал, в пределах которого находится действительное значение показателя. Длина интервала и расположение его границ на числовой оси – случайные величины. Однако, с вероятностью, равной значению доверительной вероятности, указанный интервал содержит искомое значение.

Величина доверительного интервала, значение односторонних доверительных пределов и точность любой оценки зависят от объема выборки N, с помощью которой получена эта оценка. Выведем строгое количественное соотношение между указанными параметрами на примере нормально распределенной случайной величины T, характеризующей одну из составляющих надежности. Дифференциальный закон распределения такой величины задается ранее приведенной формулой (45). При этом параметр a

распределения (45) имеет смысл математического ожидания $T_{ср}$ случайной величины T, а параметр σ – смысл среднего квадратичного отклонения $\sqrt{D(T)}$. Рассмотрим случай, когда значение дисперсии D(T) известно, так что целью испытаний является оценка параметра a. Методы оценки показателей надежности при известном законе распределения называются параметрическими. Таким образом, рассматриваемый случай основан на параметрическом методе оценки.

Несмещенной состоятельной оценкой параметра a является, очевидно, случайная величина T*, определяемая равенством (54), в котором t_1, t_2, …, t_N – значения случайной величины T, полученные в испытаниях. Статистика T* как сумма N нормально распределенных случайных величин также подчиняется нормальному закону распределения, причем M(T*) = a в силу несмещенности оценки T*. Найдем дисперсию случайной величины T*, используя общие свойства дисперсии. С учетом (54) имеем:

$$D(T^*) = D\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i\right) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N} D(t_i) = \frac{1}{N^2}N\sigma^2 = \frac{1}{N}\sigma^2 \ . \qquad (70)$$

Таким образом, статистика T* распределена по нормальному закону с параметрами a и $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$. Следовательно, плотность распределения вероятности величины T* имеет вид:

$$f(T^*) = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{N(T^*-a)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (71)$$

По известной плотности распределения f(T*) вероятность P{|T* - a| < ε} может быть вычислена с помощью формулы:

$$\mathrm{P}\{|\mathrm{T}^* - \mathrm{a}| < \varepsilon\} = \int_{a-\varepsilon}^{a+\varepsilon} f(\mathrm{T}^*) dT^* \ .$$

Замена переменной y = $\frac{\sqrt{N}(\mathrm{T}^* - \mathrm{a})}{\sigma}$ с учетом (71) дает:

$$\mathrm{P}\{|\mathrm{T}^* - \mathrm{a}| < \varepsilon\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\varepsilon\sqrt{N}}{\sigma}}^{\frac{\varepsilon\sqrt{N}}{\sigma}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{\mathrm{N}}}{\sigma}\right). \qquad (72)$$

Здесь Φ(x) – интегральная функция Лапласа, определенная ранее. Задаваясь величиной доверительной вероятности q в формуле (67), по таблицам для функции Φ(x) можно найти значение аргумента *x*, при котором Φ(x) = 0,5q. Тогда из соотношения $x = \frac{\varepsilon\sqrt{N}}{\sigma}$ нетрудно найти объем выборки N по заданной точности ε оценки параметра *a*, либо, наоборот, может быть найдена точность оценки математического ожидания случайной величины T при тестировании N объектов.

Ширина доверительного интервала зависит от степени достоверности оценки. Чаще всего при проведении испытаний величина D(T) неизвестна. С помощью формулы (64) по результатам испытаний можно составить только несмещенную оценку D* для дисперсии D(T). Введем случайную величину τ посредством соотношения:

$$\tau = \frac{\sqrt{N}(T^* - a)}{\sqrt{D^*}} \quad . \qquad (73)$$

Случайная величина τ является функцией двух случайных величин: T* и D*, которые в свою очередь зависят от N значений нормально распределенной случайной величины T. Величина τ уже не подчиняется нормальному закону распределения. Она имеет так называемое **распределение Стьюдента**. Распределение Стьюдента не зависит от параметров *a* и σ распределения случайной величины T, а зависит только от объема выборки N, на основе которой вычисляются оценки T* и D*. Дифференциальная форма распределения Стьюдента имеет вид:

$$s_N(\tau) = \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\sqrt{\pi(N-1)}\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}(1 + \frac{\tau^2}{N-1})^{-\frac{N}{2}} \ . \qquad (74)$$

Здесь Γ(x) – гамма-функция, играющая важную роль во многих разделах высшей математики.

По известной плотности распределения $s_N(\tau)$ случайной величины τ можно найти вероятность P {|τ| < ε}:

$$\mathrm{P}\,\{|\tau| < \varepsilon\} = \mathrm{P}\left\{\frac{\sqrt{N}\,|T^* - a|}{\sqrt{D^*}} < \varepsilon\right\} = \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} s_N(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 2\int_0^{\varepsilon} s_N(\tau)\mathrm{d}\tau = \mathrm{S_N}(\varepsilon). \, (75)$$

Для функции $S_N(\varepsilon)$, зависящей от двух переменных N и ε, составлены таблицы. При значениях N > 20 закон распределения Стьюдента практически не отличается от нормального закона, поэтому для выборки большого объема $S_N(\varepsilon) \approx 2\Phi(\varepsilon)$.

Схема использования таблиц распределения Стьюдента точно такая же, как и таблиц значений интегральной функции Лапласа. Пусть задана доверительная вероятность q, с которой необходимо оценить истинное значение $T_{ср}$ (параметр a в законе распределения случайной величины T). Согласно (69) и (75) имеем:

$$P\{|\tau| < \varepsilon\} = P\{-\varepsilon < \tau < \varepsilon\} = S_N(\varepsilon) = q \ . \quad (76)$$

Но неравенство $-\varepsilon < \tau < \varepsilon$ в силу определения (73) случайной величины τ равносильно неравенству:

$$T^* - \varepsilon\sqrt{\frac{D^*}{N}} < a < T^* + \varepsilon\sqrt{\frac{D^*}{N}} \ , \quad (77)$$

которое определяет границы доверительного интервала для $T_{ср}$ в зависимости от требуемой точности оценки ε и объема выборки N при заданной доверительной вероятности q.

Иногда по результатам испытаний нужно оценить не только математическое ожидание, но и дисперсию случайной величины. Выше было показано, что несмещенной оценкой дисперсии D(T) является случайная величина D*, определяемая равенством (64). Соответственно истинным значением среднего квадратичного отклонения и его оценкой служат величины $\sigma = \sqrt{D(T)}$ и $\sigma^* = \sqrt{D^*(T)}$. Точность оценки ε, как и прежде, задается неравенством $|\sigma^* - \sigma| < \varepsilon$. В терминах относительной ошибки δ это неравенство можно записать в виде:

$$\left|1 - \frac{\sigma}{\sigma^*}\right| < \delta \quad (78)$$

или

$$\frac{\sqrt{N-1}}{1+\delta} < \frac{\sigma^*\sqrt{N-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{N-1}}{1-\delta} \ . \quad (79)$$

Введем случайную величину χ:

$$\chi = \frac{\sigma^* \sqrt{N-1}}{\sigma} \quad , \tag{80}$$

которая связывает оценочное и действительное значения среднего квадратичного отклонения. Тогда истинное и оценочное значения дисперсии случайной величины T будут связаны посредством величины χ^2:

$$\chi^2 = \frac{(N-1)D^*}{D} \quad . \tag{81}$$

Распределение статистики χ^2, так же как и случайной величины τ (73), полностью определяется объемом выборки N и не зависит от параметров распределения T. Плотность распределения вероятности случайной величины χ^2 имеет вид:

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{N-1}{2}} \Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)} (\chi^2)^{\frac{N-3}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}} \; . \tag{82}$$

Закон распределения (82) называют **распределением Пирсона** или χ^2-распределением. С его помощью нетрудно построить доверительный интервал для дисперсии или среднего квадратичного отклонения нормально распределенной случайной величины.

Вероятность выполнения неравенства (79) равна:

$$\mathrm{P}\left\{\frac{\sqrt{N-1}}{1+\delta} < \chi < \frac{\sqrt{N-1}}{1-\delta}\right\} = \mathrm{P}\left\{\frac{N-1}{(1+\delta)^2} < \chi^2 < \frac{N-1}{(1-\delta)^2}\right\} =$$

$$= \int_{\frac{N-1}{(1+\delta)^2}}^{\frac{N-1}{(1-\delta)^2}} f(\chi^2) d\chi^2 = \int_{\frac{\sqrt{N-1}}{1+\delta}}^{\frac{\sqrt{N-1}}{1-\delta}} f(\chi) d\chi = B_N(\delta) \quad . \tag{83}$$

Функция $B_N(\delta)$, зависящая от величины относительной ошибки и объема выборки, табулирована. По заданной доверительной вероятности значения функции $B_N(\delta)$ позволяют найти доверительный интервал для дисперсии или среднего квадратичного отклонения при испытании известного числа N объектов, а также определить необходимый объем выборки, который обеспечит количественную оценку дисперсии некоторой характеристики надежности с заданной точностью.

«Повышенное внимание» к нормальному закону распределения неслучайно. Он является предельным (при $N \to \infty$) для биноминального, Стьюдента, χ^2 и некоторых других распределений. Более того, согласно предельной теореме теории вероятностей, ему подчиняется сумма большого числа независимых случайных величин, имеющих любой характер распределения. Это обстоятельство позволяет обосновать многие методы количественного анализа показателей надежности, поскольку статистики, с помощью которых проводятся оценки, могут быть представлены в виде суммы N слагаемых.

Также особое место среди других законов распределения в теории надежности различных производств (хотя и по другим причинам) имеет экспоненциальный закон. В отличие от других распределений он включает всего лишь один параметр λ – интенсивность отказов, – величина которого непосредственно указывает на уровень надежности объекта. При экспоненциальном законе распределения наработки, ресурса или времени восстановления доверительный интервал для математического ожидания этой величины также определяется через χ^2-распределение.

Если случайная величина T (наработка, ресурс, время восстановления и т.д.) имеет логарифмически нормальное или распределение Вейбулла, то параметры этих распределений также могут быть оценены по результатам испытаний. Соответствующие соотношения для границ доверительных интервалов и необходимого объема выборки в зависимости от требуемой точности и уровня достоверности приведены в стандартах. Случай, когда вид распределения случайной величины T не известен, рассмотрен ниже.

1.3.3 Оценка показателей надежности по эксплуатационным данным

Основная часть оборудования не выпускается серийно. В первую очередь это касается промышленных аппаратов и машин, рассчитанных на большую производительность. Высшие уровни иерархической структуры организации производства (крупнотоннажные установки, технологические линии, отдельные цеха и системы оперативного управления), как правило, являются уникальными не только с точки зрения неповторимости набора своих составных частей, но и с точки зрения условий своего функционирования. Поэтому в отношении перечисленных систем методы оценки показателей их надежности, основанные на проведении испытаний некоторого числа идентичных изделий, не применимы. Между тем уровень надежности именно таких сложных объектов, в конечном счете, и составляет главный интерес. Совершенно ясно, что источником достоверной информации о надежности сложной системы могут служить только данные о результатах ее эксплуатации в течение достаточно длительного периода. В некоторых случаях определенную ценность имеют сведения о работе систем, аналогичных изучаемой.

Объем и содержание эксплуатационных данных должны быть достаточны для того, чтобы установить вид, характер и причину возникновения типовых отказов, определить численные значения показателей надежности, а также оценить влияние условий эксплуатации системы на величину этих показателей. В итоге, анализ эксплуатационной информации должен способствовать выявлению элементов системы, лимитирующих ее надежность, разработке мер по оптимизации надежности оборудования и организации системы его технического обслуживания и контроля.

Непосредственным источником указанной информации обычно служит рабочая и ремонтная документация (акты аварийных и внеплановых остановов, дефектные ведомости, ремонтные журналы, режимные листы и т.п.), касающаяся функционирования технической системы, или специальные журналы наработки, повреждений и отказов элементов системы и журналы учета технического обслуживания и ремонта. На некоторых предприятиях существуют особые подразделения (службы надежности), в задачу которых входит сбор, систематизация и статистическая обработка всех данных, относящихся к надежности наиболее ответственного оборудования.

Остановимся на использовании эксплуатационной информации для оценки показателей надежности. При этом на практике приходится сталкиваться с 3 видами задач:

1) определение закона распределения случайной величины, характеризующей одну из составляющих надежности;
2) проверка совместимости результатов наблюдений над случайной величиной с выдвинутой гипотезой об ее распределении;
3) точечная оценка нормируемых показателей надежности.

Рассмотрим подходы к решению перечисленных задач на примере оценки показателей безотказности. Все они могут быть легко перенесены на анализ других составляющих надежности. Первая задача, таким образом, состоит в нахождении явного вида вероятности безотказной работы P(t), или функции распределения F(t) наработки на отказ, или функции плотности распределения вероятности отказа f(t). Смысл указанных функций и соотношения между ними были приведены выше. Также было отмечено, что каждая из этих функций характеризует случайную величину наработки T исчерпывающим образом.

Исходные данные для нахождения закона распределения величины T в том виде, как они могут быть получены из наблюдений за функционированием восстанавливаемой системы, представляют собой график ее работы (рисунок 3) в течение некоторого достаточно продолжительного периода времени.

Совокупность полученных значений T_1, T_2, ... , T_N наработки является первичным статистическим материалом, в котором, вообще говоря, невозможно заметить какую-либо закономерность. Задача состоит в том, чтобы по набору значений случайной величины T сделать обоснованное заключение о характере ее распределения.

Прежде всего следует придать значениям T_1, T_2, ... , T_N максимальную наглядность и упорядоченность. Пусть T_{max} и T_{min} – максимальное и минимальное значения наработки в полученной выборке. Тогда величина $\Delta_T = T_{max} - T_{min}$ называется размахом выборки. Весь диапазон Δ_T изменения значений наработки необходимо разделить на определенное число интервалов или разрядов. Число разрядов m обычно принимается равным от 9 до 15. Ширина каждого разряда, очевидно, составляет Δ_T / m. Далее, подсчитывается число n_i значений наработки в полученной выборке, попавших в соответствующий разряд, и составляются отношения $p_i^* = n_i / N$, которые, согласно интерпретации Гиббса, можно рассматривать как приближенную оценку вероятности конкретному значению наработки попасть в i-й разряд. Рассчитанные значения величин p_i^*, расположенные в порядке возрастания разрядов, образуют так называемый статистический ряд, дающий уже некоторое представление о поведении случайной величины T. Обычно статистический ряд оформляется в виде гистограммы.

Пример гистограммы приведен на рисунке 9. Ширина каждого прямоугольника совпадает с шириной разряда, а его высота пропорциональна значению p_i^*. Коэффициент пропорциональности (m / Δ_T) выбирается таким образом, чтобы полная площадь гистограммы была равна единице. Тогда, учитывая свойства плотности распределения вероятности f(t), гистограмму можно рассматривать как некоторое грубое приближение к реальному дифференциальному закону распределения наработки. В любом случае форма гистограммы в сочетании с анализом причин отказов позволяет уже на этой стадии делать качественные выводы о характере распределения наработки на отказ.

Следующим шагом после построения гистограммы распределения наработки T является нахождение наиболее подходящего аналитического представления искомого закона распределения. Как было отмечено ранее, зная явный вид закона распределения F(t) или f(t), с помощью простых вычислений нетрудно найти любую характеристику безотказности. Кроме того, достаточно часто аналитический вид закона распределения наработки позволяет сделать вполне определенные выводы о стохастической природе отказов системы.

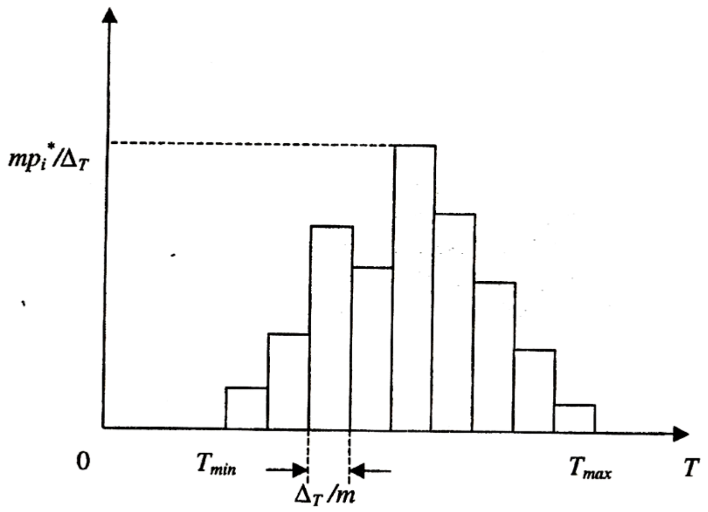


Рисунок 9 – Пример гистограммы

Выбор кривой распределения, аппроксимирующей статистический ряд, разумеется, не ограничен теми видами распределений, которые были рассмотрены выше. В принципе аппроксимирующая кривая может быть выбрана бесконечным числом способов (например, с помощью полинома любой степени). Однако, представляется целесообразным в качестве кривой, выравнивающей данные эксплуатационных наблюдений, выбирать те распределения, которые несут в себе характерные черты, присущие природе конкретного типа.

Так, внезапные отказы описываются в большинстве случаев экспоненциальным законом распределения, а постепенным отказам больше соответствуют нормальный и логарифмически-нормальный законы. Наработка системы в начальный период ее функционирования, а также время восстановления системы после отказов, как правило, описываются распределением Вейбулла.

Приведем здесь один из наиболее удобных методов отыскания аппроксимирующей функции для плотности распределения вероятности отказов f(t). Форма гистограммы, приведенной на рисунке 9, позволяет сделать вывод о том, что распределение наработки в данном случае близко к нормальному. Поэтому в качестве аппроксимирующей функции f*(t) естественно взять следующую:

$$f^*(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(a_0 + a_1 t + \dots + a_k t^k)e^{-\frac{t^2}{2}} . \qquad (84)$$

Коэффициенты a_0, a_1, ..., $a_к$ должны быть подобраны так, чтобы наилучшим образом приближать f*(t) к искомой функции f(t). За меру близости этих двух функций друг к другу можно выбрать, например, значение функционала:

$$G(a_0, a_1, \ldots, a_k) = \sqrt{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{(f^*(t) - f(t))^2}{e^{-\frac{t^2}{2}}} dt \ . \qquad (85)$$

Наименьшее расхождение между f*(t) и f(t) соответствует минимуму функционала $G(a_0, a_1, \ldots, a_k)$, необходимым условием которого служат соотношения:

$$\frac{\partial G}{\partial a_0} = 0; \ \frac{\partial G}{\partial a_1} = 0; \ldots \ \frac{\partial G}{\partial a_k} = 0 \ . \qquad (86)$$

Они эквивалентны системе (k+1) уравнений вида:

$$\int_0^{\infty} \big(f^*(t) - f(t)\big) t^j dt = 0 \ , \ \ j = 0, 1, 2 \ldots, k \ .$$

Если теперь ввести обозначения:

$$\int_0^{\infty} t^j f(t) dt = \mu_j \ , \qquad (87)$$

то предыдущая система уравнений может быть записана следующим образом:

$$\int_0^{\infty} t^j f^*(t) dt = \mu_j \ , \qquad j = 0, 1, 2 \ldots, k \ . \qquad (88)$$

Величина μ_j, определяемая равенством (87), называется начальным моментом случайной величины T порядка j. Каждый момент μ_j можно приближенно оценить с помощью статистического ряда:

$$\mu_j^* = \sum_{i=1}^{m} (\overline{t_i})^j p_i^* \ , \qquad (89)$$

где $\overline{t_i}$ – середина разряда с номером i. Подставляя оценки μ_j^* для моментов в правую часть уравнений (88), получим замкнутую систему (k + 1) уравнений для определения коэффициентов $a_0, a_1, \dots, a_k$.

Изложенный метод приближенного нахождения закона распределения наработки T носит название метода моментов. Он позволяет найти аппроксимирующую функцию f*(t), у которой все моменты до момента порядка k включительно совпадают с оценками соответствующих моментов реальной плотности распределения, рассчитанными по эксплуатационным данным (в данном случае по значениям наработки T_1, T_2, ... , T_N).

Нахождение аппроксимирующей функции, однако, не решает полностью задачу. Остается открытым вопрос, согласуются ли данные эксплуатации системы с характером поведения аппроксимирующей функции. Другими словами, отражает ли выбранная выравнивающая функция те характерные черты, которые свойственны стохастической природе отказов данного вида. Тот же вопрос возникает в случаях, когда в качестве закона распределения наработки на основании некоторых общих предположений предлагается конкретный вид зависимости. В любом случае необходим анализ меры расхождения полученного на основании выборки статистического закона распределения и предполагаемого теоретического. Такой анализ составляет существо второй из сформулированных в начале настоящего раздела задач. Ее решение строится на использовании одного из так называемых критериев согласия.

Пусть при эксплуатации системы или в результате специально проведенных испытаний получена выборка T_1, T_2, ... , T_N, а в качестве закона распределения наработки предполагается зависимость f(t). Требуется проверить, совместимы ли результаты наблюдений над случайной величиной наработки T с выдвинутой гипотезой об ее распределении. Как и ранее, весь размах выборки разбивается на m разрядов и вычисляются величины $p_i^* = n_i / N$, где n_i – число значений наработки, попавших в разряд с номером i. При достаточно большом N, как отмечалось выше, величины p_i^* дают приближенную оценку вероятности конкретному значению наработки попасть в i-й разряд. Те же самые значения вероятностей можно вычислить с помощью плотности f(t):

$$p_i = \int_{\Delta_i} f(t)dt \quad ,$$

где в качестве пределов интегрирования выбраны границы разряда Δ_i. Величины p_i^* и p_i в общем случае попарно различаются между собой. Однако, это различие может быть обусловлено двумя принципиально разными причинами.

С одной стороны, оно может быть вызвано тем обстоятельством, что истинный закон распределения наработки отличен от предполагаемой зависимости f(t). В этом случае расхождение между данными наблюдений и теоретическим законом считается значимым, и гипотеза о виде теоретического распределения должна быть отвергнута.

С другой стороны, различие между величинами p_i^* и p_i может не выходить за пределы случайных колебаний статистик p_i^* в рамках дифференциального закона распределения наработки, описываемого функцией f(t). В этом случае расхождение считается не значимым, т.е. результаты испытаний или данные эксплуатации системы не противоречат выдвинутой гипотезе о виде закона распределения наработки.

Мерой расхождения между опытными данными и теоретическим законом может служить статистика χ^{*2}, рассчитанная по формуле:

$$\chi^{*2} = N \sum_{i=1}^{m} \frac{(p_i^* - p_i)^2}{p_i} \,. \tag{90}$$

Выбранное обозначение для случайной величины χ^{*2} указывает на то, что при $N \to \infty$ независимо от вида распределения наработки закон распределения статистики χ^{*2} стремится к закону χ^2-распределения (82), в котором число (N-1) необходимо заменить на число (m - r - 1), называемое числом степеней свободы. Здесь r — число параметров теоретического распределения. Например, для экспоненциального закона r = 1, для нормального r = 2, для распределения (84) r = k + 1.

Таким образом, при большом объеме выборки (на практике считается достаточным, если $N \geq 50$-60) статистика χ^{*2}, которая может служить критерием согласия выборки T_1, T_2, ... , T_N с характером распределения наработки T, имеет χ^2-распределение. Тогда по таблицам этого распределения несложно определить значение χ^2, которое может быть превышено статистикой χ^{*2} с заданной вероятностью: $P\{\chi^{*2} \geq \chi^2\}$. Указанная вероятность называется уровнем значимости α. Для химического оборудования обычно выбирают α = 0,05 или α = 0,1.

Статистику χ^{*2}, определяющую степень непротиворечивости опытных и теоретических величин, называют **критерием Фишера**. Последовательность применения критерия Фишера подчиняется следующей логике. Задаются уровнем значимости α. По заданному α и числу степеней свободы с помощью таблиц χ^2-распределения определяют критическое значение $\chi^2_{кр}$ из уравнения: $P\{\chi^2 \geq \chi^2_{кр}\} = \alpha$. Полученное значение сравнивают со значением статистики χ^{*2}, вычисленной по выборке $T_1, T_2, \ldots, T_N$. Если мера расхождения χ^{*2} больше критического значения $\chi^2_{кр}$, то это значит, что при условии справедливости предполагаемого теоретического закона произошло маловероятное событие, вероятность которого не превышает уровень значимости α. Наступление этого практически невозможного события ставит под сомнение выдвинутую гипотезу о характере распределения наработки, и гипотеза отвергается. Если $\chi^{*2} < \chi^2_{кр}$, то это значит, что опытные данные не противоречат выдвинутой гипотезе, и ее следует принять.

Необходимо отметить два важных обстоятельства. Во-первых, изложенный метод в качестве исходных может использовать как эксплуатационные данные, так и данные испытаний. Во-вторых, для реализации этого метода необходима выборка большого объема. Второе обстоятельство является причиной того, что определение закона распределения любой характеристики надежности в условиях реального предприятия зачастую представляется дорогостоящей и непозволительной роскошью.

Более актуальной является третья из перечисленных в начале раздела задач – точечная оценка показателей надежности по результатам подконтрольной эксплуатации системы. Как правило, такая задача возникает в связи с проведением контрольных замеров показателей надежности оборудования с целью проверки того, что фактический уровень надежности не ниже заявленного при проектировании.

Аналогичная задача имеет место при статистическом контроле качества продукции путем испытания ее части. Суть подконтрольной эксплуатации системы: на основании небольшого числа значений некоторой случайной величины, служащей характеристикой одной из составляющих надежности, сделать вывод о соответствии фактических показателей надежности системы указанным в техническом задании и технических условиях.

Поскольку речь идет о случайной величине, не исключаются ошибочные выводы. **Ошибка первого рода** состоит в том, что система, обладающая фактическим уровнем надежности не ниже заявленного, по результатам подконтрольной эксплуатации оценивается как низко надежная. Вероятность α забраковать по результатам статистического контроля вполне надежное оборудование называют **риском поставщика**.

Другой ошибочный вывод (**ошибка второго рода**) заключается в том, что система, имеющая фактический уровень надежности ниже заявленного, по результатам контрольных замеров оценивается как вполне надежная. Вероятность β ошибки второго рода называют **риском потребителя.** Очевидно, термины «риск поставщика» и «риск потребителя» указывают на потерпевшую сторону, которая из-за ошибочности результатов статистического контроля несет материальные потери.

Вероятности α и β находятся в конкурирующем отношении, поскольку поставщик оборудования (или его изготовитель) стремится уменьшить значение α, а потребитель заинтересован в снижении β. Поэтому контрольные замеры показателей надежности должны быть организованы таким образом, чтобы по возможности учесть интересы того и другого.

Рассмотрим наиболее простой метод контроля системы, основанный на однократной выборке. Пусть задан некоторый промежуток времени $(0;\ t_0)$. Тогда систему естественно считать надежной, если вероятность ее отказа за промежуток времени $(0;\ t_0)$ не превосходит определенного граничного значения $p_0(t_0)$. Величина p_0, как правило, либо непосредственно задается в техническом задании на проектирование, либо может быть легко рассчитана через другие нормируемые показатели надежности.

Другая величина $p_1(t_0)$ является вторым граничным значением ($p_1 > p_0$), определяющим такой уровень надежности системы, который делает невозможной ее эксплуатацию. Пусть, далее, при подконтрольной работе системы сделаны N замеров наработки. Обозначим через n число полученных значений наработки меньших t_0. Если n не превосходит некоторого так называемого приемочного числа s, то результат контроля системы принимается положительным, а ее надежность – вполне удовлетворительной. Наоборот, если $n > s$, то уровень надежности системы считается низким, а ее эксплуатация – нецелесообразной. Точно такая ситуация имеет место при контроле качества продукции: по результатам анализа небольшого числа изделий (пробы) выносится заключение о качестве всей партии.

К подконтрольной работе системы с получением выборки, состоящей из N значений наработки, можно применить схему независимых испытаний. В этом случае под событием A можно понимать событие, состоящее в том, что конкретное значение наработки T_i меньше t_0. Тогда противоположное событие $\bar{A}$ состоит в выполнении неравенства: $T_i \geq t_0$. Уровень надежности системы характеризуется вероятностью $p_0(t_0)$. Тогда вероятность того, что при подконтрольной работе системы будут получены i значений наработки меньше t_0, может быть определена по формуле:

$$\mathrm{P}\{n = i\} = C_N^i p_0^i (1 - p_0)^{N-i}\ .$$

Соответственно риск поставщика α будет оцениваться вероятностью получить при контроле системы больше, чем s значений наработки меньших t_0, т.е.:

$$\alpha = 1 - \sum_{i=0}^{s} C_N^i p_0^i (1 - p_0)^{N-i} \,. \qquad (91)$$

Риск потребителя β в данном случае представляет собой вероятность для системы с уровнем надежности $p_1(t_0)$ получить при подконтрольной эксплуатации $n \leq s$ значений наработки меньше t_0. Для β имеем:

$$\beta = \sum_{i=0}^{s} C_N^i p_1^i (1 - p_1)^{N-i} \,. \qquad (92)$$

Формулы (91) и (92) могут служить основой для составления плана контроля оборудования. Значения p_0 и p_1 обычно задаются требованиями к надежности данного объекта, а значения α и β определяются стремлением изготовителей и потребителей оборудования избежать ошибок первого и второго рода. Как правило, они назначаются из ряда 0,05; 0,1; 0,2. План контроля состоит в определении объема выборки N и приемочного числа s из соотношений (91) и (92) при известных значениях остальных параметров. Эти же соотношения позволяют решать и другие задачи. Например, для заказчика оборудования наибольший интерес представляет величина β. Поэтому он готов так составить план статистического контроля, чтобы свести риск потребителя к минимуму за счет увеличения риска поставщика.

Ранее отмечалось, что если $p_0 \ll 1$ и $p_1 \ll 1$, чего всегда можно добиться выбором промежутка t_0, то биноминальное распределение сводится к распределению Пуассона, и формулы (91) и (92) преобразуются к виду:

$$\alpha = 1 - \sum_{i=0}^{s} \frac{a_0^i}{i!} e^{-a_0} \quad ; \qquad (93)$$

$$\beta = \sum_{i=0}^{s} \frac{a_1^i}{i!} e^{-a_1} \quad , \qquad (94)$$

где a_0 = Np_0 и a_1= Np_1. При составлении плана контроля соотношениями (93) и (94) пользоваться значительно удобнее, чем соотношениями (91) и (92).

В случае, когда контролируемая величина (наработка, время восстановления, ресурс и т.п.) подчиняется экспоненциальному закону распределения, формулы для расчета риска поставщика и риска потребителя еще более упрощаются:

$$\alpha = 1 - \mathrm{P}\{\chi^2 \geq \chi_0^2\}; \; \beta = \mathrm{P}\{\chi^2 \geq \chi_1^2\}, \quad (95)$$

где $\chi_0^2 = 2N\lambda_0 t_0$ и $\chi_1^2 = 2N\lambda_1 t_0$, а вероятности в правых частях определяются по таблице распределения Пирсона при k = 2(s+1) степенях свободы. Значения λ_0 и λ_1 являются граничными значениями интенсивности отказов, определяющими удовлетворительный и неприемлемый уровни надежности конкретной системы.

Надежность технических систем быстро снижается с увеличением их сложности. Переход на следующий по степени сложности иерархический уровень систем приводит к уменьшению безотказности примерно на порядок.

1.3.4. Методы расчета показателей надежности сложных технических систем

Все методы оценки показателей надежности оборудования, основанные на статистической обработке результатов испытаний или эксплуатационной информации, предполагают не только существование, но и нормальное функционирование этого оборудования. Между тем при проектировании нового оборудования или организации новых технологических линий и производств ситуация принципиально иная. В этих случаях необходимо оценить надежность различных вариантов конструктивного исполнения или технологических схем еще не существующего объекта. Такая задача может быть решена только на основе расчета. Также с помощью расчета приближенно определяются простейшие характеристики безотказности (например, средняя наработка) с целью выбора оптимального плана испытаний или подконтрольной эксплуатации.

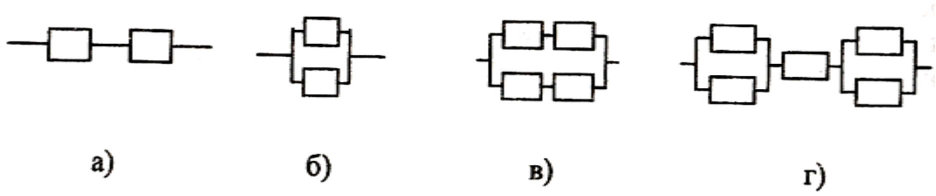
Уже отмечалось, что с позиций системного подхода любая техническая система представляет собой совокупность большого числа взаимосвязанных элементов, коллективное функционирование которых направлено на достижение общей конкретной цели. Поэтому количественный анализ надежности систем должен учитывать как параметры надежности всех элементов, входящих в ее состав, так и характер их соединения.

При составлении структурной схемы технической системы различают следующие виды **соединения элементов по свойству надежности**: последовательное, параллельное, смешанное и мостиковое.

При **последовательном** соединении элементов отказ любого из них приводит к отказу всей системы. Последовательное соединение по свойству надежности является основным, поскольку оно соответствует последовательной переработке вещества в технологической цепочке от исходных до конечных продуктов. При этом структурная схема технической системы содержит минимально необходимое для осуществления рабочих процессов число элементов.

При **параллельном** соединении элементов в блок-схеме надежности технической системы необходимым условием ее отказа является отказ всех элементов. Этот вид соединения широко применяется при резервировании малонадежных или особенно важных составных частей технологического оборудования.

Смешанное и **мостиковое** соединения представляют собой сочетание последовательного и параллельного видов соединений. Типовые структуры блок-схем надежности приведены на рисунке 10.



Соединения: а – последовательное; б – параллельное; в – смешанное; г – мостиковое

Рисунок 10 – Типовые структуры блок-схем надежности сложных технических систем

Структурная схема технической системы, определяющая характер связи между элементами, позволяет рассчитать параметры надежности всей системы, если известны параметры надежности ее составных частей. Получим сначала расчетные формулы для показателей безотказности в тех случаях, когда связи характеризуются типовыми блок-схемами, представленными на рисунке 10. Затем обобщим формулы на более сложные случаи.

Пусть $P_1(t)$ и $P_2(t)$ – вероятности безотказной работы двух элементов при их последовательном соединении в составе системы (рисунок 10, а). Безотказную работу такой системы за время t можно рассматривать как произведение двух событий, заключающихся в исправной работе того и другого элементов за то же время. Вероятность $P_c(t)$ безотказной работы последовательной системы элементов равна произведению вероятностей $P_1(t)$ и $P_2(t)$, если отказы элементов независимы. Тогда для характеристик безотказности можем записать:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t)\ ; \tag{96}$$

вероятность отказа:

$$F_c(t) = 1 - P_1(t) \cdot P_2(t)\ ; \tag{97}$$

плотность распределения вероятности отказов:

$$f_c(t) = F'_c(t) = f_1(t)P_2(t) + f_2(t)P_1(t)\ ; \tag{98}$$

интенсивность отказов:

$$\lambda_c(t) = f_c(t) / P_c(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t)\ ; \tag{99}$$

средняя наработка на отказ:

$$T_{cp} = \int_0^\infty P_1(t)P_2(t)\,dt\,. \tag{100}$$

Формулы (96)-(100) легко обобщаются на любое число n элементов системы при их последовательном соединении. Все они справедливы при произвольном законе распределения наработки.

При параллельном соединении элементов (рисунок 10, б) безотказная работа системы в течение промежутка времени (0; t) является суммой двух событий: безотказной работы первого элемента и безотказной работы второго. Поэтому вероятность $P_c(t)$ равна:

$$P_c(t) = P_1(t) + P_2(t) - P_1(t) \cdot P_2(t)\ ; \tag{101}$$

вероятность отказа:

$$F_c(t) = (1 - P_1(t)) \cdot (1 - P_2(t))\ ; \tag{102}$$

плотность распределения вероятности отказов:

$$f_c(t) = F'_c(t) = f_1(t) + f_2(t) - f_1(t)P_2(t) - f_2(t)P_1(t)\ ; \qquad (103)$$

интенсивность отказов:

$$\lambda_c(t) = f_c(t) / P_c(t) = \lambda_1(t)(1 - P_2(t) / P_c(t)) + \lambda_2(t)(1 - P_1(t) / P_c(t))\ ; \qquad (104)$$

средняя наработка на отказ:

$$T_{ср} = \int_0^\infty (P_1(t)+P_2(t) - P_1(t)P_2(t))\,dt\,. \qquad (105)$$

Нетрудно видеть, что все характеристики безотказности при параллельном соединении элементов по свойству надежности превосходят соответствующие характеристики системы с последовательным соединением элементов. Именно это обстоятельство лежит в основе повышения надежности систем за счет структурного резервирования.

Расчет показателей безотказности для смешанного и мостикового видов соединений основан, очевидно, на совместном использовании формул (96)-(100) и (101)-(105). При расчете вероятности отказа смешанного соединения (рисунок 10, в) сначала следует воспользоваться формулой (97) для определения вероятности отказа одной ветви, а затем – формулой (102). Для расчета мостикового соединения порядок применения формул обратный.

Характеристики безотказности технической системы, безусловно, являются важнейшими, однако, для восстанавливаемых объектов, к которым относится практически любое сложное оборудование, наибольший интерес представляют комплексные показатели надежности, учитывающие совокупным образом как характеристики безотказности, так и характеристики ремонтопригодности. Поэтому рассмотрим теперь различные виды соединения элементов по свойству надежности с учетом случайного времени их восстановления после отказов. При этом ограничимся специальным случаем, когда наработка на отказ и продолжительность периодов восстановления каждого элемента системы подчиняются экспоненциальному закону распределения, т.е. вероятность отказа F(t) и вероятность восстановления работоспособного состояния $F_г(t)$ описываются функциями:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{и} \quad F_г(t) = 1 - e^{-\mu t}\ . \qquad (106)$$

Как отмечалось ранее, этот закон распределения характерен для основной части всего срока эксплуатации большинства технических систем.

Пусть λ_1, λ_2 и μ_1, μ_2 – параметры распределения наработки и времени восстановления соответственно двух элементов системы, соединенных последовательно (рисунок 10, а). В произвольный момент времени τ система может находиться либо в работоспособном состоянии, либо в неработоспособном. Обозначим вероятности нахождения системы в этих состояниях через $h_c(\tau)$ и $q_c(\tau)$. Сразу заметим, что времена τ и t имеют разный смысл. Время t характеризует продолжительность безотказной работы объекта, тогда как τ фиксирует текущее время. Также различный смысл имеют вероятности $P_c(t)$ и $h_c(\tau)$. Последняя представляет собой так называемый коэффициент готовности — одну из важнейших комплексных характеристик надежности.

Работоспособное состояние системы в момент времени $\tau+\Delta\tau$ можно представить как сумму трех событий:

1) система была работоспособной в момент τ, и за промежуток $\Delta\tau$ ни один из ее элементов не отказал;

2) система была неработоспособной в момент τ из-за отказа первого элемента, но за промежуток $\Delta\tau$ этот элемент был восстановлен;

3) система была неработоспособной в момент τ из-за отказа второго элемента, но за промежуток $\Delta\tau$ этот элемент был восстановлен;

4) система была неработоспособной в момент τ из-за отказа обоих элементов, но за промежуток $\Delta\tau$ оба они были восстановлены.

В силу несовместности перечисленных событий вероятность их суммы $h_c(\tau+\Delta\tau)$ равна сумме их вероятностей. Найдем вероятности событий 1, 2, 3 и 4, считая промежуток $\Delta\tau$ малым. В этом случае получаем следующие выражения для вероятности отказа и вероятности восстановления за промежуток времени $\Delta\tau$:

$$F(\Delta\tau) = \lambda\Delta\tau \quad \text{и} \quad F_r(\Delta\tau) = \mu\Delta\tau \,. \tag{107}$$

Тогда вероятность события 1, как произведения трех событий равна:

$$h_c(\tau)\,(1 - \lambda_1\Delta\tau)\,(1 - \lambda_2\Delta\tau)\,.$$

Вероятность события 2, как произведения двух событий, равна:

$$q_1(\tau)\mu_1\Delta\tau\,,$$

где $q_1(\tau)$ – вероятность того, что в момент времени τ первый элемент системы находится в неработоспособном состоянии.

Вероятность события 3 может быть записана следующим образом:

$$q_2(\tau)\mu_2\Delta\tau\ ,$$

где $q_2(\tau)$ – вероятность того, что в момент времени τ второй элемент системы находится в неработоспособном состоянии.

Вероятность события 4, как произведения четырех событий, равна:

$$q_1(\tau)\ q_2(\tau)\ \mu_1\Delta\tau\ \mu_2\Delta\tau\ .$$

Последняя величина пропорциональна $(\Delta\tau)^2$. Поскольку промежуток $\Delta\tau$ предполагается малым, этой величиной можно пренебречь и считать событие 4 практически невозможным.

Тогда величина $h_c(\tau+\Delta\tau)$ представляет собой сумму вероятностей событий 1, 2 и 3:

$$h_c(\tau+\Delta\tau) = h_c(\tau)\ (1 - \lambda_1\Delta\tau)\ (1 - \lambda_2\Delta\tau) + q_1(\tau)\mu_1\Delta\tau + q_2(\tau)\mu_2\Delta\tau\ .$$

Разделив обе части равенства на $\Delta\tau$ и устремив последнюю величину к нулю, получим уравнение, связывающее характеристики безотказности и ремонтопригодности с коэффициентом готовности:

$$\frac{dh_c(\tau)}{d\tau} = -(\lambda_1 + \lambda_2)h_c(\tau) + \mu_1 q_1(\tau) + \mu_2 q_2(\tau)\ . \qquad (108)$$

Рассмотрим теперь событие, состоящее в том, что система в момент времени $\tau+\Delta\tau$ находится в неработоспособном состоянии из-за отказа первого элемента. Оно является суммой двух несовместных событий:

1) система была работоспособной в момент времени τ, и за промежуток $\Delta\tau$ второй элемент остался в рабочем состоянии, а первый элемент отказал;

2) система была неработоспособной в момент времени τ из-за отказа первого элемента, и за промежуток $\Delta\tau$ его восстановления не произошло.

Вероятности этих событий соответственно равны:

$$h_c(\tau)\ \lambda_1\Delta\tau\ (1 - \lambda_2\Delta\tau)\ \text{ и }\ q_1(\tau)(1 - \mu_1\Delta\tau)\ .$$

Следовательно, вероятность рассматриваемого события $q_1(\tau + \Delta\tau)$ можно записать следующим образом:

$$q_1(\tau + \Delta\tau) = h_c(\tau)\, \lambda_1\Delta\tau\, (1 - \lambda_2\Delta\tau) + q_1(\tau)(1 - \mu_1\Delta\tau)\,.$$

Откуда для функции $q_1(\tau)$ получаем уравнение вида:

$$\frac{dq_1(\tau)}{d\tau} = \lambda_1 h_c(\tau) - \mu_1 q_1(\tau)\,. \qquad (109)$$

Наконец, нужно учесть, что три события: система работоспособна в момент времени τ, неисправен ее первый элемент, неисправен ее второй элемент – образуют полную группу случайных событий, т.е.:

$$h_c(\tau) + q_1(\tau) + q_2(\tau) = 1. \qquad (110)$$

Уравнения (108)-(110) составляют замкнутую систему уравнений для определения функций $h_c(\tau), q_1(\tau), q_2(\tau)$. Решение системы позволяет количественно описать как период приработки системы, так и период ее нормальной эксплуатации. Ограничимся здесь вторым периодом, при котором, как отмечалось ранее, все показатели надежности технической системы сохраняют во времени свои численные значения. В этом случае левые части уравнений (108) и (109) обращаются в нуль, и система приобретает вид:

$$\begin{gathered} -(\lambda_1 + \lambda_2)h_c + \mu_1 q_1 + \mu_2 q_2 = 0\,, \\ \lambda_1 h_c - \mu_1 q_1 = 0\,, \\ h_c + q_1 + q_2 = 0\,. \end{gathered} \qquad (111)$$

Решение этой системы удобно выразить через величину нормы восстановления для каждого элемента системы:

$$h_c = \frac{1}{1 + \nu_1 + \nu_2}\,; q_1 = \frac{\nu_1}{1 + \nu_1 + \nu_2}\,;\ q_2 = \frac{\nu_2}{1 + \nu_1 + \nu_2}\,. \qquad (112)$$

Первое из соотношений (112), очевидно, задает стационарное значение коэффициента готовности системы, состоящей из двух последовательно соединенных элементов. Оно легко обобщается на систему n элементов:

$$h_c = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{n} \nu_i}\,. \qquad (113)$$

Обратимся теперь к выводу аналогичных соотношений для системы из двух элементов при их параллельном соединении по свойству надежности (рисунок 10, б). Пусть, как и прежде, λ_1, λ_2 и μ_1, μ_2 – параметры экспоненциального распределения наработки и времени восстановления каждого из элементов. В произвольный момент времени система может находиться в одном из четырех состояний:

а) исправны оба элемента;

б) первый элемент исправен, второй находится в состоянии отказа;

в) второй элемент исправен, первый находится в состоянии отказа;

г) оба элемента неисправны и восстанавливаются.

Первые три состояния означают работоспособность системы, тогда как в четвертом состоянии она неработоспособна. Если, по-прежнему, через $h_c(\tau)$ обозначить вероятность того, что в момент времени τ система находится в работоспособном состоянии, а через $q_1(\tau)$ и $q_2(\tau)$ – вероятность событий: первый элемент системы неисправен, второй элемент неисправен соответственно, – то эти функции удовлетворяют очевидному соотношению:

$$h_c(\tau) + q_1(\tau) q_2(\tau) = 1. \tag{114}$$

Для вывода второго соотношения предположим, что система в момент времени $\tau + \Delta\tau$ находится в состоянии отказа (состояние г)). В этом состоянии она может оказаться в результате одного из четырех несовместных событий:

1) оба элемента в момент времени τ были работоспособны, но в течение промежутка $\Delta\tau$ оба отказали;

2) первый элемент в момент времени τ был в рабочем состоянии, второй – в состоянии отказа, но за промежуток $\Delta\tau$ первый отказал, а второй не был восстановлен;

3) в момент времени τ второй элемент был исправен, первый — в состоянии отказа, но за промежуток $\Delta\tau$ второй отказал, а первый не был восстановлен;

4) оба элемента в момент времени τ находились в состоянии отказа, и в течение промежутка $\Delta\tau$ восстановлены не были.

С учетом разложения (107) перечисленным событиям соответствуют следующие вероятности:

событие 1 - $(1 - q_1(\tau))\,(1 - q_2(\tau))\,\lambda_1\Delta\tau\,\lambda_2\Delta\tau$;

событие 2 - $(1 - q_1(\tau))\,q_2(\tau)\,\lambda_1\Delta\tau\,(1 - \mu_2(\tau)\Delta\tau)$;

событие 3 - $q_1(\tau)\,(1 - q_2(\tau))\,(1 - \mu_1(\tau)\Delta\tau)\,\lambda_2\Delta\tau$;

событие 4 - $q_1(\tau)\,q_2(\tau)\,(1 - \mu_1(\tau)\Delta\tau)\,(1 - \mu_2(\tau)\Delta\tau)$.

Вероятность нахождения системы в состоянии отказа в момент времени $\tau+\Delta\tau$ с одной стороны равна $q_1(\tau+\Delta\tau)\, q_2(\tau+\Delta\tau)$, а с другой – сумме вероятностей всех событий 1-4. С учетом этого, пренебрегая величинами порядка $(\Delta\tau)^2$ и переходя к пределу при $\Delta\tau \to 0$, получим уравнение:

$$\frac{d(q_1 q_2)}{d\tau} = \lambda_1 q_2 (1 - q_1) + \lambda_2 q_1 (1 - q_2) - \mu_1 q_1 q_2 - \mu_2 q_1 q_2 ,$$

которое с помощью соотношения (114) удобно записать в виде:

$$\frac{d(h_c)}{d\tau} = (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)(1 - h_c) - \lambda_1 q_2 - \lambda_2 q_1 . \qquad (115)$$

Уравнение для определения функций $q_1(\tau)$ и $q_2(\tau)$ можно получить аналогичным образом, рассматривая вероятность состояний б) и в) в момент времени $\tau+\Delta\tau$ через вероятности переходов в эти состояния из всех возможных состояний системы в момент τ. В результате придем к уравнениям:

$$\frac{dq_1(1 - q_2)}{d\tau} = (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)(1 - h_c) - (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1) q_1 + \lambda_1 (1 - q_2); \qquad (116)$$

$$\frac{dq_2(1 - q_1)}{d\tau} = (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)(1 - h_c) - (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2) q_2 + \lambda_2 (1 - q_1); \qquad (117)$$

Уравнения (115)-(117) позволяют определить явный вид функций $h_c(\tau), q_1(\tau), q_2(\tau)$ для технологической системы, состоящей из двух параллельных элементов. При установившемся по показателям надежности режиме левые части уравнений обращаются в нуль, и решение уравнений может быть записано в следующей форме:

$$h_c = 1 - \frac{\nu_1}{1 + \nu_1} \cdot \frac{\nu_2}{1 + \nu_2}; q_1 = \frac{\nu_1}{1 + \nu_1} ; \; q_2 = \frac{\nu_2}{1 + \nu_2} . \qquad (118)$$

Нетрудно показать, что значение коэффициента готовности h_c для систем, состоящих из параллельно соединенных элементов, превосходит значение h_c для систем, состоящих из последовательно соединенных элементов, при любых значениях нормы восстановления, отличных от нуля. Для систем из n параллельно соединенных элементов коэффициент готовности, очевидно, равен:

$$h_c = 1 - \prod_{i=1}^{n} \frac{\nu_i}{1 + \nu_i}. \qquad (119)$$

Формулы для расчета коэффициента готовности применительно к смешанному и мостиковому типу соединений элементов по свойству надежности нетрудно получить путем сочетания соотношений, выведенных для последовательного и параллельного типов соединения. Любая другая конфигурация элементов в системе также может быть проанализирована с помощью полученных выше соотношений, если показатели надежности отдельных элементов известны.

Еще один подход к расчету показателей надежности систем основан на использовании понятия критерия работоспособности. Применительно к функциональным отказам в качестве такого критерия может выступать прочность и жесткость элементов оборудования, а также их виброустойчивость, теплостойкость, герметичность и т.п.

Применительно к параметрическим отказам критериями работоспособности обычно служат значения рабочих параметров на выходе из технологических аппаратов (степень очистки, конечная влажность, гранулометрический состав и т.п.). В любом случае в рамках указанного подхода работоспособность оборудования обеспечена, если расчетное значение критерия Z не выходит за пределы заданного диапазона ($Z_н \leq Z \leq Z_в$) или удовлетворяет определенному неравенству ($Z \leq Z_{lim}$).

Например, условием работоспособности по критерию прочности является требование, чтобы максимальное значение напряжений, возникающих в конструкционном материале, не превышало величины допускаемого напряжения, а условием работоспособности по критерию гранулометрического состава может служить требование, чтобы размеры подавляющей части дисперсных частиц укладывались в соответствующий диапазон.

Критерий Z в общем случае представляет собой функцию нескольких аргументов X_i, имеющих, по крайней мере, отчасти стохастическую природу. Так, значения выходных параметров зависят от времени пребывания перерабатываемых веществ в рабочей зоне аппарата, особенностей гидродинамики в ней, а также от свойств исходных продуктов. Все перечисленные факторы, очевидно, включают недетерминированную составляющую. В свою очередь механические свойства конструкционных материалов и фактические размеры элементов оборудования тоже имеют определенное рассеяние. Поэтому величины Z и Z_{lim} вполне обоснованно можно рассматривать как случайные, а выполнение неравенств $Z \leq Z_{lim}$ или $Z_н \leq Z \leq Z_в$ – как случайные события. Тогда расчет вероятности безотказной работы по конкретному критерию работоспособности сводится к вычислению вероятности выполнения этих неравенств.

Обычно предполагают, что случайные величины Z и Z_{lim} распределены нормально. В этом случае их разность $(Z - Z_{lim})$ также подчиняется нормальному закону распределения, причем параметры этого распределения *a* и σ связаны с соответствующими параметрами распределения величин Z и Z_{lim} посредством формул:

$$a = M(Z) - M(Z_{lim})\,; \qquad (120)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_Z^2 + \sigma_{Zlim}^2}\,, \qquad (121)$$

которые вытекают из общих свойств математического ожидания и дисперсии. Если теперь параметры a и σ найдены, то вероятность безотказной работы по заданному критерию работоспособности вычисляется с помощью соотношения:

$$P\{Z - Z_{lim} \leq 0\} = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{a}{\sigma}\right), \qquad (122)$$

где Ф(x) – функция Лапласа.

В случае, когда работоспособность определяется выполнением неравенства вида $Z_н \leq Z \leq Z_в$, вероятность безотказной работы также выражается через значения функции Лапласа:

$$P\{Z_н \leq Z \leq Z_в\} = \Phi(u_в) - \Phi(u_н), \qquad (123)$$

где квантили $u_в$ и $u_н$ связаны с параметрами распределения критерия Z соотношениями:

$$u_в = \frac{Z_в - M(Z)}{\sigma_Z}\,, \qquad u_н = \frac{Z_н - M(Z)}{\sigma_Z}\,.$$

Основная трудность при реализации расчета надежности по критериям работоспособности состоит в нахождении параметров распределения величин Z и Z_{lim}. На практике параметры M(Z), $M(Z_{lim})$, σ_Z и σ_{Zlim} находят следующим образом. Пусть критерий работоспособности Z является функцией m случайных факторов X_i: Z = φ (X_1, X_2, …, X_m). При этом параметры распределения факторов X_i известны и равны: $M(X_i) = X_i^{-}$ и $\sigma_{Xi} = \sqrt{D(X_i)}$. Тогда:

$$M(Z) = \varphi\left(\overline{X_1}, \overline{X_2}, \dots, \overline{X_m}\right), \tag{124}$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X_i}\right)^2 \sigma_{Xi}^2}\ , \tag{125}$$

где производные $\frac{\partial \varphi}{\partial X_i}$ вычисляются при значениях аргументов, равных $\overline{X_1}, \overline{X_2}, \dots, \overline{X_m}$.

Формула (125) существенно упрощается в двух частных случаях, типичных для практических расчетов.

1. Критерий работоспособности Z является суммой случайных факторов X_i: $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_m$. В этом случае формула (125) приобретает вид:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \sigma_{Xi}^2}\ . \tag{126}$$

2. Критерий работоспособности Z выражается через факторы X_i в виде степенной функции: $Z = \prod_{i=1}^{m} X_i^{\alpha_i}$. В этом случае формулу (125) удобней использовать в терминах коэффициентов вариации:

$$\nu_Z = \frac{\sigma_Z}{M(Z)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \alpha_i^2 \nu_{Xi}^2}\ , \tag{127}$$

где ν_{Xi} – коэффициент вариации фактора X_i.

Предельные значения критерия работоспособности Z_{lim}, как правило, являются справочными данными, которые приводятся либо в виде диапазона рассеяния Z_{min} и Z_{max} (например, предел прочности), либо в виде степени отклонения от номинального значения (например, технологические допуски). В любом случае параметры $M(Z_{lim})$ и σ_{Zlim} определяются через справочные минимальное и максимальное значения Z_{lim} с помощью соотношений:

$$M(Z_{lim}) = (Z_{max} + Z_{min}) / 2 \ ; \quad \sigma_{Zlim} = (Z_{max} - Z_{min}) / 6 \ . \qquad (128)$$

Смысл второго из приведенных соотношений следующий. Оно постулирует, что интервал рассеяния предельного значения критерия работоспособности равен шести значениям среднего квадратичного отклонения. Для нормального распределения случайных величин это предположение выполняется с вероятностью 0,997, т.е. практически достоверно.

Отказ сложной технической системы может произойти вследствие целого ряда различных причин, каждой из которых соответствует свой критерий. Поэтому при расчете надежности оборудования оно, как правило, анализируется по нескольким критериям работоспособности. При этом предварительно выделяются основные причины отказов важнейших элементов данной системы. Последнее нетрудно сделать исходя из опыта эксплуатации систем или ее аналогов в течение длительного периода времени. Перечень основных причин отказов позволяет сформулировать те критерии работоспособности, по которым следует произвести расчет вероятности выполнения неравенств типа: $Z \le Z_{lim}$ или $Z_н \le Z \le Z_в$. Тогда вероятность безотказной работы системы будет равна произведению вероятностей выполнения условий работоспособности по всем критериям.

В заключение отметим один существенный недостаток методов расчета показателей надежности по критериям работоспособности оборудования. Он состоит в том, что формулы (120)-(122), лежащие в основе этих методов, не содержат в явном виде времени, которое прошло с момента возобновления эксплуатации объекта. В результате полученные значения вероятности безотказной работы оказываются не зависящими от времени, что, разумеется, не соответствует действительности. Это противоречие снимается, если некоторые из случайных факторов $X_1, X_2, \ldots, X_m$ являются функциями времени. В противном случае полученные оценки для вероятности безотказной работы следует рассматривать как приближенные.

1.4 Управление надежностью объектов промышленности

1.4.1 Обеспечение надежности на этапах проектирования, изготовления и эксплуатации оборудования

Надежность является внутренним свойством объекта. Любая система характеризуется определенной производительностью, себестоимостью единицы продукции, ее качеством. Точно так же она обладает определенным уровнем надежности. Поэтому вся совокупность инженерных решений, направленных на обеспечение заданного уровня надежности объекта при его создании, а также весь объем мер по поддержанию этого уровня на протяжении жизненного цикла объекта входят в понятие **управления надежностью**.

Управление надежностью предполагает существование доминирующей цели. Применительно к объектам промышленности в настоящее время известны два подхода к определению **доминирующей цели управления**. Первый, технико-экономический подход, исходит из безусловного приоритета **эффективности применения** объекта по назначению. Для технических систем это, как правило, производительность по конечному продукту при заданном его качестве. В рамках этого подхода доминирующей целью при управлении надежностью является достижение максимальной экономической эффективности функционирования объекта. При этом безопасность системы для окружающей среды и обслуживающего персонала учитывается лишь косвенно через влияние потери работоспособности на снижение экономической эффективности.

Второй, социально-экономический подход, исходит из приоритета ограничения **индивидуального риска**. Этот подход рассматривает техническую систему как потенциально опасный объект, у которого некоторые отказы имеют критические последствия. Доминирующей целью при этом является обеспечение уровня безопасности, отвечающего приемлемому риску. Под приемлемым риском понимается такой уровень потенциальной опасности, с которым готовы мириться администрация и работники предприятия ради выгод, связанных с функционированием системы. Социально-экономический подход при управлении надежностью пока что утвердился только в некоторых промышленно развитых странах. Законодательно в качестве граничного уровня для индивидуального риска, обусловленного деятельностью отдельного предприятия, принято значение 10^{-6} фатальных случаев в год. Именно это значение закладывается в качестве одного из требований к надежности любой проектируемой технической системы.

В России принят Федеральный закон «О промышленной безопасности опасных производственных объектов», согласно которому все предприятия, ведущие опасную деятельность или имеющие дело с опасными веществами, обязаны представить в местные органы власти декларацию безопасности. Разработка такой декларации предполагает, в том числе, всестороннюю оценку риска аварий и анализ достаточности принятых мер по их предупреждению.

Как только доминирующая цель управления надежностью определена, возникает вопрос о необходимом уровне надежности технического объекта.

Этот вопрос следует решить еще на стадии проектирования будущей системы, когда в результате проектных расчетов, научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ закладываются основные свойства изделия. Именно на этапе проектирования важно установить реальный и обоснованный уровень надежности, который затем на этапах изготовления и эксплуатации будет играть роль определяющего норматива.

Обоснованный выбор уровня надежности представляет собой сложную оптимизационную задачу. С одной стороны он не может быть низким по экономическим соображениям и соображениям безопасности, с другой стороны – нежелательно, чтобы он был чрезмерно высок по тем же экономическим соображениям, поскольку стоимость работ по обеспечению дополнительной надежности любого объекта является быстро возрастающей функцией.

Для отечественных предприятий доминирующей целью управления надежностью в настоящее время служит экономическая эффективность. При обосновании уровня надежности в этом случае следует использовать либо критерий **минимума суммарных затрат** на разработку, изготовление и эксплуатацию системы, либо критерий **максимальной прибыли** на единицу вложенных средств.

Первый критерий целесообразно использовать тогда, когда материальные потери определяются в основном ремонтом и техническим обслуживанием системы после отказов. Второй критерий предпочтительнее применять тогда, когда материальные потери связаны с недополучением конечного продукта в результате отказа оборудования.

Таким образом, обоснование уровня надежности в любом случае проводится с привлечением экономических расчетов. И это естественно, так как повышение, например, безотказности влечет увеличение затрат на разработку и изготовление системы, в то время как затраты, связанные с эксплуатацией более надежной системы, будут наверняка меньшими за счет сокращения ремонтных работ и технического обслуживания. Поэтому суммарные затраты будут иметь минимум при некотором значении безотказности. Чтобы найти его, необходимо располагать количественными зависимостями стоимостей разработки $C_р$, изготовления $C_и$ и эксплуатации $C_э$ от вероятности безотказной работы P(t) при заданной величине наработки:

$$C_р = F_1(P(t))\ ;\ C_и = F_2(P(t))\ ;\ C_э = F_3(P(t))\ . \qquad (129)$$

Тогда уровень безотказности проектируемой системы должен соответствовать значению $P(t)_{опт}$, которое доставляет минимум полным затратам ($C_р + C_и + C_э$). Однако, совсем не обязательно, чтобы найденное значение было достижимо для данной системы с учетом ее конструктивной сложности. Учитывая это обстоятельство, можно ожидать, что наиболее рациональным составом работ по отработке надежности на стадии проектирования будет следующий.

1. Сбор и обработка информации о надежности объектов-аналогов, их составных частей и комплектующих элементов.

Этот вид работ предполагает изучение причин и последствий отказов объектов, которые могли бы служить прототипом будущей системы. Важно также собрать данные о надежности ее составных частей, отдельных аппаратов и машин, других комплектующих элементов. Особый интерес представляет анализ аварийных ситуаций при работе объектов-аналогов, их стойкость к внешним воздействующим факторам, изменению условий применения, ошибкам обслуживающего персонала. Уже на этой стадии отработки надежности системы должны быть сделаны заключения об ее «слабых местах» как с точки зрения потери работоспособности, так и с точки зрения потенциальных аварий. Наконец, желательно получить информацию о законе распределения наработки на отказ объекта-прототипа, времени восстановления его работоспособности, наработки до наступления предельного состояния.

2. Выбор номенклатуры показателей надежности.

Одним из ответственных моментов отработки надежности системы является правильный выбор **номенклатуры нормируемых показателей**, которые затем будут включены в техническое задание на проектирование, в рабочую документацию, а также в эксплуатационные и ремонтные документы. Основными критериями при отборе нормируемых показателей обычно служат величина материальных потерь при потере работоспособности системы, безопасность обслуживающего персонала или людей, находящихся в зоне действия объекта, объем и стоимость ремонтных работ. При этом нормируемые показатели надежности должны удовлетворять следующим требованиям:

- возможности их количественной оценки на этапе проектирования;
- возможности подтверждения этой оценки методами испытаний или подконтрольной эксплуатации.

3. Нормирование показателей надежности системы.

Нормированный показатель надежности (или **норма надежности**) – это числовое значение показателя надежности, зафиксированное в техническом задании на проектирование и другой нормативно-технической документации и входящее прямо или косвенно в общую оценку нормального функционирования системы. Нормы надежности должны обязательно касаться показателей безотказности, ремонтопригодности и долговечности. Характеристики сохраняемости указываются в тех случаях, когда по условиям эксплуатации системы предстоят длительные перерывы в работе (например, при сезонном использовании) или перевозка на специальных транспортных средствах.

Расчет норм безотказности проводится с помощью изложенных методов. При этом должны быть известны функциональная схема системы и информация о работоспособности ее составных частей. В результате расчета выясняется, достижим ли требуемый уровень безотказности при избранной функциональной схеме. Если ответ отрицательный, то необходимо рассмотреть другой вариант схемы или предусмотреть резервирование «слабых мест». В итоге, в качестве норм безотказности назначаются параметр потока отказов ω (или интенсивность отказов λ) при показательном распределении наработки, вероятность безотказной работы p(t) при двух значениях наработки (в случае двухпараметрического закона распределения наработки) и вероятность p(t) при трех значениях аргумента, если закон распределения наработки не известен.

Схема расчета показателей ремонтопригодности системы такая же, как и показателей безотказности. Они рассчитываются по известным показателям ремонтопригодности составных частей при заданной функциональной схеме системы. Нормы ремонтопригодности особенно важны, если простой системы после отказа приводит к большим материальным убыткам. В качестве норм ремонтопригодности обычно назначаются среднее время восстановления или коэффициент готовности.

Назначенные нормы безотказности и ремонтопригодности должны обеспечить нормальное функционирование системы в течение всего периода до наступления предельного состояния. Максимальный срок службы системы до предельного состояния ограничен сроком морального старения (сроком амортизации) основного оборудования, входящего в состав системы (аппаратов, определяющих применение технологической системы по назначению). Поэтому срок службы системы совпадает со сроком службы до списания основного оборудования, либо со сроком службы до его капитального ремонта.

4. Распределение надежности по элементам системы.

После того как нормы надежности для системы в целом назначены, необходимо распределить требования к надежности по ее составным частям. Наиболее простое решение – считать, что все элементы системы должны быть **равнонадежны**. Тогда вероятность безотказной работы i-го элемента $P_i(t)$ не может быть менее величины, определяемой соотношением:

$$P_i(t) = [P_{системы}(t)]^{1/n}\,, \qquad (130)$$

где n – полное число элементов в системе, $P_{системы}(t)$ – нормированный показатель безотказности системы при значении наработки, равном t.

Требование одинаковой надежности всех составных частей системы оправдано далеко не всегда. Действительно, технологические системы включают основное и вспомогательное оборудование, отдельные элементы обладают различной конструктивной сложностью, имеют неодинаковую значимость с точки зрения своего влияния на работоспособность всей системы.

Обеспечение надежности на стадии проектирования состоит из:

▪установления требований к надежности системы в целом и к надежности ее составных частей;

▪окончательного выбора функциональной схемы будущей системы;

▪решения вопросов о необходимости резервирования элементов системы;

▪введения в проект средств технической диагностики и обнаружения отказов;

▪рационального выбора конструктивного исполнения изделий, входящих в состав системы, в том числе обоснованного выбора коэффициентов запаса прочности, герметичности и т.п.;

▪учета при конструировании физико-механических процессов разрушения;

▪оценки ремонтопригодности и ремонтно-эксплуатационной технологичности;

▪формулировки требований к методам контроля надежности на всех этапах жизненного цикла системы.

Назначенный на стадии проектирования уровень надежности системы и ее элементов воплощается в реальное оборудование на стадии изготовления. Эта стадия включает не только технологические процессы изготовления, но и процессы сборки и контроля изделий. Современные технологические процессы в машиностроении, начиная от обработки и заканчивая финишными операциями, сопровождаются, как правило, значительными силовыми и температурными воздействиями на деталь. В этих условиях может происходить изменение состава и структуры конструкционного материала, возникновение внутренних или поверхностных напряжений, появление трещин, дефектов формы и т.д. Наряду с неточностью изготовления перечисленные явления могут служить причиной будущих производственных отказов при функционировании оборудования. Следовательно, технологические процессы изготовления должны отвечать следующим требованиям:

❖ соответствовать свойствам данного конструкционного материала;

❖ обладать свойством точности, т.е. обеспечивать соответствие поля рассеяния значений показателя качества изготовления элементов оборудования заданному полю допуска и его расположению;

❖ обладать свойством стабильности, т.е. сохранять показатели качества технических операций в заданных пределах в течение определенного времени или циклов работы;

❖ не должны порождать остаточных и побочных явлений.

К числу основных мер, предпринимаемых на данной стадии для обеспечения надежности, относятся:

- использование передовых методов организации производства (внедрение автоматизированных систем управления, аттестация техпроцессов и т.д.);
- применение передовых технологических процессов;
- входной контроль качества конструкционных материалов и комплектующих изделий;
- разработка и реализация методов пооперационного контроля и системы статистического регулирования технологических процессов на важнейших операциях;
- анализ выбранной технологии изготовления оригинального оборудования с точки зрения заданных требований к его надежности;
- применение совершенных средств и методов контроля качества сборки;
- внедрение новейших средств и методов дефектоскопии.

Одной из важных особенностей систем как технических объектов является большой объем монтажных и пуско-наладочных работ. Эти работы также относятся к стадии изготовления и выполняются в большинстве случаев специализированными организациями с участием персонала, который в дальнейшем будет осуществлять штатную эксплуатацию системы. При проведении пуско-наладочных работ обычно выявляются основные ошибки, допущенные при проектировании и изготовлении оборудования. Во всяком случае, на этапе пуско-наладочных работ интенсивность отказов должна быть доведена до постоянной величины, соответствующей стадии нормального функционирования системы.

Стадия эксплуатации оборудования включает в себя транспортирование, хранение, использование по назначению, техническое обслуживание и ремонт. На стадии эксплуатации происходит реализация заложенного на предыдущих стадиях уровня надежности объекта. Весь комплекс работ по обеспечению надежности оборудования при его нормальном функционировании включает шесть основных составляющих.

1. Выполнение требований эксплуатационной документации, правил и режимов эксплуатации.

Существо этого пункта заключается в обязательном соответствии режимов функционирования объекта и тех условий, для которых он проектировался.

2. Проведение непрерывной и всеобъемлющей диагностики системы.

Под технической диагностикой объекта понимают организацию сбора и обработки информации о состоянии объекта с целью обнаружения факта отказа и его причины. На практике техническая диагностика состоит в контрольных измерениях параметров состояния системы и сравнении их с допускаемыми значениями. Контрольные измерения могут выполняться либо эпизодически оператором, обслуживающим оборудование, либо непрерывно автоматизированной системой технической диагностики. В результате, при наступлении предотказного состояния можно предотвратить потерю работоспособности объекта путем своевременного вмешательства и приведения в действие регулирующих устройств, необходимых для возвращения системы в нормальный режим функционирования. Кроме того, техническая диагностика позволяет непосредственно улучшить характеристики восстанавливаемости за счет сокращения времени поиска отказавшего элемента и обнаружения причины отказа.

3. Организация технического обслуживания составных частей системы.

При эксплуатации технической системы происходит снижение ее функциональных возможностей, обусловленное процессами изнашивания, коррозии и усталости конструкционных материалов. Для поддержания функциональных параметров оборудования в пределах, допускаемых технической документацией, необходимо управлять указанными деградационными процессами. Одним из важнейших методов снижения негативного влияния этих процессов на состояние системы является **техническое обслуживание**. Оно представляет собой комплекс предупредительных (профилактических) мероприятий, направленных на уменьшение вероятности отказов. Сюда входят осмотр отдельных узлов и механизмов, очистка поверхностей, смазывание, подтягивание резьбовых соединений, замена некоторых деталей (например, прокладок, фильтрующих элементов), регулировка и т.п. Техническое обслуживание дает возможность поддерживать требуемый уровень надежности системы, вовремя выявляя любые повреждения или отклонения параметров от нормы. Обычно техническое обслуживание осуществляется регулярно через определенные интервалы времени.

4. Организация принятой системы ремонтов.

Ремонт — комплекс производственных операций по восстановлению работоспособности и ресурса системы в целом или ее элементов. В ремонт могут входить разборка оборудования, обнаружение неисправностей и поломок, восстановление исходного состояния неисправных элементов или их замена, сборка, проверка работоспособности и др. Существуют различные виды ремонта. Ремонт, который предусмотрен в нормативной документации и который проводится в заранее запланированные сроки, называют **плановым**. Если сроки проведения ремонта заранее не оговорены, то его называют **неплановым**.

По степени восстановления ресурса системы ремонтные работы делятся на **капитальные**, **средние** и **текущие**. В первом случае проводится полное или близкое к полному восстановление ресурса с заменой или восстановлением основного оборудования. Во время капитального ремонта эксплуатация технологической системы, разумеется, невозможна. Текущий ремонт осуществляется в процессе эксплуатации системы для гарантированного обеспечения ее работоспособности. Он сводится к замене и восстановлению вспомогательного оборудования. Наконец, средний ремонт носит промежуточный характер.

5. Сбор, систематизация и статистическая обработка эксплуатационной информации о надежности системы.

Одним из важных компонентов обеспечения надежности оборудования является работа по накоплению статистических данных о результатах его эксплуатации. Материальными носителями таких данных могут служить журналы учета наработок, повреждений и отказов элементов системы, а также журналы учета технического обслуживания и ремонтных работ. Основными задачами сбора информации этого рода являются:

- ✓ выявление причин возникновения отказов;
- ✓ определение влияния условий эксплуатации на численные значения показателей надежности системы;
- ✓ разработка мер по совершенствованию системы технического обслуживания и ремонта.

6. Периодическое повышение квалификации обслуживающего операторского и ремонтного персонала.

Поскольку уровень автоматизации российских производств все еще недостаточно высок, большая роль в нормальной работе оборудования принадлежит человеку-оператору. От его квалификации, опыта и заинтересованности во многом зависит достижение основной цели управления надежностью – максимальной эффективности функционирования системы.

Перечисленные виды работ по обеспечению надежности оборудования на стадии его эксплуатации непосредственно вытекают из практики работы предприятий. Однако, существует целый ряд методов повышения надежности технических объектов, основанных на рассмотренных ранее общих теоретических положениях. Первый класс методов: структурное резервирование – базируется на том, что вероятность отказа двух параллельно соединенных по свойству надежности элемента ниже, чем вероятность отказа каждого из них. Это теоретическое положение позволяет повысить показатели надежности путем введения в функциональную схему системы резервных элементов, которые могут заменить основные элементы при отказе последних.

Другой класс методов повышения надежности: методы уменьшения интенсивности отказов — исходит из того, что даже небольшое уменьшение величины интенсивности отказов $\lambda(t)$ приводит к заметному увеличению безотказности.

Третий класс методов: методы уменьшения среднего времени восстановления – основаны на следующем: чем меньше среднее время восстановления системы после отказа, тем больше суммарная продолжительность ее нормального функционирования за определенный период эксплуатации (например, за год).

Перечисленные методы повышения надежности универсальны в том смысле, что могут быть реализованы на любом этапе существования объекта. Наиболее эффективным среди них является резервирование, которое будет рассмотрено ниже.

1.4.2. Повышение надежности методами резервирования

Одним из основных методов повышения надежности является введение в технологическую систему элементов **избыточности**. Под избыточностью понимают дополнительные технические средства и возможности сверх тех, которые необходимы для выполнения объектом заданных функций. Введение избыточности чаще называют **резервированием**. Различают пять видов резервирования: информационное, функциональное, нагрузочное, временное и структурное.

Информационная избыточность характерна для систем оперативного управления предприятием, производственными цехами, отдельными технологическими линиями. Она сводится к многократному дублированию сообщений или параллельной передаче одного и того же сообщения по нескольким каналам связи. Использование информационной избыточности оправдано в том случае, если линии связи допускают помехи и искажения.

Функциональная избыточность заключается в применении оборудования, которое может выполнять более одной функции или одну функцию, но для различных рабочих сред путем несложной настройки.

Нагрузочное резервирование предусматривает создание избыточности по критериям работоспособности (прочности, герметичности, износостойкости и т.п.) путем выбора завышенных значений коэффициентов запаса.

Временное резервирование предполагает использование в технологической схеме промежуточных емкостей (резервуаров и бункеров), которые предназначены для накопления продукта между отдельными аппаратами системы. Этот прием позволяет некоторое время продолжать нормальную работу системы даже при отказе части оборудования, расположенной до промежуточной емкости.

Структурное резервирование состоит во введении в функциональную схему системы дополнительных (резервных) аппаратов и машин, выполняющих функции основного оборудования при отказе последнего. Этот вид резервирования позволяет создавать технологические системы, показатели надежности которых значительно превышают показатели надежности составляющих их элементов.

Принцип использования резервного оборудования основан на применении в системе параллельно соединенных по свойству надежности элементов. При этом вероятность безотказной работы такого соединения всегда больше, чем вероятность безотказной работы каждого элемента.

Существует несколько способов структурного резервирования, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки. При **общем резервировании** резервируется система в целом, т.е. в технологическую схему встроен ее полный дубликат. При **раздельном резервировании** резервируются отдельные элементы системы. Раздельное резервирование обеспечивает больший выигрыш в надежности, чем общее.

Постоянным называют такое резервирование, при котором резервные аппараты присоединены к основным в течение всего времени работы и работают одновременно с ними (рисунок 11). При этом рабочие условия для резерва полностью совпадают с условиями, в которых находится основной аппарат. Поэтому этот способ резервирования называют еще **нагруженным** или **«горячим резервом»**. Его используют в тех случаях, когда даже кратковременное прекращение работы оборудования не допустимо. При «горячем резерве» ресурс резервных аппаратов начинает расходоваться одновременно с ресурсом основных, что является серьезным недостатком этого способа резервирования.

Указанного недостатка лишен способ резервирования **замещением**. При включении резерва по этому способу резервный элемент вступает в работу только после отказа основного. При этом возможны два вида нагружения для резерва. Первый характеризуется тем, что условия ожидания резервного аппарата носят облегченный характер. Применительно к схеме на рисунке 11 это означает, например, что ротор резервного насоса неподвижен, но клапаны на резервной линии открыты, и насос находится под коррозионным воздействием рабочей среды. Такой вид резервирования называют **облегченным** или **«теплым»**.

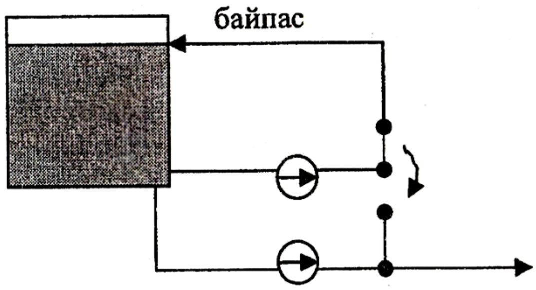


Рисунок 11 – Схема включения резервного насоса по способу «горячего резерва»

Другой вид условий ожидания для резерва характеризуется полным отсутствием какого-либо воздействия. В этом случае говорят о **ненагруженном** или **«холодном»** резерве. В отношении схемы на рисунке 11 «холодное» резервирование означает, что клапаны на резервной линии закрыты, и рабочая среда в ней отсутствует. Ресурс резервного элемента в режиме ожидания не расходуется.

Разновидностью резервирования замещением является так называемый **скользящий резерв**. При этом способе резервирования некоторое число резервных аппаратов может замещать любой основной аппарат. После его отказа один из резервных аппаратов вступает в работу и становится основным. В свою очередь он сам может отказать. Тогда он замещается одним из оставшихся резервных аппаратов. Очевидно, что скользящее резервирование можно реализовать только тогда, когда система состоит из однотипных элементов. На рисунке 12 представлена краткая классификация способов резервирования.

Отношение числа резервных элементов к числу основных называется **кратностью резервирования**. Различают целую и дробную кратность. При резервировании с целой кратностью для нормальной работы резервированного блока достаточно, чтобы работоспособным был хотя бы один элемент (из общего числа основных и резервных). При резервировании с дробной кратностью нормальная работа блока возможна при условии, что число работоспособных элементов (из общего числа основных и резервных) будет не меньше минимально необходимого для осуществления рабочих процессов.

Рисунок 12 – Краткая классификация способов резервирования

2 ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

2.1. Понятие техногенного риска

При решении комплексных вопросов безопасности в развитых странах широко применяется методология риска, основу которой составляет определение последствий и вероятности нежелательных событий. Используя количественные показатели риска, в принципе можно «измерять» потенциальную опасность и даже сравнивать опасности различной природы. При этом в качестве показателей опасности обычно понимают индивидуальный или социальный риск гибели людей (или в общем случае причинения определенного ущерба).

В широком смысле слова риск выражает возможную опасность, вероятность нежелательного события. Применительно к проблеме безопасности жизнедеятельности таким событием может быть ухудшение здоровья или смерть человека, авария или катастрофа технической системы или устройства, загрязнение или разрушение экологической системы, гибель группы людей или возрастание смертности населения, материальный ущерб от реализовавшихся опасностей или увеличения затрат на безопасность.

Аналитически риск выражает частоту реализации опасностей по отношению к возможному их числу. В общем виде:

$$R = N(f) / Q(f) \,, \qquad (132)$$

где R – риск; N – количественный показатель частоты нежелательных событий в единицу времени t; Q – число объектов риска, подверженных определенному фактору риска f.

Вероятность возникновения опасности – величина, существенно меньшая единицы.

Ожидаемый (прогнозируемый) риск R – это произведение частоты реализации конкретной опасности f на произведение вероятностей нахождения человека в «зоне риска» при различном регламенте технологического процесса:

$$R = f \prod_{i=1}^{n} p_i \ , \quad (i = 1, 2, \dots, n), \tag{133}$$

где f – число несчастных случаев (смертельных исходов) от данной опасности, $чел^{-1}$-$год^{-1}$ (для отечественной практики f соответствует значению коэффициента частоты несчастного случая, деленного на 1000); p_i – вероятность нахождения работника в «зоне риска».

Формирование опасных и чрезвычайных ситуаций – результат определенной совокупности факторов риска, порождаемых соответствующими источниками.

Соотношение объектов риска и нежелательных событий позволяет различать индивидуальный, техногенный, экологический, социальный и экономический риск. Каждый вид его обусловливают характерные источники и факторы риска.

Техногенный риск – комплексный показатель надежности элементов техносферы. Он выражает вероятность аварии или катастрофы при эксплуатации машин, механизмов, реализации технологических процессов, строительстве и эксплуатации зданий и сооружений:

$$R_т = \Delta T(f) \ / \ T(f) \ , \tag{134}$$

где $R_т$ – технический риск; ΔT – число аварий в единицу времени t на идентичных технических системах и объектах; T – число идентичных технических систем и объектов, подверженных общему фактору риска f.

Источники технического риска: низкий уровень научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ; опытное производство новой техники; серийный выпуск небезопасной техники; нарушение правил безопасной эксплуатации технических систем.

Наиболее распространенные факторы технического риска: ошибочный выбор по критериям безопасности направлений развития техники и технологий; выбор потенциально опасных конструктивных схем и принципов действия технических систем; ошибки в определении эксплуатационных нагрузок; неправильный выбор конструкционных материалов; недостаточный запас прочности; отсутствие в проектах технических средств безопасности; некачественная доводка конструкции, технологии, документации по критериям безопасности; отклонения от заданного химического состава конструкционных материалов; недостаточная точность конструктивных размеров; нарушение режимов термической и химико-термической обработки деталей; нарушение регламентов сборки и монтажа конструкций и машин; использование техники не по назначению; нарушение паспортных (проектных) режимов эксплуатации; несвоевременные профилактические осмотры и ремонты; нарушение требований транспортирования и хранения.

2.2. Методология анализа и оценки риска

Методологическое обеспечение анализа риска – это совокупность методов, методик и программных средств, позволяющих всесторонне выявить опасности и оценить риск чрезвычайной ситуации, источником которой может являться промышленный объект. Выполнение требований к методологическому обеспечению анализа опасностей и риска необходимо для повышения точности и объективности результатов исследования опасностей промышленного объекта, а также для повышения эффективности выработки мероприятий по предупреждению чрезвычайных ситуаций.

Оценка риска – это анализ происхождения (возникновения) и масштабы риска в конкретной ситуации.

Вкладом в реализацию Федерального закона «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» и определенным шагом на пути решения проблемы оценки риска следует считать разработку «Методических указаний по проведению анализа риска опасных производственных объектов (РД 03-418–01)». Впервые в отечественную нормативную систему введен документ, содержащий терминологию и методологию анализа риска. Риск или степень риска предлагается рассматривать как сочетание частоты (вероятности) и последствий конкретного опасного события. Математическое выражение риска Р – это соотношение числа неблагоприятных проявлений опасности n к их возможному числу N за определенный период времени, т.е. $P = n / N$. Помимо этого используется понятие «степень риска» R, т.е. вероятность наступления нежелательного события с учетом размера возможного ущерба от события. Степень риска можно представить как математическое ожидание величины ущерба от нежелательного события:

$$R(m) = \sum_{i=1}^{n} p_i m_i \ , \qquad (135)$$

где p_i – вероятность наступления события, связанного с ущербом; m_i – случайная величина ущерба, причиненного экономике, здоровью и т.п.

Принято различать:

– индивидуальный риск – вероятность гибели человека при данном виде деятельности;

– социальный риск – зависимость числа погибших людей от частоты возникновения события, вызывающего поражение этих людей.

Значение индивидуального риска используется для количественной оценки потенциальной опасности конкретного рабочего места, вида деятельности, рабочей зоны и т.п., социального – для интегральной количественной оценки опасных производственных объектов, характеристики масштаба воздействия аварии.

Несмотря на различие в подходах к последовательности этапов процесса управления риском, можно выделить три общие для всех документов составляющие этого процесса: информацию о производственной безопасности, анализ риска и контроль производственной безопасности.

Анализ риска базируется на собранной информации и определяет меры по контролю безопасности технологической системы, поэтому основная задача анализа риска заключается в том, чтобы обеспечить рациональное основание для принятия решений в отношении риска (рисунок 13).

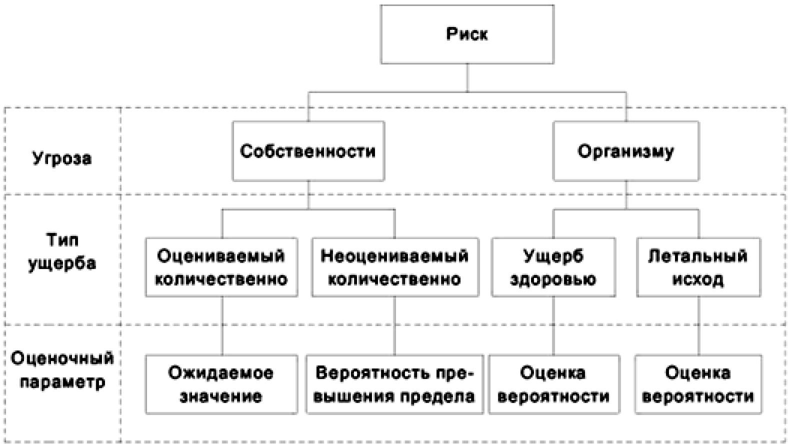


Рисунок 13 – Схема оценки риска

Анализ риска или риск-анализ – это систематическое использование имеющейся информации для выявления опасностей и оценки риска для отдельных лиц или групп населения, имущества или окружающей среды.

Анализ риска заключается в выявлении (идентификации) опасностей и оценке риска, когда под опасностью понимается источник потенциального ущерба или вреда или ситуация с возможностью нанесения ущерба, а под идентификацией опасности – процесс выявления и признания, что опасность существует, и определение ее характеристик. Применение понятия риск, таким образом, позволяет переводить опасность в разряд измеряемых категорий. Риск фактически есть мера опасности.

Оценка риска включает в себя анализ частоты, анализ последствий и их сочетание. Анализ риска проводится по следующей общей схеме:

1. Планирование и организация.
2. Идентификация опасностей.
   2.1. Выявление опасностей.
   2.2. Предварительная оценка характеристик опасностей.
3. Оценка риска.
   3.1. Анализ частоты.
   3.2. Анализ последствий.
   3.3. Анализ неопределенностей.
4. Разработка рекомендаций по управлению риском.

Первое, с чего начинается любой анализ риска, – это планирование и организация работ. Поэтому на первом этапе необходимо:

− указать причины и проблемы, вызывавшие необходимость проведения риск-анализа;
− определить анализируемую систему и дать ее описание;
− подобрать соответствующую команду для проведения анализа;
− установить источники информации о безопасности системы;
− указать исходные данные и ограничения, обуславливающие пределы риск-анализа;
− четко определить цели риск-анализа и критерий приемлемого риска.

Следующий этап анализа риска – идентификация опасностей. Основная задача – выявление (на основе информации о данном объекте, результатов экспертизы и опыта работы подобных систем) и четкое описание всех присущих системе опасностей. Здесь же проводится предварительная оценка опасностей с целью выбора дальнейшего направления деятельности:

− прекратить дальнейший анализ ввиду незначительности опасностей;
− провести более детальный анализ риска;
− выработать рекомендации по уменьшению опасностей.

В принципе процесс риск-анализа может заканчиваться уже на этапе идентификации опасностей.

После идентификации опасностей переходят к этапу оценки риска, на котором идентифицированные опасности должны быть оценены на основе критериев приемлемого риска, чтобы идентифицировать опасности с неприемлемым уровнем риска, что является основой для разработки рекомендации и мер по уменьшению опасностей. При этом критерий приемлемого риска и результаты оценки риска могут быть выражены как качественно (в виде текстового описания), так и количественно (например, в виде числа несчастных случаев или аварий в год).

Согласно определению оценка риска включает в себя анализ частоты и анализ последствий. Однако, когда последствия незначительны или частота крайне мала, достаточно оценить один параметр. Для анализа частоты обычно используются:

− исторические данные, соответствующие по типу системы, объекта или вида деятельности;

− статистические данные по аварийности и надежности оборудования;

− логические методы анализа «деревьев событий» или «деревьев отказов»;

− экспертная оценка с учетом мнения специалистов в данной области.

Анализ последствий включает оценку воздействий на людей, имущество или окружающую среду. Для прогнозирования последствий необходимы модели аварийных процессов, понимание их сущности и сущности используемых поражающих факторов, так как нужно оценить физические эффекты нежелательных событий (пожаров, взрывов, выбросов токсичных веществ) и использовать критерии поражения изучаемых объектов воздействия.

На этапе оценки риска следует проанализировать возможную неопределенность результатов, обусловленную неточностью информации по надежности оборудования и ошибкам персонала, а также принятых допущений, применяемых при расчете моделей аварийного процесса. Анализ неопределенности – это перевод неопределенности исходных параметров и предложений, использованных при оценке риска, в неопределенность результатов.

Наибольший объем рекомендаций по обеспечению безопасности вырабатывается с применением качественных (инженерных) методов анализа риска, позволяющих достигать основных целей риск-анализа при использовании меньшего объема информации и затрат труда. Однако количественные методы оценки риска всегда очень полезны, а в некоторых ситуациях – и единственно допустимы, в частности, для сравнения опасностей различной природы или при экспертизе особо опасных сложных технических систем.

Разработка рекомендаций по уменьшению риска (управлению риском) является заключительным этапом анализа риска. Рекомендации могут признать существующий риск приемлемым или указывать меры по уменьшению риска, т.е. меры по его управлению. Меры по управлению риска могут иметь технический, эксплуатационный или организационный характер.

1.4.3 Качественные методы анализа риска

Объектом анализа опасностей как источника техногенного риска является система «человек–машина–окружающая среда (ЧМС)», в которой в единый комплекс объединены технические объекты, люди и окружающая среда, взаимодействующие друг с другом.

Анализ опасностей и риска позволяет определить источники опасностей, потенциальные аварии и катастрофы, последовательности развития событий, вероятности аварий, величину риска, величину последствий, пути предотвращения аварий и смягчения последствий.

Методы определения потенциального риска можно разделить на:

− инженерные методы с использованием статистики, когда производится расчет частот, проводится вероятностный анализ безопасности и построение «деревьев опасности»;

− модельные методы основаны на построении моделей воздействия опасных и вредных факторов на отдельного человека, на профессиональные и социальные группы населения;

− экспертные методы включают определение вероятностей различных событий на основе опроса опытных специалистов-экспертов;

− социологические методы, которые основаны на опросе населения.

Для отражения различных аспектов опасности эти методы применяются в комплексе.

Анализ риска описывает опасности качественно и количественно и заканчивается планированием предупредительных мероприятий. Он базируется на знании алгебры логики и событий, теории вероятностей, статистическом анализе, требует инженерных знаний и системного подхода.

Качественные методы анализа риска позволяют определить источники опасностей, потенциальные аварии и несчастные случаи, последовательности развития событий, пути предотвращения аварий (несчастных случаев) и смягчения последствий.

Анализ риска начинают с предварительного исследования, позволяющего идентифицировать источники опасности. Затем проводят детальный качественный анализ.

Выбор качественного метода анализа риска зависит от цели анализа, назначения объекта и его сложности. Качественные методы анализа опасностей включают:

- предварительный анализ опасностей;
- анализ последствий отказов;
- анализ опасностей методом потенциальных отклонений;
- анализ ошибок персонала;
- причинно-следственный анализ;
- анализ опасностей с помощью «дерева причин»;
- анализ опасностей с помощью «дерева последствий».

Предварительный анализ опасностей (ПАО) заключается в выявлении источника опасностей, определении системы или событий, которые могут вызывать опасные состояния, характеристике опасностей в соответствии с вызываемыми ими последствиями. Предварительный анализ опасностей осуществляют в следующем порядке:

- изучают технические характеристики объекта, системы, процесса, используемые энергетические источники, рабочие среды, материалы и устанавливают их повреждающие свойства;
- устанавливают нормативно-техническую документацию, действие которой распространяется на данный технический объект, систему, процесс;
- проверяют существующую техническую документацию на ее соответствие нормам и правилам безопасности;
- составляют перечень опасностей, в котором указывают идентифицированные источники опасностей, повреждающие факторы, потенциальные аварии, выявленные недостатки.

В целом ПАО представляет собой первую попытку выявить оборудование технической системы (в ее начальном варианте) и отдельные события, которые могут привести к возникновению опасностей. Этот анализ выполняется на начальном этапе разработки системы. Детальный анализ возможных событий обычно проводится с помощью «дерева отказов», после того как система полностью определена.

Анализ последствий отказов (АПО) – качественный метод идентификации опасностей, основанный на системном подходе и имеющий характер прогноза. АПО является анализом индуктивного типа, с помощью которого систематически, на основе последовательного рассмотрения одного элемента за другим, анализируются все возможные виды отказов или аварийные ситуации и выявляются их результирующие воздействия на систему.

Отдельные аварийные ситуации и виды отказов элементов позволяют определить их воздействие на другие близлежащие элементы и систему в целом. АПО осуществляют в следующем порядке:

− техническую систему (объект) подразделяют на компоненты;

− для каждого компонента выявляют возможные отказы;

− изучают потенциальные аварии, которые могут вызвать отказы на исследуемом объекте;

− отказы ранжируют по опасностям и разрабатывают предупредительные меры.

Результаты анализа последствий отказа представляются в виде таблиц с перечнем оборудования, видов и причин возможных отказов, с частотой, последствиями, критичностью, средствами обнаружения неисправности (сигнализаторы, приборы контроля и т.п.) и рекомендациями по уменьшению опасности.

В качестве примера на рисунке 14 приведены показатели (индексы) уровня и критерии критичности по вероятности и тяжести последствий отказа. Для анализа выделены четыре группы, которым может быть нанесен ущерб от отказа: персонал, население, имущество (оборудование, сооружения, здания, продукция и т.п.), окружающая среда.

Критерии отказов по тяжести последствий:

− катастрофический отказ – приводит к смерти людей, существенному ущербу имуществу, наносит невосполнимый ущерб окружающей среде;

− критический (некритический) отказ – угрожает (не угрожает) жизни людей, приводит (не приводит) к существенному ущербу имуществу, окружающей среде;

− отказ с пренебрежимо малыми последствиями – отказ, не относящийся по своим последствиям ни к одной из первых трех категорий.

Категории (критичность) отказов:

A – обязателен количественный анализ риска или требуются особые меры обеспечения безопасности;

B – желателен количественный анализ риска или требуется принятие определенных мер безопасности;

C – рекомендуется проведение качественного анализа опасностей или принятие некоторых мер безопасности;

D – анализ и принятие специальных (дополнительных) мер безопасности не требуется.

Этим методом можно оценить опасный потенциал любого технического объекта. По результатам анализов отказов могут быть собраны данные о частоте отказов, необходимые для количественной оценки уровня опасности рассматриваемого объекта.

Отказ	Частота возникновения отказа в год	Тяжесть последствий отказа			
		катастрофического	критического	некритического	с пренебрежимо малыми последствиями
Частный	> 1	*A*	*A*	*A*	*C*
Вероятный	-10^{-2}	*A*	*A*	*B*	*C*
Возможный	$10^{-2}…10^{-4}$	*A*	*B*	*B*	*C*
Редкий	$10^{-4}…10^{-6}$	*A*	*B*	*C*	*D*
Практически невероятный	$< 10^{-6}$	*B*	*C*	*C*	*D*

Рисунок 14 – Матрица «Вероятность – тяжесть последствий»

Анализ опасностей методом потенциальных отклонений (АОМПО) включает процедуру искусственного создания отклонений с помощью ключевых слов. Для этого разбивают технологический процесс или техническую систему на составные части и, создавая с помощью ключевых слов отклонения, систематично изучают их потенциальные причины и те последствия, к которым они могут привести на практике.

В процессе анализа для каждой составляющей опасного производственного объекта или технологического блока определяются возможные отклонения, причины и указания по их недопущению. При характеристике отклонения используются ключевые слова «нет», «больше», «меньше», «так же, как», «другой», «иначе, чем», «обратный» и т.п. Применение ключевых слов помогает исполнителям выявить все возможные отклонения. Конкретное сочетание этих слов с технологическими параметрами определяется спецификой производства.

Примерное содержание ключевых слов следующее:

«нет» – отсутствие прямой подачи вещества, когда она должна быть;

«больше (меньше)» – увеличение (уменьшение) значений режимных переменных по сравнению с заданными параметрами (температуры, давления, расхода);

«так же, как» – появление дополнительных компонентов (воздух, вода, примеси);

«другой» – состояние, отличающееся от обычной работы (пуск, остановка, повышение производительности и т.д.);

«иначе, чем» – полное изменение процесса, непредвиденное событие, разрушение, разгерметизация оборудования;

«обратный» – логическая противоположность замыслу, появление обратного потока вещества.

Отклонения, имеющие повышенные значения критичности, далее рассматриваются более детально, в том числе при построении сценариев аварийных ситуаций и количественной оценки риска.

Степень опасности отклонений может быть определена количественно путем оценки вероятности и тяжести последствий рассматриваемой ситуации по критериям критичности аналогично методу АПО (рисунок 14).

1.4.4 Количественная оценка риска

Количественный анализ опасностей дает возможность определить вероятности аварий и несчастных случаев, величину риска, величину последствий. Методы расчета вероятностей и статистический анализ являются составными частями количественного анализа опасностей. Установление логических связей между событиями необходимо для расчета вероятностей аварии или несчастного случая.

Методы количественного анализа риска, как правило, характеризуются расчетом нескольких показателей риска и могут включать один или несколько вышеупомянутых методов (или использовать их результаты).

Проведение количественного анализа требует высокой квалификации исполнителей, большого объема информации по аварийности, надежности оборудования, выполнения экспертных работ, учета особенностей окружающей местности, метеоусловий, времени пребывания людей в опасных зонах и других факторов.

Количественный анализ риска позволяет оценивать и сравнивать различные опасности по единым показателям, он наиболее эффективен:

− на стадии проектирования и размещения опасного производственного объекта;

− при обосновании и оптимизации мер безопасности;

− при оценке опасности крупных аварий на опасных производственных объектах, имеющих однотипные технические устройства (например, магистральные трубопроводы);

− при комплексной оценке опасностей аварий для людей, имущества и окружающей природной среды.

При анализе опасностей сложные системы разбивают на подсистемы.

Подсистемой называют часть системы, которую выделяют по определенному признаку, отвечающему конкретным целям и задачам функционирования системы. Подсистема может рассматриваться как самостоятельная система, состоящая из других подсистем, т.е. иерархическая структура сложной системы может состоять из подсистем различных уровней, где подсистемы низших уровней входят составными частями в подсистемы высших уровней. В свою очередь, подсистемы состоят из компонентов – частей системы, которые рассматриваются без дальнейшего деления как единое целое.

Логический анализ внутренней структуры системы и определение вероятности нежелательных событий E как функции отдельных событий E_i являются одной из задач анализа опасностей.

Итак, количественная оценка риска представляет собой процесс оценки численных значений вероятности и последствий нежелательных процессов, явлений, событий, а, стало быть, к достоверности получаемых оценок надо подходить осторожно.

Для численной оценки риска используют различные математические формулировки.

Обычно при оценке риска его характеризуют двумя величинами – вероятностью события Р и последствиями Х, которые в выражении математического ожидания выступают как сомножители:

$$R = PX . \tag{136}$$

По отношению к источникам опасностей оценка риска предусматривает разграничение нормального режима работы $R_н$ и аварийных ситуаций $R_{ав}$:

$$R = R_н + R_{ав} = P_н X_н + P_{ав} X_{ав} . \tag{137}$$

В случае, когда последствия неизвестны, то под риском понимают вероятность наступления определенного сочетания нежелательных событий:

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i . \tag{138}$$

При необходимости можно использовать определение риска как вероятности превышения предела x:

$$R = P\{\xi > x\}, \quad (139)$$

где ξ – случайная величина.

Техногенный риск оценивают по формуле, включающей как вероятность нежелательного события, так и величину последствий в виде ущерба U:

$$R = PU. \quad (140)$$

Если каждому нежелательному событию, происходящему с вероятностью P_i, соответствует ущерб U_i, то величина риска будет представлять собой ожидаемую величину ущерба:

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i U_i. \quad (141)$$

Когда существует опасность здоровью и материальным ценностям, риск целесообразно представлять в векторном виде с различными единицами измерения по координатным осям:

$$R = \vec{P}\vec{U}\ . \quad (142)$$

Перемножение в правой части этого уравнения производится покомпонентно, что позволяет сравнивать риски.

3 КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

3.1 Указания по выполнению и оформлению контрольных работ

Каждая контрольная работа включает в себя практические задачи, обязательные для выполнения каждому студенту. Текст контрольной работы должен быть набран на компьютере на листах формата А4 (межстрочный интервал – полуторный, кегель – 14) с одной стороны. Номер выполняемого варианта задачи определяется последней цифрой шифра студенческого билета (зачетной книжки). При оформлении контрольной работы не следует воспроизводить теоретическую часть, представленную в данном пособии. Материал контрольной работы должен содержать, преимущественно, результаты самостоятельной учебной и расчетно-практической деятельности студента, а не являться копией электронного учебника.

3.2 Контрольная работа № 1

Необходимо решить 3 задачи.

Задача № 1. Химико-технологическая установка состоит из пяти последовательно соединенных аппаратов. Вероятности отказа аппаратов в течение года равны: p_1; p_2; p_3; p_4; p_5. Найти вероятность безотказной работы установки, если ее отказ происходит при выходе из строя любого из пяти аппаратов.

Индивидуальные варианты

№ варианта	Вероятность отказа аппаратов				
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
0	0,10	0,21	0,02	0,11	0,19
1	0,35	0,16	0,01	0,14	0,02
2	0,24	0,28	0,22	0,03	0,08
3	0,22	0,31	0,13	0,12	0,20
4	0,15	0,08	0,05	0,07	0,23
5	0,03	0,10	0,01	0,12	0,04
6	0,21	0,19	0,09	0,09	0,01
7	0,16	0,14	0,06	0,05	0,10
8	0,11	0,20	0,15	0,03	0,01
9	0,15	0,15	0,07	0,09	0,18

Задача № 2. Партия из N изделий подвергается выборочному контролю. Вся партия бракуется, если среди 5 проверяемых изделий хотя бы 1 окажется бракованным. Какова вероятность для данной партии изделий быть забракованной, если она содержит 5 % неисправных изделий?

Индивидуальные варианты

№ варианта	N, шт.
0	50
1	100
2	150
3	200
4	250
5	300
6	350
7	400
8	450
9	500

Задача № 3. Сушильная установка состоит из калорифера К, трех сушильных камер С и циклона Ц (см. рисунок). Вероятность отказа за время Т калорифера – *a*; циклона – *b*; каждой сушильной камеры – *c*. Найти вероятность отказа за время Т всей установки.

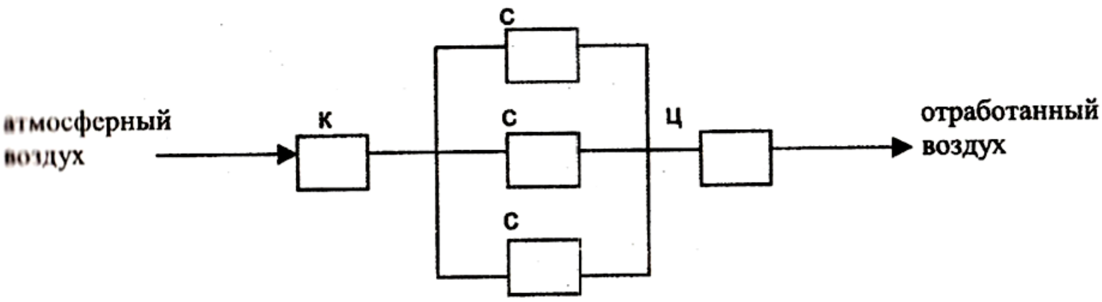


Рисунок – Блок-схема сушильной установки

Индивидуальные варианты

№ варианта	Вероятность отказа аппаратов		
	a	*b*	*c*
0	0,45	0,10	0,60
1	0,15	0,30	0,25
2	0,55	0,20	0,15
3	0,20	0,30	0,25
4	0,10	0,15	0,05
5	0,05	0,50	0,40
6	0,35	0,45	0,10
7	0,20	0,10	0,55
8	0,40	0,05	0,35
9	0,15	0,10	0,20

3.3 Контрольная работа № 2

Необходимо решить 2 задачи.

Задача № 1. При испытаниях на надежность N газовых компрессоров оценка средней наработки на отказ составила 52 часа. Считая, что наработка на отказ подчиняется нормальному закону распределения со средним квадратичным отклонением, равным 14-ти часам, найти доверительные интервалы для $T_{ср}$, соответствующие значениям доверительной вероятности 0,80; 0,90 и 0,95. При решении задачи пользоваться приведенной ниже таблицей.

Значение функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0754
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2356	0,2389	0,2421	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2793	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2996	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3138
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3437	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3906	0,3925	0,3943	0,3962	0,3980	0,3998	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4430	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4485	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4648	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4700	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4893	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4865	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4958	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986

3,0	0,49865	3,3	0,49952	3,6	0,49984	3,9	0,49995
3,1	0,49903	3,4	0,49966	3,7	0,49989	4,0	0,499968
3,2	0,49931	3,5	0,49977	3,8	0,49993	4,5	0,499997

Индивидуальные варианты

№ варианта	N, шт.
0	10
1	11
2	12
3	13
4	14
5	15
6	16
7	17
8	18
9	19

Задача № 2. Сравнить вероятности отказов за некоторый промежуток времени двух систем с последовательным и параллельным соединением элементов по свойству надежности. Первая включает пять элементов с вероятностью безотказной работы p_1 каждый, а вторая – то же количество элементов с p_2. Сделать вывод о надежности данных систем.

Индивидуальные варианты

№ варианта	Вероятность безотказной работы	
	p_1	p_2
0	0,80	0,08
1	0,70	0,07
2	0,60	0,06
3	0,50	0,05
4	0,40	0,04
5	0,85	0,08
6	0,75	0,07
7	0,65	0,06
8	0,55	0,05
9	0,45	0,04