Контрольное задание №3 по дисциплине «Линейная алгебра и геометрия»

Тема: Квадратичные формы. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

1. Исследовать квадратичные формы $P(x, y)$, $Q(x, y, z)$ на знакоопределенность:

1) $P(x, y) = 2x^2 + 6xy + y^2$, $Q(x, y, z) = 3x^2 + 2xz + 4y^2 + 2yz + z^2$

2) $P(x, y) = 2x^2 + 2xy + 3y^2$, $Q(x, y, z) = x^2 - 3xy + 2xz + 3y^2 + 4yz + 2z^2$

3) $P(x, y) = -2x^2 + 6xy - 5y^2$, $Q(x, y, z) = x^2 + xy + 2xz + y^2 + yz + 2z^2$

4) $P(x, y) = 4x^2 + 4xy + y^2$, $Q(x, y, z) = 9x^2 + 2xy + 2y^2 + z^2 - 4xz$

5) $P(x, y) = -3x^2 + 4xy + y^2$, $Q(x, y, z) = x^2 + xy + 3y^2 + xz + 2yz + 2z^2$

6) $P(x, y) = 9x^2 + 6xy + y^2$, $Q(x, y, z) = 2x^2 - 3xy + xz + 2y^2 + yz + z^2$

7) $P(x, y) = 3x^2 + 4xy + 4y^2$, $Q(x, y, z) = -x^2 - 3y^2 + 2xy - 2z^2$

8) $P(x, y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2$, $Q(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 2xy + 4xz - 3yz$

9) $P(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$, $Q(x, y, z) = -3x^2 + 4xy + 2xz - 2y^2 - 4yz - 3z^2$

10) $P(x, y) = x^2 + xy + y^2$, $Q(x, y, z) = 7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz$

11) $P(x, y) = x^2 - 8xy + 16y^2$, $Q(x, y, z) = 3x^2 + 4xy + 6xz + yz + 4y^2 + 5z^2$

12) $P(x, y) = -2x^2 + 2xy - y^2$, $Q(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2 - 4xy + yz - 2xz$

13) $P(x, y) = -x^2 + 4xy + 3y^2$, $Q(x, y, z) = 3y^2 + 2yz + 4x^2 - 2xz + z^2$

14) $P(x, y) = x^2 - 4xy + 2y^2$, $Q(x, y, z) = y^2 - 3xy + 2yz + 3x^2 - 4xz + 2z^2$

15) $P(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2$, $Q(x, y, z) = y^2 + xy + 2yz + x^2 + xz + 2z^2$

16) $P(x, y) = 3x^2 - 4xy + 4y^2$, $Q(x, y, z) = 9y^2 + 2xy + 2x^2 + z^2 - 4yz$

17) $P(x, y) = -3x^2 + 5xy - 2y^2$, $Q(x, y, z) = y^2 + xy + 3x^2 + yz - 2xz + 2z^2$

18) $P(x, y) = 2x^2 - xy + 4y^2$, $Q(x, y, z) = 2y^2 - 3xy + yz + 2x^2 + xz + z^2$

19) $P(x, y) = -x^2 + 5xy - 3y^2$ $Q(x, y, z) = -y^2 - 3x^2 + 2xy - 2z^2$

20) $P(x, y) = -x^2 + 2xy - 4y^2$, $Q(x, y, z) = 2y^2 + 3x^2 + 4z^2 + 2xy + 4yz - 3xz$

21) $P(x, y) = 3x^2 - 12xy + 4y^2$, $Q(x, y, z) = -3y^2 + 4xy + 2yz - 2x^2 - 4xz - 3z^2$

22) $P(x, y) = x^2 + 8xy + 16y^2$, $Q(x, y, z) = 7y^2 + 6x^2 + 5z^2 - 4xy - 4xz$

23) $P(x, y) = x^2 - 3xy + 3y^2$, $Q(x, y, z) = 3y^2 + 4xy + 6yz + xz + 4x^2 + 5z^2$

24) $P(x, y) = 2x^2 + 2xy - y^2$, $Q(x, y, z) = 2y^2 + 3x^2 + z^2 - 4xy + xz - 2yz$

25) $P(x, y) = -3x^2 + 4xy - 2y^2$, $Q(x, y, z) = 3z^2 + 2xz + 4y^2 - 2xy + x^2$

26) $P(x, y) = 5x^2 + 12xy$, $Q(x, y, z) = z^2 - 3yz + 2xz + 3y^2 - 4xy + 2x^2$

27) $P(x, y) = x^2 + 5xy + 9y^2$, $Q(x, y, z) = z^2 + yz + 2xz + y^2 + xy + 2x^2$

28) $P(x, y) = 4x^2 - 12xy + 9y^2$, $Q(x, y, z) = 9z^2 + 2yz + 2yz + 2y^2 + x^2 - 4xz$

29) $P(x, y) = -3x^2 + 3xy - y^2$, $Q(x, y, z) = z^2 + yz + 3y^2 + xz - 2xy + 2x^2$

30) $P(x, y) = 5x^2 - 4xy + 5y^2$, $Q(x, y, z) = 2z^2 - 3yz + xz + 2y^2 + xy + x^2$

2. Даны координаты вершин треугольника *ABC*. Напишите уравнения:

а) стороны *BC*;

б) высоты, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*;

в) медианы, проведенной из вершины *C*.

1) *A* (–3; 3), *B* (5; 1), *C* (6; –2)

2) *A* (3; 2), *B* (–1; 3), *C* (1; –2)

3) *A* (2; –1), *B* (4; 5), *C* (–3; 2)

4) *A* (3; 4), *B* (2; 1), *C* (5; 2)

5) *A* (2; 0), *B* (5; 3), *C* (3; 7)

6) *A* (5; 4), *B* (4; 1), *C* (7; 2)

7) *A* (–3; 3), *B* (5; 1), *C* (6; –2)

8) *A* (2; 2), *B* (1; –1), *C* (4; 0)

9) *A* (2; 1), *B* (–1; –1), *C* (3; 2)

10) *A* (2; 1), *B* (1; –2), *C* (4; –1)

11) *A* (0; 1), *B* (–2; 2), *C* (3; –2)

12) *A* (2; 7), *B* (1; 4), *C* (4; 5)

13) *A* (–2; –1), *B* (1; 1), *C* (4; 0)

14) *A* (2; 0), *B* (1; –3), *C* (4; –2)

15) *A* (3; –1), *B* (–3; 1), *C* (1; 4)

16) *A* (2; 6), *B* (1; 3), *C* (4; 4)

17) *A* (4; –2), *B* (1; 6), *C* (–3; 1)

18) *A* (–1; 0), *B* (1; 5), *C* (4; –3)

19) *A* (4; 2), *B* (–1; 3), *C* (1; –2)

20) *A* (2; 5), *B* (1; 2), *C* (4; 3)

21) *A* (0; 4), *B* (–3; –2), *C* (0; 1)

22) *A* (–3; –2), *B* (2; 2), *C* (4; –1)

23) *A* (2; 0), *B* (–2; 1), *C* (1; –1)

24) *A* (–2; 2), *B* (1; –1), *C* (4; 1)

25) *A* (–1; 1), *B* (1; –2), *C* (3; 1)

26) *A* (2; 7), *B* (–3; –3), *C* (3; –1)

27) *A* (1; 1), *B* (–2; –3), *C* (2; 0)

28) *A* (1; -4), *B* (3; 2), *C* (–3; 1)

29) *A* (2; 4), *B* (1; 1), *C* (4; 2)

30) *A* (2; 5), *B* (1; 2), *C* (4; 3)

3. Приведите уравнение кривой II порядка к каноническому виду (с помощью теории квадратичных форм), определите параметры кривой, сделайте рисунок.

1) $9x^2+12xy+4y^2-24x-16y+7=0$

2) $5x^2-6xy+5y^2-24x-32=0$

3) $7x^2+60xy+32y^2-14x+60y+7=0$

4) $29x^2-24xy+36y^2+82x-96y-91=0$

5) $4x^2+4xy+y^2+16x+8y+15=0$

6) $4x^2-4xy+y^2-3x+4y-7=0$

7) $4xy+3y^2+16x+12y-36=0$

8) $11x^2-20xy-4y^2-20x-8y+1=0$

9) $4x^2-12xy+9y^2-20x+30y+16=0$

10) $4x^2-4xy+y^2-6x+3y-4=0$

11) $9x^2+24xy+16y^2-230x+110y-475=0$

12) $5x^2+12xy-22x-12y-19=0$

13) $14x^2+24xy+21y^2-4x+18y-139=0$

14) $3x^2+xy-2y^2-5x+5y-2=0$

15) $4x^2-12xy+9y^2-2x+3y-2=0$

16) $4x^2+24xy+11y^2+64x+42y+51=0$

17) $9x^2-4xy+6y^2+16x-8y-2=0$

18) $4x^2+16xy+15y^2-8x-22y-5=0$

19) $5x^2+4xy+8y^2-32x-56y+80=0$

20) $8x^2+6xy-26x-12y+11=0$

21) $x^2-2xy+y^2-10x-6y+25=0$

22) $2x^2-5xy-12y^2-x+26y-10=0$

23) $x^2-12xy-4y^2+12x+8y+5=0$

24) $x^2-4xy+4y^2+4x-3y-7=0$

25) $x^2-5xy+4y^2+x+2y-2=0$

26) $5x^2+6xy+5y^2-6x-10y-3=0$

27) $2x^2+4xy+5y^2-6x-8y-1=0$

28) $12xy+5y^2-12x-22y-19=0$

29) $5x^2+24xy-5y^2=0$

30) $41x^2+24xy+9y^2+24x+18y-36=0$

<u>Задачи 4,5,6</u> <u>Тексты приведены по вариантам.</u>

<u>Вариант 1</u>

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку M (0; –2; 3).

5. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку M (1; –2; 3) перпендикулярно к вектору $\bar{a}$ (9; –3; –1)и пересекает прямую $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$.

6. Принадлежит ли прямая $\frac{x-13}{8}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$ плоскости $x+2y-4z+1=0$?

<u>Вариант 2</u>

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M (1; 7; –5) и отсекающей от осей координат положительные и равные отрезки.

5. Составить каноническое уравнение прямой, лежащей в плоскости Oyz, проходящей через начало координат и перпендикулярной к прямой $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$.

6. Найти угол между прямой $\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ 2x+y-z-1=0 \end{cases}$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2;3;-1)$, $B(1;1;0)$, $C(0;-2;1)$.

Вариант 3

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M(1;\ 2;\ 0)$ и $N(2;\ 1;\ 1)$ параллельно вектору $\bar{a}(3;\ 0;\ 1)$.

5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;\ -2;\ 0)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{3}$ и расположенной в плоскости Oxy.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x-3y+2z+1=0$ с прямыми $\frac{x-5}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x-3}{4}=\frac{y+4}{-6}=\frac{z-5}{2}$.

Вариант 4

4. Даны координаты вершин тетраэдра $A(2;\ 0;\ 0)$, $B(5;\ 3;\ 0)$, $C(0;\ 1;\ 1)$, $D(-2;\ -4;\ 1)$. Найти двугранный угол между гранями ABC и ABD.

5. При каком значении λ прямые $\frac{x+2}{\lambda}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$ параллельны?

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(4;\ 0;\ -1)$ и пересекающей две данные прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-5}{3}$ и $\frac{x}{5}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

Вариант5

4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $M(1;\ 1;\ 1)$ и $N(-1;\ 1;\ -1)$ параллельно прямой , определяемой точками $A(5;\ -2;\ 3)$ и $B(6;\ 1;\ 0)$.

5. При каком значении D прямая $\begin{cases} 2x-y+3z+D=0 \\ x+3y-z=0 \end{cases}$ проходит через начало координат?

6. Найти точку, симметричную точке $A(3;\ -1;\ 4)$ относительно прямой $\begin{cases} 2x-2y+z-3=0 \\ 2x+y-2z+3=0 \end{cases}$.

Вариант6

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через перпендикуляры, опущенные из точки $A(2;\ 0;\ 1)$ на плоскости $x-3y+2z=0$ и $2x-y+2z=0$.

5. Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;\ 1;\ 3)$, параллельно прямой $\begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2-t \end{cases}$.

6. Найти угол между прямой, проходящей через точки $A(-1;\ 0;\ -5)$ и $B(1;\ 2;\ 0)$, и плоскостью $x-3y+z+5=0$.

Вариант7

4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;\ -3;\ 1)$ параллельно векторам $\overline{a}\,(-3;\ 2;\ -1)$ и $\overline{b}\,(1;\ 2;\ 3)$.

5. Даны вершины треугольника $A(1;\ 0;\ -1)$, $B(2;\ 1;\ 3)$, $C(0;\ -1;\ 1)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины B на сторону AC.

6. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(-1;\ 3;\ 2)$ на плоскость $2x-y+z+3=0$.

Вариант8

4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;\ 5;\ 3)$ параллельно плоскости $x+2y-3z+2=0$.

5. При каком значении λ прямые $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{\lambda}=\frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x+y-5z+1=0 \\ 2x+3y-8z+3=0 \end{cases}$ перпендикулярны?

6. Проверить, что прямые $\frac{x}{0}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$ и $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ пересекаются. Найти уравнение плоскости, в которой они лежат.

Вариант9

4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки A (2; 3; –1) и B (1; 5; 3) перпендикулярно плоскости $3x - y + 3z + 15 = 0$.

5. Через точку M (2; –1; 3) провести прямую, параллельную прямой $\begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ 3x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$.

6. Написать каноническое уравнение прямой, которая проходит через точку M (3; –2; –4) параллельно плоскости $3x - 2y - 5z - 7 = 0$ и пересекает прямую $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

Вариант10

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M (2; –3; 5) перпендикулярно линии пересечения плоскостей $2x + y - 2z + 1 = 0$ и $x + y + z - 5 = 0$.

5. Из начала координат опустить перпендикуляр на прямую $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$.

6. При каком значении λ плоскость $5x - 3y + \lambda z + 1 = 0$ будет параллельна прямой $\begin{cases} x - 4z - 1 = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$?

Вариант11

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки M_1 (1; 2; 0), M_2 (2; 1; 1), M_3 (3; 0; 1).

5. Через точку A (0; –2; 1) провести прямую так, чтобы она пересекала две данные прямые $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ и $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.

6. Найти расстояние от точки A (2; 3; –1) до прямой $\begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0 \end{cases}$.

Вариант12

4. Плоскость проходит через ось Oz и составляет с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}z = 0$ угол $\frac{\pi}{3}$. Найти её уравнение.

5. Пересекаются или нет прямые $\begin{cases} 4x + z - 1 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y - z + 4 = 0 \\ y + 2z - 8 = 0 \end{cases}$?

6. Найти проекцию точки M (0; 1; 2) на прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}$.

Вариант13

4. Написать уравнение плоскости, параллельной оси Oy и проходящей через точки A (–1; 2; 1) и B (3; 0; 2).

5. Проверить, пересекаются ли прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{4}$ и $\frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{-1}$, перпендикулярно плоскости $3x + y - 2z + 5 = 0$.

Вариант 14

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку M (2; –1; 3).

5. Даны вершины треугольника A (1; 0; 2), B (–2; 3; –1), C (3; –2; 4). Составить уравнение медианы из вершины B на сторону AC.

6. Через прямую $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = 3t - 2 \end{cases}$ провести плоскость параллельную прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Вариант 15

4. Из точки $P(2;\ -1;\ 3)$ опущен на плоскость перпендикуляр, его основание $M(1;\ 2;\ 4)$. Найти уравнение плоскости.

5. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $A(1;\ -5;\ 3)$ и образует с осями координат углы, соответственно равные 60°, 45°, 120°.

6. Найдите точку B, симметричную точке $A(2;\ 0;\ 1)$ относительно прямой $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Вариант16

4. Через линию пересечения плоскостей $4x-y+3z-1=0$ и $x+5y-z+2=0$ провести плоскость, проходящую через точку $M(1;\ 1;\ 1)$.

5. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $A(-1;\ 0;\ 3)$ на прямую $\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{2}$ и перпендикулярной к плоскости $2x+3y-z-4=0$.

Вариант 17

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат и перпендикулярной к двум плоскостям: $2x-y+5z+3=0$ и $x+3y-z-7=0$.

5. Даны точки пересечения прямой с двумя координатными плоскостями $(x_1, y_1, 0)$ и $(x_2, 0, z_2)$. Вычислить координаты точки пересечения этой же прямой с третьей координатной плоскостью.

6. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(1;\ 0;\ -1)$ на прямую $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-3}$.

Вариант 18

4. Через точку M (–5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из них содержит ось Ox, другая – ось Oy. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.

5. Указать особенность в расположении прямой $\begin{cases} 3y + 2 = 0 \\ x - 3y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$.

6. Найти точку B, симметричную точке A (1; 2; 0) относительно плоскости $2x - 3y + 5z - 5 = 0$.

Вариант19

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 6 = 0$ и $x + 5y - z + 10 = 0$ и перпендикулярной к плоскости $2x - y + 5z - 5 = 0$.

5. При каких значениях коэффициентов B и D прямая $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0 \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежит в плоскости Oxy?

6. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t + 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$ с плоскостью $3x - 2y + z - 3 = 0$.

Вариант20

4. Найти угол между плоскостью, проходящей через точки O (0; 0; 0), A (a; –a; 0) и B (a; a; a), и плоскостью Oxy.

5. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты в уравнениях прямой $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \end{cases}$, чтобы прямая пересекала ось Oy?

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Вариант21

4. Написать уравнение плоскости, параллельной оси Oz и проходящей через точки A (2; 2; 0) и B (4; 0; 0).

5. Указать особенность в расположении прямой $\begin{cases} 2x - 3 = 0 \\ 4y + 5 = 0 \end{cases}$.

6. Найти проекцию точки M (3;1; –1) на плоскость $x + 2y + 3z - 30 = 0$.

Вариант22

4. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z - 8 = 0$ и $x + z - 6 = 0$.

5. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки M (–1; 2; 3) на ось Oz.

6. Через точку M (1; –1; 2) провести плоскость так, чтобы она была параллельна прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$ и $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{3}$.

Вариант23

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M (–1; –1; 2) и перпендикулярной к плоскостям $x - 2y + z - 4 = 0$ и $x + 2y - 2z + 4 = 0$.

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку M (–1; 3; 2) параллельно оси Oz.

6. Найти проекцию точки A (2; 3; 4) на прямую $x = y = z$.

Вариант24

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку M (2; –4; 3).

5. Найти угол между прямыми: $\begin{cases} x - y + z - 4 = 0 \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x + 3y - z - 6 = 0 \end{cases}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$ и точку M (3; 4; 0).

Вариант25

4. Написать уравнение плоскости, параллельной оси Ox и проходящей через точки A (0; 1; 3) и B (2; 4; 5).

5. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку M (1; 2; –3) параллельно прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+2}{1}$.

6. При каких значениях a и b прямая $\frac{x+a}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+2}{-1}$ лежит в плоскости $bx+2y-z+1=0$.

Вариант26

4. Даны точки A (1; 3; –2) и B (7; –4; 4). Через точку B провести плоскость, перпендикулярную к отрезку AB.

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку M (–4; 3; 0) и параллельной прямой $\begin{cases} x-2y+z=4 \\ 2x+y-z=0 \end{cases}$.

6. При каких значениях коэффициентов a и b плоскость $ax+by-2z+1=0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$?

Вариант27

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки A (–1; –2; 0) и B (1; 1; 2) и перпендикулярный к плоскости $x+2y+2z-4=0$.

5. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку M (2; 3; –1) параллельно вектору $\bar{a}$ (5; –3; 2).

6. При каком значении коэффициента a плоскость $ax+2y-z+3=0$ параллельна прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-2}$?

Вариант28

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M_1 (1; –1; 2), M_2 (2; 1; 2) и M_3 (1; 1; 4).

5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку M (1; –1; 0) и перпендикулярной к плоскости $2x - 4y + z - 3 = 0$.

6. При каком значении λ прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{\lambda} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x + y - z = 0$?

Вариант29

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M (1; 1; 1): а) перпендикулярно и б) параллельно плоскости $2x + 4y + z - 5 = 0$.

5. Найти угол между прямыми $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$.

6. Написать уравнение прямой, проходящей через точку M (2; 3; –1) и перпендикулярной к плоскости $2x + 4y - 3z - 2 = 0$.

Вариант30

4. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M (2; –1; 1) перпендикулярно плоскостям $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.

5. Составить каноническое уравнение прямой $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M (2; –1; 3) перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$.