Контрольное задание №2 по дисциплине «Линейная алгебра и геометрия»

Тема: Векторная алгебра. Собственные числа и собственные векторы матриц.

1. Для вектора $\bar{a}$ найти $|\bar{a}|$, $\bar{a}^0$ и направляющие косинусы

1) $\bar{a}\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$ 2) $\bar{a}\begin{pmatrix}0\\6\\8\end{pmatrix}$ 3) $\bar{a}\begin{pmatrix}0\\-3\\4\end{pmatrix}$ 4) $\bar{a}\begin{pmatrix}12\\-5\\0\end{pmatrix}$

5) $\bar{a}\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}$ 6) $\bar{a}\begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix}$ 7) $\bar{a}\begin{pmatrix}5\\-12\\0\end{pmatrix}$ 8) $\bar{a}\begin{pmatrix}-1\\4\\3\end{pmatrix}$

9) $\bar{a}\begin{pmatrix}-8\\0\\6\end{pmatrix}$ 10) $\bar{a}\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}$ 11) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ 12) $\bar{a}\begin{pmatrix}0\\5\\-12\end{pmatrix}$

13) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ 14) $\bar{a}\begin{pmatrix}3\\-1\\-1\end{pmatrix}$ 15) $\bar{a}\begin{pmatrix}3\\-4\\0\end{pmatrix}$ 16) $\bar{a}\begin{pmatrix}-6\\8\\0\end{pmatrix}$

17) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ 18) $\bar{a}\begin{pmatrix}-4\\3\\0\end{pmatrix}$ 19) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ 20) $\bar{a}\begin{pmatrix}12\\0\\5\end{pmatrix}$

21) $\bar{a}\begin{pmatrix}-6\\0\\-8\end{pmatrix}$ 22) $\bar{a}\begin{pmatrix}4\\4\\1\end{pmatrix}$ 23) $\bar{a}\begin{pmatrix}-5\\0\\12\end{pmatrix}$ 24) $\bar{a}\begin{pmatrix}-4\\-3\\0\end{pmatrix}$

25) $\bar{a}\begin{pmatrix}6\\0\\1\end{pmatrix}$ 26) $\bar{a}\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix}$ 27) $\bar{a}\begin{pmatrix}-4\\3\\2\end{pmatrix}$ 28) $\bar{a}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

29) $\bar{a}\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}$ 30) $\bar{a}\begin{pmatrix}0\\-3\\4\end{pmatrix}$

2. Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}$ и числа α, β. Найти: а) $\alpha \cdot \bar{a} + \beta \cdot \bar{b}$;

б) $\bar{a} \cdot \bar{b}$, $\mathrm{Pr}_{\bar{b}}\, \bar{a}$

в) $\bar{a} \times \bar{b} \;\; \cdot \bar{c}$, где $\bar{c} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

1) $\bar{a}\begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = -3$

2) $\bar{a}\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$; $\alpha = -1,\ \beta = 4$

3) $\bar{a}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = 3,\ \beta = 2$

4) $\bar{a}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\alpha = 1,\ \beta = -2$

5) $\bar{a}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = 4,\ \beta = -1$

6) $\bar{a}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = -3$

7) $\bar{a}\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\alpha = -3,\ \beta = 4$

8) $\bar{a}\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = -1,\ \beta = 2$

9) $\bar{a}\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = 5,\ \beta = 3$

10) $\bar{a}\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ -5 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = -1$

11) $\bar{a}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\alpha = 3,\ \beta = 5$

12) $\bar{a}\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} -12 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = -4$

13) $\bar{a}\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\alpha = -2,\ \beta = 3$

14) $\bar{a}\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = -3,\ \beta = 2$

15) $\bar{a}\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = -3,\ \beta = 4$

16) $\bar{a}\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 12 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = 3$

17) $\bar{a}\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -6 \end{pmatrix}$; $\alpha = -1,\ \beta = 2$

18) $\bar{a}\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\alpha = 2,\ \beta = 4$

19) $\bar{a}\begin{pmatrix}5\\-6\\0\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\12\\5\end{pmatrix}$; $\alpha=3,\ \beta=-2$

20) $\bar{a}\begin{pmatrix}7\\1\\1\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\-5\\-12\end{pmatrix}$; $\alpha=-4,\ \beta=3$

21) $\bar{a}\begin{pmatrix}8\\1\\2\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}8\\-6\\0\end{pmatrix}$; $\alpha=2,\ \beta=5$

22) $\bar{a}\begin{pmatrix}9\\0\\-3\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\-12\\5\end{pmatrix}$; $\alpha=-3,\ \beta=4$

23) $\bar{a}\begin{pmatrix}-5\\4\\3\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}4\\-3\\0\end{pmatrix}$; $\alpha=2,\ \beta=5$

24) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\1\\8\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$; $\alpha=7,\ \beta=2$

25) $\bar{a}\begin{pmatrix}-9\\1\\2\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\12\\5\end{pmatrix}$; $\alpha=-2,\ \beta=3$

26) $\bar{a}\begin{pmatrix}7\\-3\\2\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\-6\\-8\end{pmatrix}$; $\alpha=3,\ \beta=-2$

27) $\bar{a}\begin{pmatrix}-8\\1\\1\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}8\\0\\6\end{pmatrix}$; $\alpha=4,\ \beta=-3$

28) $\bar{a}\begin{pmatrix}1\\7\\2\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}6\\8\\0\end{pmatrix}$; $\alpha=-1,\ \beta=3$

29) $\bar{a}\begin{pmatrix}3\\8\\0\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}0\\-12\\5\end{pmatrix}$; $\alpha=3,\ \beta=4$

30) $\bar{a}\begin{pmatrix}4\\4\\-1\end{pmatrix}$; $\bar{b}\begin{pmatrix}-4\\-3\\0\end{pmatrix}$; $\alpha=-2,\ \beta=5$

3. Проверить, что векторы $\bar{p}$, $\bar{q}$ и $\bar{r}$ некомпланарны. Написать разложение вектора $\bar{x}$ по векторам $\bar{p}$, $\bar{q}$ и $\bar{r}$.

1) $\bar{x}$ = {-2; 4; 7}, $\bar{p}$ ={0; 1; 2}, $\bar{q}$ ={1; 0; 1} и $\bar{r}$ = {-1; 2; 4}

2) $\bar{x}$ = {6; 12; -1}, $\bar{p}$ = {1; 3; 0}, $\bar{q}$ = {2; -1; 1} и $\bar{r}$ = {0; -1; 2}

3) $\bar{x}$ = {3; 1; 3}, $\bar{p}$ = {2; 1; 0}, $\bar{q}$ = {1; 0; 1} и $\bar{r}$ = {4; 2; 1}

4) $\bar{x}$ ={11; 5; -3}, $\bar{p}$ ={1; 0; 2}, $\bar{q}$ ={-1; 0; 1} и $\bar{r}$ = {2; 5; -3}

5) $\bar{x}$ ={13; 2; 7}, $\bar{p}$ ={5; 1; 0}, $\bar{q}$ ={2; -1; 3} и $\bar{r}$ ={1; 0; -1}

6) $\bar{x}$ ={2; 7; 5}, $\bar{p}$ ={1; 0; 1}, $\bar{q}$ ={1; -2; 0} и $\bar{r}$ ={0; 3; 1}

7) $\bar{x}$ ={-9; 5; 5}, $\bar{p}$ ={4; 1; 1}, $\bar{q}$ ={2; 0; -3} и $\bar{r}$ ={-1; 2; 1}

8) $\bar{x}$ ={-5; -5; 5}, $\bar{p}$ ={-2; 0; 1}, $\bar{q}$ ={1; 3; -1} и $\bar{r}$ ={0; 4; 1}

9) $\bar{x}$ ={13; 2; 7}, $\bar{p}$ ={5; 1; 0}, $\bar{q}$ ={2; -1; 3} и $\bar{r}$ ={1; 0; -1}

10) $\bar{x}$ ={-19; -1; 7}, $\bar{p}$ ={0; 1; 1}, $\bar{q}$ ={-2; 0; 1} и $\bar{r}$ ={3; 1; 0}

11) $\bar{x}$ ={3; -3; 4}, $\bar{p}$ ={1; 0; 2}, $\bar{q}$ ={0; 1; 1} и $\bar{r}$ ={2; -1; 4}

12) $\bar{x}$ ={8; 0; 5}, $\bar{p}$ ={2; 0; 1}, $\bar{q}$ ={1; 1; 0} и $\bar{r}$ ={4; 1; 2}

13) $\bar{x}$ ={3; 1; 8}, $\bar{p}$ ={0; 1; 3}, $\bar{q}$ ={1; 2; -1} и $\bar{r}$ ={2; 0; -1}

14) $\bar{x}$ ={8; 1; 12}, $\bar{p}$ ={1; 2; -1}, $\bar{q}$ ={3; 0; 2} и $\bar{r}$ ={-1; 1; 1}

15) $\bar{x}$ ={-9; -8; -3}, $\bar{p}$ ={1; 4; 1}, $\bar{q}$ ={-3; 2; 0} и $\bar{r}$ ={1; -1; 2}

16) $\bar{x}$ ={-5; 9; -13}, $\bar{p}$ ={0; 1; -2}, $\bar{q}$ ={3; -1; 1} и $\bar{r}$ ={4; 1; 0}

17) $\bar{x}$ ={3; 3; -1}, $\bar{p}$ ={3; 1; 0}, $\bar{q}$ ={-1; 2; 1} и $\bar{r}$ ={-1; 0; 2}

18) $\bar{x}$ ={2; -1; 11}, $\bar{p}$ ={1; 1; 0}, $\bar{q}$ ={0; 1; -2} и $\bar{r}$ ={1; 0; 3}

19) $\bar{x}$ ={5; 15; 0}, $\bar{p}$ ={1; 0; 5}, $\bar{q}$ ={-1; 3; 2} и $\bar{r}$ ={0; -1; 1}

20) $\bar{x}$ ={6; -1; 7}, $\bar{p}$ ={1; -2; 0}, $\bar{q}$ ={-1; 1; 3} и $\bar{r}$ ={1; 0; 4}

21) $\bar{x}$ ={-1; 7; -4}, $\bar{p}$ ={-1; 2; 1}, $\bar{q}$ ={2; 0; 3} и $\bar{r}$ ={1; 1; -1}

22) $\bar{x}$ ={6; 5; -14}, $\bar{p}$ ={1; 1; 4}, $\bar{q}$ ={0; -3; 2} и $\bar{r}$ ={2; 1; -1}

23) $\bar{x}$ ={-15; 5; 6}, $\bar{p}$ ={0; 5; 1}, $\bar{q}$ ={3; 2; -1} и $\bar{r}$ = {-1; 1; 0}

24) $\bar{x}$ ={8; 9; 4}, $\bar{p}$ ={1; 0; 1}, $\bar{q}$ ={0; -2; 1} и $\bar{r}$ = {1; 3; 0}

25) $\bar{x}$ ={23; -14; -30}, $\bar{p}$ ={2; 1; 0}, $\bar{q}$ ={1; -1; 0} и $\bar{r}$ = {-3; 2; 5}

26) $\bar{x}$ ={3; 1; 3}, $\bar{p}$ ={2; 1; 0}, $\bar{q}$ ={1; 0; 1} и $\bar{r}$ = {4; 2; 1}

27) $\bar{x}$ ={-1; 7; 0}, $\bar{p}$ ={0; 3; 1}, $\bar{q}$ ={1; -1; 2} и $\bar{r}$ = {2; -1; 0}

28) $\bar{x}$ ={11; -1; 4}, $\bar{p}$ ={1; -1; 2}, $\bar{q}$ ={3; 2; 0} и $\bar{r}$ = {-1; 1; 1}

29) $\bar{x}$ ={-13; 2; 18}, $\bar{p}$ ={1; 1; 4}, $\bar{q}$ ={-3; 0; 2} и $\bar{r}$ = {1; 2; -1}

30) $\bar{x}$ ={0; -8; 9}, $\bar{p}$ ={0; -2; 1}, $\bar{q}$ ={3; 1; -1} и $\bar{r}$ = {4; 0; 1}

4. Треугольник задан координатами своих вершин. Найдите внутренний угол при вершине *A*, длину медианы *BM*, площадь треугольника *ABC* и длину высоты *CH*.

1) *A* (1;2;3), *B* (-3;4;1), *C* (0;5;2)

2) *A* (3;0;2), *B* (-1;5;0), *C* (4;2;1)

3) *A* (7;6;3), *B* (1;-1;2), *C* (4;3;5)

4) *A* (-2;0;1), *B* (4;3;3), *C* (6;-1;2)

5) *A* (1;3;4), *B* (-2;3;0), *C* (5;1;-1)

6) *A* (7;0;2), *B* (1;1;1), *C* (3;4;-2)

7) *A* (0;0;3), *B* (5;6;4), *C* (-1;1;7)

8) *A* (1;3;-3), *B* (2;1;0), *C* (5;3;2)

9) *A* (6;2;1), *B* (-3;0;4), *C* (5;3;3)

10) *A* (9;1;1), *B* (-1;2;4), *C* (0;5;0)

11) *A* (1;0;0), *B* (-2;3;5), *C* (4;6;7)

12) *A* (8;3;3), *B* (5;0;1), *C* (4;3;2)

13) *A* (-2;0;1), *B* (3;2;4), *C* (-5;0;3)

14) *A* (1;-1;3), *B* (2;0;0), *C* (4;5;6)

15) A (8;2;2), B (3; 1;4), C (0;0;-2)

16) A (9;1;3), B (2;-1;3), C (-4;1;5)

17) A (5;0;-6), B (1;1;1), C (2;8;-3)

18) A (-2;1;4), B (0;3;1), C (-2;3;8)

19) A (1;1;-3), B (0;2;-7), C (3;6;1)

20) A (5;0;4), B (3;2;2), C (6;7;1)

21) A (-2;1;3), B (4;5;0), C (3;2;1)

22) A (-4;0;0), B (6;1;2), C (3;3;-2)

23) A (6;1;2), B (7;-3;0), C (8;2;1)

24) A (5;3;4), B (-2;0;6), C (8;1;1)

25) A (8;1;2), B (6;0;0), C (1;3;5)

26) A (9;3;7), B (0;1;1), C (2;3;4)

27) A (-2;0;3), B (7;3;5), C (0;6;1)

28) A (4;1;1), B (0;8;-1), C (2;2;6)

29) A (0;0;8), B (1;2;3), C (6;6;1)

30) A (-3;1;-2), B (4;0;5), C (-1;-2;0)

5. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы A. Изобразить множества собственных векторов на плоскости

1) $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ **2)** $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ **3)** $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

4) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$ **5)** $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ **6)** $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$

7) $A = \begin{pmatrix} 3 & -12 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ **8)** $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$ **9)** $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

10) $A = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ **11)** $A = \begin{pmatrix} 2 & 32 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ **12)** $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$

13) $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -9 & 8 \end{pmatrix}$ **14)** $A = \begin{pmatrix} 3 & 25 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ **15)** $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

16) $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$ **17)** $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$ **18)** $A = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$

19) $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ **20)** $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ **21)** $A = \begin{pmatrix} 3 & 16 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

22) $A=\begin{pmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$ **23)** $A=\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$ **24)** $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$

25) $A=\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ **26)** $A=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$ **27)** $A=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

28) $A=\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ **29)** $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ **30)** $A=\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 7 \end{pmatrix}$