

Тема: "Настройка непрерывного ПИ-регулятора замкнутой САР управления частотой вращения двигателя постоянного тока".

Основой для настройки регулятора являются параметры объекта управления, который представляет собой линейное динамическое звено второго порядка. Результатом выполнения работы являются полученные передаточные функции элементов САР и САР в целом с указанием числовых значений согласно варианту задания, а также график переходного процесса для объекта управления и график переходного процесса для замкнутой САР с настроенным ПИ-регулятором.

### Передаточная функция

Динамические звенья разделяются на линейные и нелинейные. Лине́йными называются динамические звенья, для которых справедлив принцип наложения (суперпозиции): выходной сигнал при действии на вход звена суммы сигналов равен сумме выходных сигналов, полученных в результате действия каждой из входных сигналов в отдельности. Для описания свойств таких звеньев используются передаточные функции.

Передаточной функцией динамического звена называется соотношение, определяющее характер связи между выходным и входным сигналами, выраженное с помощью некоторого линейного дифференциального оператора или изображений этих сигналов по Лапласу. Передаточная функция представляет собой определенную форму записи дифференциального уравнения и является весьма удобной характеристикой, отражающей все динамические свойства элемента САР или системы в целом.

Выходной сигнал  $y(t)$  и входной сигнал  $u(t)$  в линейном динамическом звене связаны линейным дифференциальным уравнением (ЛДУ)

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_0.$$

Обозначив операцию получения производной символом  $S$ , можно дифференциальное уравнение записать в виде

$$N(S)y(t) = M(S)u(t),$$

где  $N(S) = a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_0$  и  $M(S) = b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_0$  — полиномы от  $S$ , в которых с символом  $S$  можно оперировать как с алгебраической величиной.

Запишем соотношение для выходного параметра системы:

$$y(t) = \frac{M(S)}{N(S)} u(t) = W(S)u(t),$$

где  $W(S) = \frac{M(S)}{N(S)}$  — передаточная функция в символической форме.

Эта функция показывает, какие операции необходимо совершить над функцией  $u(t)$  для того, чтобы получить  $y(t)$ . Вид передаточной функции зависит от физических процессов происходящих в объекте регулирования.

### Типы САР

На практике применяются три основных типа систем автоматического регулирования: разомкнутые, с компенсацией по возмущению и замкнутые. Наилучшими характеристиками обладают замкнутые системы, что и обусловило их широкое применение.

*Замкнутая система регулирования*, т. е. система, представленная объектом управления и регулятором отклонения с передаточной функцией  $W_{рег}(S)$  охвачена отрицательной обратной связью. В результате действия отрицательной обратной связи регулятор формирует такой управляющее воздействие  $u$  на объект управления, при котором разница между заданным значением выхода объекта  $y^*$  управления и действительным значением  $y$  станет равной нулю.

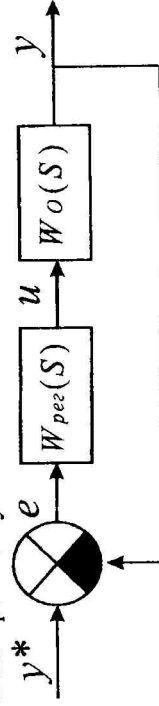


Рис. 1. Обобщенная схема замкнутой САР

Для рассматриваемой замкнутой системы управляющее воздействие на объект управления определяется выражением

$$u(S) = W_{рег}(S)e(S),$$

где  $e(t)$  — рассогласование (ошибка регулирования), определяемая выражением  $e(t) = y^*(t) - y(t)$ . Если известны передаточные функции для регулятора и объекта управления, то передаточную функцию разомкнутой системы можно найти как их произведение  $W_R(S) = W_{рег}(S)W_O(S)$ , а функцию замкнутой системы:

$$W_Z(S) = \frac{W_R(S)}{1 + W_R(S)}.$$

В то же время регулятор замкнутой системы может быть реализован на разных принципах. В практике автоматизации производственных процессов в большинстве случаев применяются регуляторы со следующими линейными законами регулирования.

*Интегральные регуляторы* (сокращенно И-регуляторы). Эти регуляторы формируют управляющее воздействие пропорционально интегралу от отклонения регулируемой величины

$$u(t) = k_I \int e(t) dt.$$

По своим динамическим свойствам И - регулятор подобен интегрирующему звену. И - регуляторы могут устойчиво регулировать работу лишь объектов, обладающих самовывравниванием.

*Пропорциональные регуляторы* (сокращенно П - регуляторы). Рассматриваемые регуляторы выдают управляющее воздействие пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения

$$u(t) = k_P \cdot e(t).$$

П - регулятор соответствует безинерционному звену. Пропорциональные регуляторы позволяют устойчиво регулировать работу практически всех промышленных объектов. Однако они обладают тем недостатком, что при различных нагрузках регулируемого объекта удерживают регулируемую величину на различных значениях. Объясняется это тем, что изменение выхода объекта управления, соответствующее новой нагрузке, может быть произведено только за счет отклонения регулируемой величины. Это явление получило название *астатизм*, или остаточной неравности регулирования.

*Пропорциональные регуляторы с введением в закон регулирования интеграла* (сокращенно ПИ - регуляторы). Эти регуляторы вырабатывают управляющее воздействие пропорционально сумме отклонения и интеграла от отклонения регулируемой величины

$$u(t) = k_P \cdot \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) \cdot dt \right].$$

Постоянная времени  $T_I$ , величиной которой характеризуется степень ввода интеграла в закон регулирования, называется *постоянной времени интегрирования* или *временем изохрома*. В динамике ПИ - регулятор отсутствует системе из двух параллельно включенных звеньев: пропорционального с коэффициентом передачи  $k_P$  и интегрирующего с коэффи-

циентом передачи  $\frac{k_P}{T_I}$ . При беспределном увеличении  $T_I$ , ПИ - регулятор превращается в П - регулятор.

Передающая функция ПИ - регулятора

$$W_{PI}(S) = k_P \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_I S} \right).$$

ПИ - регуляторы, отличаясь простотой реализации, позволяют устойчиво и без статической ошибки регулировать режимы работы для подавляющего большинства промышленных объектов. По этой причине они получили наибольшее распространение на практике.

*Пропорциональные регуляторы с введением в закон регулирования интеграла и производной от регулируемой величины* (сокращенно ПИД-регуляторы). Рассматриваемые регуляторы изменяют сигнал управления пропорционально отклонению, интегралу и скорости изменения регулируемой величины

$$u(t) = k_P \cdot \left[ e(t) + \frac{1}{T_{ин}} \int e(t) dt + T_d \cdot \dot{e}(t) \right].$$

Постоянная времени  $T_d$ , характеризующая степень ввода в закон регулирования производной, называется *постоянной времени дифференцирования* или *временем предвзрения регулятора*. В динамическом отношении эти регуляторы подобны системе из трех параллельно включенных звеньев: безынерционного, интегрирующего и идеального дифференцирующего. При времени  $T_d = 0$  ПИД-регулятор превращается в ПИ - регулятор.

#### Типы переходных процессов

Переходным процессом называют график изменения выходного параметра САР при воздействии на ее вход ступенчатого (как правило, единичной амплитуды) сигнала. В *Matlab* для получения переходного процесса можно использовать функцию *step* (<имя объекта>).

Выделяют три основных типа переходного процесса: апериодический, с 20% перерегулированием, с минимальной колебательностью. Аперриодический процесс является самым гладким, то есть приближение выходного параметра системы к заданному значению происходит плавно, без выбросов и колебаний. Процесс с 20% перерегулированием, как правило, имеет меньшую длительность по времени, но при этом допускается одно-

ния питания;  $C_e$  – коэффициент противо-ЭДС якоря;  $C_m$  – коэффициент механической восприимчивости.

Рассмотрим возможные переходные процессы двигателя.

1) Пусть угловая скорость  $\omega = 0$  (вал неподвижен). При частоте  $\omega = 0$  первое уравнение системы можно преобразовать к виду

$$\tau_r \frac{di_a}{dt} + i_a = \frac{u}{R_a},$$

где  $\tau_r = \frac{L_a}{R_a}$  – электромагнитная постоянная времени якоря.

То есть передаточная функция для тока якоря описывается звеном первого порядка

$$W_r = \frac{1/R_a}{\tau_r S + 1}.$$

2) Если  $M_{снс} = 0, \tau_r = 0 (L_a = 0)$ . На основании исходной системы дифференциальных уравнений получаем

$$\tau_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{u}{C_e}.$$

где  $\tau_m = J \frac{R_a}{C_e C_m}$  – механическая постоянная времени двигателя.

Передаточная функция для механической инерции соответствует инерционному звену первого порядка

$$W_\omega = \frac{1/C_e}{\tau_m S + 1}.$$

Их взаимодействие в соответствии с правилами преобразования структурных звеньев систем автоматического регулирования дает звено второго порядка

$$W_O = \frac{1}{R_a C_e (\tau_r \tau_m S^2 + (\tau_r + \tau_m) S + 1)}.$$

Переходная характеристика такого объекта имеет характерный S-образный вид. Начальный участок переходной характеристики характеризуется медленным нарастанием частоты вращения, что связано с намагничиванием статора двигателя. Наличие такого участка характеризуется временем динамического запаздывания. Его можно оценить, проведя касательную к середине линейного участка. Пересечение касательной с осью времени дает время динамического запаздывания. На рис.3 приведен при-

кратное превышению заданной величины (до 20%). Процессы с минимальной колебательностью характерны для систем с малым запасом устойчивости и в данной работе не рассматриваются. Процесс с перерегулированием приведет к необходимости реверсирования двигателя, что также нежелательно.

**Задача анализа.**

Для САР, обобщенная структура, которой изображена на рис.1, а значения параметров входящих в нее динамических звеньев, соответствующие варианту задания, приведены в приложении 1, требуется определить передаточную функции замкнутой системы. Для функции замкнутой системы построить график переходного процесса.

В качестве объекта управления выступает двигатель постоянного тока. Изменение напряжения на якоре приводит сначала к изменению тока якоря, а уж затем к изменению частоты вращения.

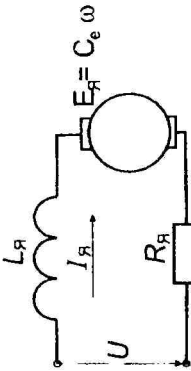


Рис.2. Упрощенная структура двигателя постоянного тока

**Исследование объекта управления**

Учитывая эквивалентную схему двигателя, соотношение для моментов и уравнение равновесия моментов, систему дифференциальных уравнений можно записать в виде

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a = u - C_e \omega;$$

$$M_{оп} = C_m i_a;$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{оп} - M_{снс};$$

здесь  $L_a$  – индуктивность обмотки якоря,  $i_a$  – мгновенное значение тока в обмотке якоря,  $J = J_{об} + J_n$  – момент инерции вращающихся частей двигателя  $J_{об}$  и нагрузки  $J_n$ , приведенный к валу двигателя;  $M_{снс}$  – статический момент сопротивления нагрузке;  $u$  – мгновенное значение напряже-

мер переходной характеристики при  $\tau_r = 300$  мс и  $\tau_n = 600$  мс,  $R_r = 1$  Ом и  $C_c = 0.006$ . Для рассмотренного примера динамическое запаздывание составляет 130 мс, обобщенная постоянная времени объекта равна  $T_0 = \tau_r + \tau_n = 900$  мс.

При использовании *Matlab* можно создать исходные звенья САР в виде *LTI* объектов с помощью функции `tf([num],[den])`. В качестве аргументов этой функции передаются коэффициенты числителя (*numerator*) и знаменателя (*denominator*) при различных степенях *S*. Например:

$$W_r = \frac{1 \cdot R_r}{\tau_r S + 1} \Rightarrow WA = tf(1/Ra, [taua 1]);$$

Аналогично создается объект для  $W_w$ . Объект, характеризующий объект управления в целом может быть получен простым перемножением исходных объектов:

$$W_0 = W_r * W_w;$$

Для построения графика в *Matlab* достаточно выполнить команду `step(10*W0)`.

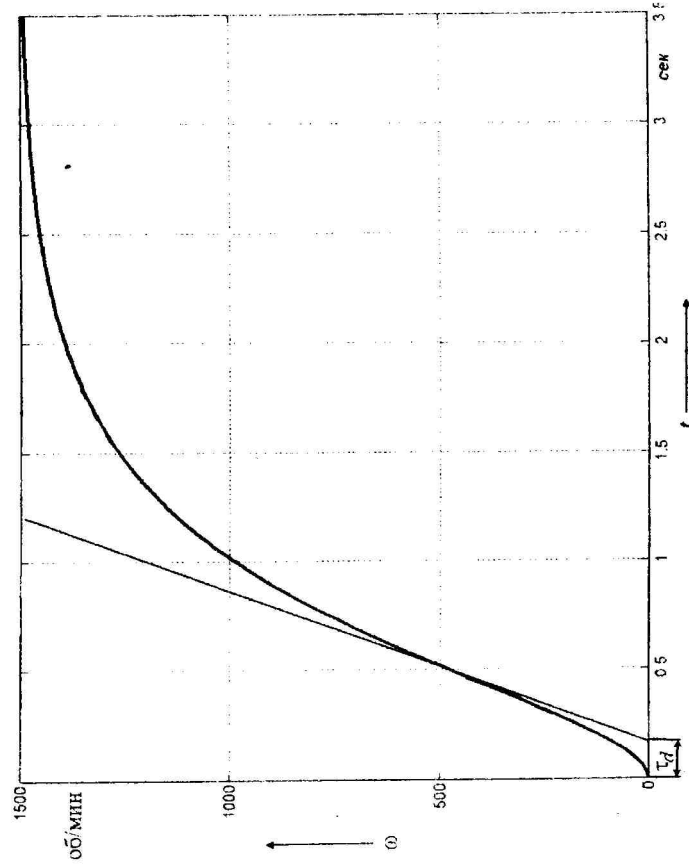


Рис.3 Определение динамического запаздывания

### Расчет параметров регулятора

Зная параметры объекта регулирования не составляет труда рассчитать оптимальные значения коэффициентов ПИД-регулятора с аperiodическим переходным процессом по формулам

$$K_P = \frac{0.06}{K_O \tau_d / T_0}, \quad T_I = 0.6 T_0,$$

где  $T_0$ ,  $\tau_d$ ,  $K_O$  – постоянная времени, динамическое запаздывание и коэффициент усиления объекта управления. Приведенные зависимости являются приближительными, при неточном определении динамического запаздывания может потребоваться дополнительный подбор настроек ПИД-регулятора.

В этих формулах предполагается, что настраивается регулятор с заданными настройками, передаточная функция которого имеет вид:

$$W_{PID} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I S} + T_D S \right),$$

где  $K_P$  – коэффициент усиления регулятора,  $T_I$  – время изохрома (постоянная интегрирования регулятора),  $T_D$  – время предварения (постоянная дифференцирования).

Для того чтобы перейти к форме ПИД-регулятора с независимыми настройками:

$$W_{PID} = K_P + \frac{K_I}{S} + K_D S,$$

достаточно пересчитать  $K_I = K_P / T_I$  и  $K_D = K_P \cdot T_D$ .

### Передаточная функция замкнутой системы

При использовании ПИ-регулятора с независимыми настройками согласно формулам структурных преобразований передаточная функция разомкнутой САР имеет вид

$$W_R(S) = \frac{K_P S + K_I}{\tau_1 \tau_2 S^3 + (\tau_1 + \tau_2) S^2 + S}.$$

Передаточная функция замкнутой САР согласно формулам структурных преобразований имеет вид

$$W_Z(S) = \frac{K_P S + K_I}{\tau_1 \tau_2 S^3 + (\tau_1 + \tau_2) S^2 + (1 + K_P) S + K_I}.$$

При реализации в *Matlab LTI* объект для ПИД-регулятора создается в формате

$$Wpid=ff(Kp Ki,[1 0]).$$

Объект для разомкнутой системы может быть получен

$$Wr=Wpid*Wo.$$

И, в конечном итоге, описание замкнутой САР можно получить с помощью специальной функции *feedback* («функция для разомкнутой системы», «звено в цепи обратной связи», «знак обратной связи»). Для рассматриваемой САР в цепи обратной связи нет корректирующих звеньев (ставиться 1), а знак обратной связи задается числом «-1» (отрицательная обратная связь):

$$Wz=feedback(Wr,1,-1);$$

*Переходный процесс в замкнутой системе*

Для построения графика переходного процесса в *Matlab* достаточно выполнить команду *step(1000\*Wz)*.

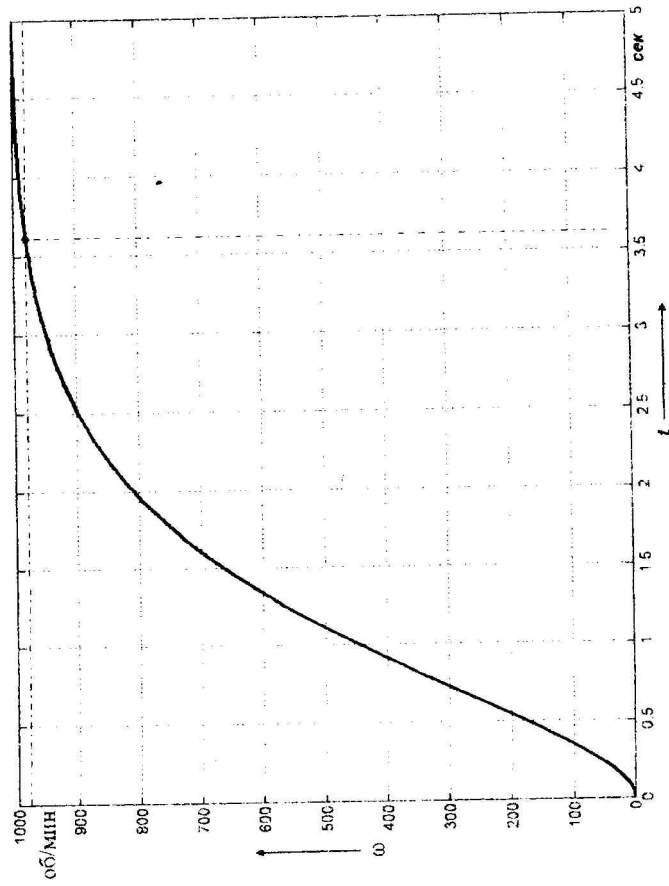


Рис.4 Аперiodический переходный процесс в замкнутой САР с настроенным ПИ-регулятором

### Варианты заданий

Вариант	$R_n, \text{ Ом}$	$\tau_n, \text{ мс}$	$C_e, \text{ В/(об/мин)}$	$\tau_M, \text{ мс}$
1	1	300	0.006	600
2	2	250	0.008	650
3	1.5	400	0.007	550
4	1.7	350	0.005	700
5	1	200	0.007	750
6	2	300	0.005	600
7	1	250	0.008	650
8	2	400	0.007	550
9	1.5	350	0.005	700
10	1.7	200	0.006	750
11	1	300	0.008	600
12	2	250	0.007	650
13	1	400	0.005	550
14	2	350	0.007	700
15	1.5	200	0.005	750
16	1.7	300	0.007	600
17	1	250	0.005	650
18	2	400	0.008	550
19	1	350	0.007	700
20	2	200	0.005	750
21	1.5	300	0.006	600
22	2	250	0.007	650
23	1.5	400	0.005	550
24	1.7	350	0.006	700
25	1	200	0.008	750
26	2	300	0.007	600
27	1.3	250	0.005	650
28	1	400	0.006	550
29	2	350	0.008	700
30	1.3	200	0.007	750

\*Для всех вариантов объект управления анализируется при подаче на него напряжения 10 В, работа замкнутой САР анализируется при задании уставки по частоте вращения 1000 об/мин.