

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1 Расчёт электрической цепи постоянного тока.

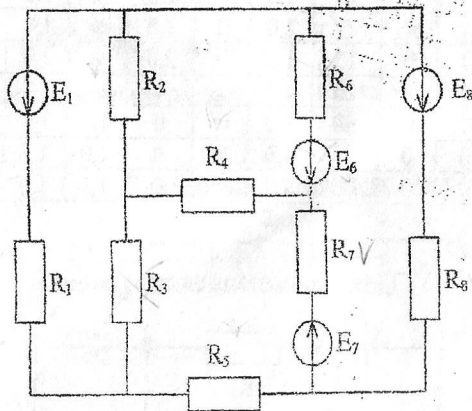


Рис.1

Для электрической схемы на рис. 1 определить наиболее рациональным методом токи в ветвях, напряжения на каждом элементе, мощность элементов и приемника в целом, мощность источников и режимы их работы, ток в одной из ветвей, пользуясь методом эквивалентного генератора. Параметры элементов схемы указаны в таблице 1.

Таблица 1

№ вар.	ЭДС источников, В				Сопротивление резисторов, Ом								
	E_1	E_6	E_7	E_8	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	
1	0	30	20	0	1,2	1,8	2,0	0	0	1,0	1,6	∞	
2	0	35	15	0	1,6	1,8	1,2	0	0	1,6	2,0	∞	
3	0	25	35	0	1,2	1,6	1,0	0	0	1,8	2,1	∞	
4	0	20	25	0	1,0	2,0	1,6	0	0	1,8	2,2	∞	
5	0	25	30	0	1,8	2,0	1,0	0	0	1,6	2,3	∞	
6	0	40	20	0	1,2	1,0	1,6	0	0	1,8	2,4	∞	
7	0	50	20	0	1,6	1,8	1,2	0	0	1,0	2,5	∞	
8	0	20	30	0	1,0	1,8	1,6	∞	0	1,2	2,6	∞	
9	25	0	0	20	1,0	0	2,0	∞	1,2	0	1,6	1,8	
10	40	0	0	20	2,0	0	1,2	∞	1,0	0	1,8	1,6	
11	35	0	0	20	1,6	0	2,0	∞	1,2	0	1,0	1,8	
12	30	0	0	15	1,2	0	1,6	∞	2,0	0	1,0	1,8	
13	20	0	0	30	1,0	0	3,0	∞	1,8	0	1,6	1,2	
14	25	0	0	15	1,8	0	2,0	∞	1,2	0	1,0	1,6	
15	30	0	0	20	2,0	0	1,8	∞	1,0	0	1,2	1,6	
16	35	0	0	15	1,8	0	2,0	∞	1,0	0	1,6	1,2	
17	20	0	0	25	1,0	∞	0	2,0	1,2	0	2,0	1,8	
18	20	0	0	40	2,0	∞	0	1,2	1,6	0	1,0	1,6	
19	20	0	0	35	1,6	∞	0	1,0	1,2	0	1,6	1,8	
20	15	0	0	20	1,2	∞	0	1,6	1,0	0	1,0	1,8	

Пример выполнения задания 1

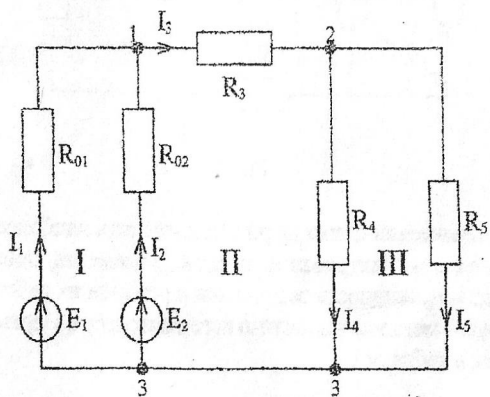


Рис.2

В электрической цепи на рис.2 определить токи в ветвях, напряжения на всех элементах цепи, мощности и режимы работы источников, мощности, рассеиваемые на всех резисторах. Параметры элементов цепи следующие: $E_1 = 12$ В; $E_2 = 13,5$ В; $R_{01} = 0,05$ Ом; $R_{02} = 0,1$ Ом; $R_3 = 2$ Ом; $R_4 = R_5 = 4$ Ом. R_{01} и R_{02} -- внутренние сопротивления источников E_1 и E_2 .

Решение

В цепи три узла, пять ветвей, следовательно, для определения токов в ветвях необходимо составить систему из пяти уравнений для неизвестных токов и решить ее. Число уравнений по первому закону Кирхгофа должно быть равно двум (количество узлов без единицы), а остальные три уравнения записываются по второму закону Кирхгофа для трех неизвестных контуров I, II, III. Направление обходов выбираем по числовой стрелке:

$$\begin{aligned} \text{для узла 1} \quad & I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ \text{для узла 2} \quad & I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ \text{для контура I} \quad & R_{01}I_1 - R_{02}I_2 = E_1 - E_2 \\ \text{для контура II} \quad & R_{02}I_2 + R_3I_3 + R_4I_4 = E_2 \\ \text{для контура III} \quad & -R_4I_4 + R_5I_5 = 0. \end{aligned}$$

Решая систему относительно токов в ветвях, получим

$$\begin{aligned} I_1 &= -7,93 \text{ А}; \quad I_2 = 11,03 \text{ А}; \\ I_3 &= 3,1 \text{ А}; \quad I_4 = I_5 = 1,55 \text{ А}; \end{aligned}$$

Ток I_1 имеет отрицательное значение, то есть, его действительное направление противоположно условно принятому.

Напряжения на элементах цепи находим по закону Ома.

$$U_3 = R_3I_3 = 2 \cdot 3,1 = 6,2 \text{ В}; \quad U_4 = R_4I_4 = 4 \cdot 1,55 = 6,2 \text{ В}; \quad U_5 = R_5I_5 = 4 \cdot 1,55 = 6,2 \text{ В}.$$

Поскольку источник E_1 работает в режиме потребления электрической энергии, т.е. является приемником, то уравнение баланса мощностей запишется в следующем виде

$$E_2I_2 = E_1I_1 + R_{01}I_1^2 + R_{02}I_2^2 + R_3I_3^2 + R_4I_4^2 + R_5I_5^2,$$

Подставив значения всех параметров, получим

$$\begin{aligned} 13,5 \cdot 11,03 &= 12 \cdot (-7,93) + 0,05 \cdot (-7,93)^2 + 0,05 \cdot 11,03^2 + 2 \cdot 3,1^2 + 4 \cdot 1,55^2 \\ 148,5 \text{ Вт} &= 148,5 \text{ Вт}, \end{aligned}$$

что соответствует закону сохранения энергии и подтверждает правильность расчета.

Определим ток I_2 в ветви с R_{02} и E_2 методом эквивалентного генератора. Из метода известно

$$I_2 = \frac{E_2 + E_2}{R_{02} + R_{\text{вх}}}$$

где E_2 — э.д.с. эквивалентного генератора, равная напряжению между узлами 1 и 3, к которым подключается ветвь с R_{02} и E_2

$$E_2 = U_{13} = E_1 \cdot \frac{R_{01} \cdot E_1}{R_{01} + R_3 + R_4 \cdot R_5 / (R_4 + R_5)} = 11,85 \text{ В,}$$

где $R_{\text{вх}} = R_{01} \parallel \left(R_3 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \right) = 0,049 \text{ Ом}$ — входное сопротивление относительно зажимов 1 и 3 при отсутствии ветви с R_{02} и E_2 .

Тогда $I_2 = \frac{13,5 - 11,85}{0,1 + 0,049} \approx 11 \text{ А}$, что совпадает с расчетными значениями.

2 Расчет электрической цепи синусоидального тока

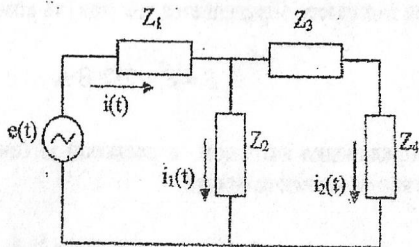


Рис.3

Определить символическим методом токи и напряжения на элементах электрической цепи переменного тока (рис.3), активную, реактивную и полную мощности. Построить векторные диаграммы токов и напряжений. Варианты контрольных заданий к задаче указаны в таблице 2.

Таблица 2

№ вар.	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄	e	№ теор. вопроса	№ вар.	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄	e	№ теор. вопроса
1	R	C	R	L	e ₁	27	11	L	C	R	L	e ₁	37
2	C	C	R	L	e ₂	28	12	L	R	R	L	e ₂	38
3	R	L	C	L	e ₃	29	13	R	R	C	L	e ₃	39
4	R	R	L	L	e ₁	30	14	R	L	R	L	e ₁	40
5	R	C	C	L	e ₂	31	15	C	R	R	L	e ₂	41
6	C	L	C	L	e ₃	32	16	C	R	C	L	e ₃	42
7	C	L	R	L	e ₁	33	17	C	R	L	L	e ₁	43
8	L	R	R	C	e ₂	34	18	R	C	L	C	e ₂	44
9	L	R	L	C	e ₃	35	19	R	L	R	C	e ₃	45
10	C	R	L	C	e ₁	36	20	C	L	C	C	e ₁	46

Параметры элементов цепи имеют следующие значения для всех вариантов:

$$R=100 \text{ Ом, } C=100 \text{ мкФ, } L=0,2 \text{ Гн, } f = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Гц,}$$

$$e_1 = 20 \sin \omega t \text{ В; } e_2 = 40 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ В; } e_3 = 30 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ В;}$$

генератор
 $I = \frac{20}{\sqrt{2}}$

Номера теоретических вопросов взяты по списку экзаменационных вопросов.

Пример выполнения задания 2

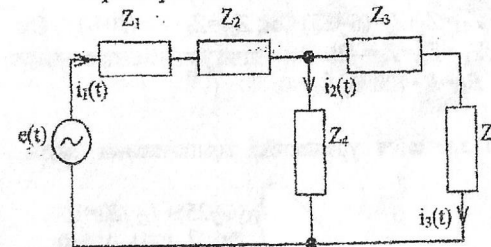


Рис.4

Для электрической цепи, схема которой приведена на рис.4 требуется определить:

- токи во всех ветвях цепи;
- напряжение на индуктивности;
- активную, реактивную и полную мощности потребляемые цепью;
- построить векторную диаграмму токов;

- построить топологическую диаграмму напряжений по внешнему контуру цепи;

Элементы цепи имеют следующие параметры:

$$E=100 \text{ В}, f=50 \text{ Гц}, Z_1=C_1=637 \text{ мкФ}, Z_4=C_2=159 \text{ мкФ}, \\ Z_3=L_3=95 \text{ мГн}, Z_2=R_1=6 \text{ Ом}, Z_3=R_2=20 \text{ Ом}.$$

Решение

1 Определим комплексные сопротивления ветвей цепи

$$Z_1 = R_1 - jX_{C1} = 6 - j10^6(2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 637)^{-1} = (6 - j5) \text{ Ом}; \\ Z_2 = -jX_{C2} = -j10^6(2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 159)^{-1} = -j20 \text{ Ом}; \\ Z_3 = R_2 + jX_{L3} = 20 + j10^3(2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 95) = (20 + j30) \text{ Ом}.$$

2 Определим токи в ветвях цепи, используя метод контурных токов в комплексной форме. Выберем направления обхода в первом и втором контуре схемы по часовой стрелке.

Уравнения контурных токов цепи имеют вид:

$$I_{11}Z_{11} - I_{22}Z_{12} = E_{11},$$

$$-I_{11}Z_{21} + I_{22}Z_{22} = E_{22},$$

где $Z_{11} = Z_1 + Z_2 = (6 - j25) \text{ Ом}$; $Z_{22} = Z_2 + Z_3 = (20 + j10) \text{ Ом}$
 $Z_{12} = Z_{21} = Z_2 = -j20 \text{ Ом}$ — контурные сопротивления цепи
 $E_{11} = E = 100 \text{ В}$; $E_{22} = 0$.

Подставляя значения уравнения комплексных сопротивлений в уравнения, получим

$$I_{11}(6 - j25) + I_{22}j20 = 100, \\ I_{11}j20 + I_{22}(20 + j10) = 0.$$

Контурные токи определим из решения этой системы уравнений

$$I_{11} = \Delta_1 / \Delta; \quad I_{22} = \Delta_2 / \Delta;$$

где $\Delta = \begin{vmatrix} 6 - j25 & j20 \\ j20 & 20 + j10 \end{vmatrix} = 770 - j440 = 887e^{-29^\circ 49'}$;

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & j20 \\ 0 & 20 + j10 \end{vmatrix} = (20 + j)10^3 = 2236e^{-26^\circ 30'};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 - j25 & 100 \\ j20 & 0 \end{vmatrix} = -j2000 = 2000e^{-90^\circ}.$$

Подставляя значения определителей, найдем контурные токи и токи в ветвях

$$I_{11} = I_1 = 2236e^{26^\circ 30'} / 887e^{-29^\circ 49'} = 2,52e^{56^\circ};$$

$$I_{22} = I_3 = 2000e^{-90^\circ} / 887e^{-29^\circ 49'} = 2,25e^{-60^\circ 20'};$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 0,28 + j4,05 = 4,059e^{86^\circ};$$

3 Определим комплексное напряжение на индуктивности L_3

$$U_L = I_3 Z_L = I_3 jX_L = 2,25e^{-60^\circ 20'} j10 = 22,5e^{-29^\circ 40'} \text{ В}.$$

4 Определим активную, реактивную и полную мощности потребляемые цепью. Находим сначала комплексную мощность цепи

$$\dot{S} = \dot{E}I = 100 \cdot 2,52e^{56^\circ} = 252e^{56^\circ} \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Полная мощность определяется как модуль комплексной мощности

$$S = |\dot{S}| = 252 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Для определения активной и реальной мощностей представим полную мощность в алгебраической форме

$$\dot{S} = P + jQ = (141 - j209) \text{ В} \cdot \text{А},$$

откуда находим активную и реактивную мощности

$$P = 141 \text{ Вт}, \quad Q = -209 \text{ ВАр}.$$

Такую мощность отдает источник. Для составления баланса мощностей следует определить мощности, потребляемые элементами ветвей. Активную мощность определяем по формуле

$$P = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 = 2,52^2 \cdot 6 + 2,25^2 \cdot 20 = 141 \text{ Вт},$$

$$P = I_1^2 R_1 + I_3^2 R_3 = 2,52^2 \cdot 6 + 2,25^2 \cdot 20 = 141 \text{ Вт},$$

что совпадает с активной мощностью, отдаваемой источником напряжения.

Реактивную мощность, запасаемую в индуктивности L_3 и емкостях C_1 и C_2 найдем по формуле

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 - (Q_2 + Q_3) = I_3^2 X_L - (I_1^2 X_{C1} + I_2^2 X_{C2}) = \\ &= 2,25^2 \cdot 30 - (4,059^2 \cdot 20 - 2,52^2 \cdot 5) = -209 \text{ ВАр}, \end{aligned}$$

что совпадает с реактивной мощностью, отдаваемой источником напряжения.

Таким образом, баланс активных и реактивных мощностей в схеме соблюдается.

На рис. 5 и 6 представлены векторные диаграммы токов и напряжений.

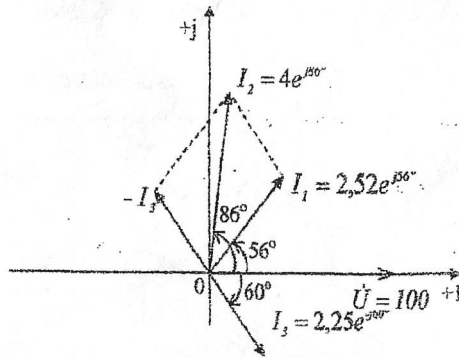


Рис.5

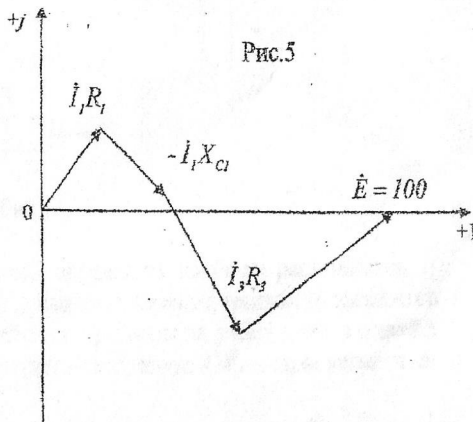


Рис.6