

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$\ln(33.18 + 18.33^2) \cdot 8.3^2$	2	$\sqrt{\sin(0.895)} - \cos(0.7 + 1.7)$
3	$\ln(2.333)(\cos(3.222) + 1.333)$	4	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$
5	$-2.02^3 + \sqrt{2.02^3 + 5.05 \cdot 4.04}$	6	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$
7	$(\sqrt{1.03} - \sqrt{2.4} - \sqrt{3.52})^2$	8	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$
9	$3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$	10	$(0.0321 + 5.74^2)e^{-0.0321}$
11	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3 + 2^4}$	12	$\sqrt{8^3 + 15.1^3 + 50.5}$
13	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$	14	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$
15	$\frac{1}{9.687^3} - 4.0 - 2.587^2$	16	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
17	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$	18	$(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$
19	$3.7(\cos(3.7 \cdot 1.7))^2 \sin(1.7)$	20	$\ln 2.718 - 4.0 + 0.66^2$
21	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$	22	$(\sqrt{10.1} + 1.423)^2 \cos(0.16)$
23	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$	24	$\sin(\ln(1.11^2 + 5.55^2 + 0.44^2))$
25	$e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$	26	$\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$
27	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$	28	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$
29	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$	30	$\sqrt[3]{e^{-3.03} - e^{3.03} \cdot 5.5}$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon_1 = 0.01$. Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью $\varepsilon_2 = 0.0001$. Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности ε_2 число итераций.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\cos x - \ln(x + 1)$	2	$\cos x + (x - 0.5)^3$	3	$\ln x + (x - 1)^2 - 2$
4	$e^x - x^2 + 3x$	5	$\ln x + x - 3$	6	$\sqrt{x-1} - x + 4$
7	$\sin x - 2x + 4$	8	$\ln x - \sqrt{x-2}$	9	$\ln(x-1) - \frac{1}{x}$
10	$\sin x - \ln(x + 3)$	11	$\ln(x+1) - \sqrt{x-1}$	12	$e^{-x} - (x+2)^2 + 2$
13	$\sqrt{x-1} - \frac{1}{x+1}$	14	$\cos x - 3x - 3$	15	$\frac{1}{x^2} + 3 - x$
16	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	17	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	18	$\sin x - x + 3$
19	$e^x - (x-3)^2 + 2$	20	$\ln x - 4 + x^2$	21	$\frac{1}{x-2} - \sqrt{x} + 1$
22	$e^{-x} - 2x - 4$	23	$x^3 - x^2 + 3x - 2$	24	$\frac{1}{x-1} - \sqrt{x+2}$
25	$\sqrt{x+1} - x + 2$	26	$\frac{1}{x^2} - \ln(1-x)$	27	$e^x - x^2 + 6x$
28	$\log_2 x - 2^{-x}$	29	$2 - \ln x - \sqrt{x+2}$	30	$\sin x + (x-1.5)^3$

Задание 5.

Вычислить нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_E$, $\|\cdot\|_\infty$ матрицы A и нормы $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ вектора b .

N	A			b	N	A			b
1	0,794	-0,188	-1,184	-4,887	2	-0,57	1,522	-0,562	-0,7
	1,957	2,467	-0,439	-4,3		0,487	-2,384	0,794	1,2
	-0,203	-1,344	-2,013	2,9		0,433	-0,769	-0,921	-1
3	-0,689	-1,636	2,877	7,778	4	1,097	-0,155	1,744	2
	-1,998	-2,391	-0,995	7,4		-2,698	-0,839	-0,93	-1
	-0,553	-2,13	2,906	2,1		0,642	0,781	1,206	6
5	1,2	-0,454	-2,893	-4	6	-0,807	2,097	0,085	-8
	-2,484	-0,68	-1,644	-2,49		1,989	-0,131	1,418	-3,8
	-2,787	-2,663	1,932	3,8		2,985	0,941	-0,195	-4
7	-0,381	-1,678	-1,412	-4,6	8	1,32	1,323	1,162	7,011
	-2,086	-0,844	1,183	1,851		-1,38	-1,662	-1,872	1,2
	-0,34	-0,519	-0,043	7,012		-0,09	2,555	-2,047	-4,06
9	-1,923	1,99	2,317	-4,555	10	2,103	0,942	-2,834	-1
	-1,624	-2,452	-1,075	4,34		0,517	-1,625	0,404	7
	-1,334	-0,622	-0,781	1,3		-0,086	0,141	1,389	-3,28
11	-2,926	-0,762	1,851	5,9	12	2,39	-0,598	-1,267	1,12
	-0,956	2,942	-0,033	-6		1,474	2,722	-2,275	6,16
	-2,246	-1,665	0,727	-3,4		-0,666	-2,299	-2,576	8
13	-2,106	2,397	-0,846	1,03	14	-0,067	1,994	1,49	-7
	-1,896	-2,01	1,104	-1		1,706	1,992	0,514	3,1
	-1,362	-2,575	2,839	-5,055		-2,635	2,21	1,913	-2
15	2,347	1,554	1,167	-8	16	-0,675	-1,283	-1,089	-4,475
	-2,828	0,661	-0,333	-1,55		2,394	1,517	-1,025	2,4
	-0,712	1,779	-1,154	7,28		1,419	0,626	-0,833	-3,2
17	2,691	2,847	1,355	-2,91	18	-1,54	-0,853	2,171	1,93
	1,515	-1,16	1,748	0,6		-2,074	-1,168	2,174	-3
	-2,578	-0,373	2,07	1		1,319	2,595	1,16	-7
19	2,818	-1,248	2,605	-6,048	20	1,77	1,467	-2,983	0,2
	2,766	1,533	-2,05	-1,4		2,829	-2,664	-1,704	4,8
	-1,587	1,437	-2,333	5,1		0,722	0,009	0,819	1,5
21	-1,991	1,564	2,777	0	22	2,399	0,457	2,062	-4
	1,906	1,576	-0,82	2,85		-1,091	-2,032	2,491	-3,34
	0,634	0,317	2,61	3,937		0,196	2,455	1,319	7,21
23	-2,478	2,752	-1,601	-6,435	24	1,962	-2,236	2,742	-2
	0,625	1,866	0,782	2		-1,09	-1,14	-2,84	-7,5
	-2,731	2,541	1,001	6,47		2,028	-0,225	1,929	6
25	-0,247	2,402	-0,212	-1,403	26	1,324	1,932	-1,264	7,75
	-1,939	2,929	0,231	-4,44		1,071	-0,874	2,979	-7
	-1,734	1,147	-0,057	2,8		1,929	1,526	-0,548	5

N	A			b	N	A			b
27	-0,135	1,132	-2,893	7,3	28	0,882	-2,932	-2,301	4
	-1,834	1,732	2,264	1,94		-0,564	1,005	-1,391	-2
	2,714	2,73	1,271	7		-2,426	-0,582	-1,325	5
29	-2,643	-2,234	-0,317	-1,54	30	2,329	-1,211	-1,128	-7,14
	-1,742	-0,313	-2,773	-1		-1,593	0,18	1,561	-6,85
	0,465	-0,337	2,801	-7,1		0,632	-1,754	2,254	3,62

Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ $Ax = b$, если элементы матрицы A заданы точно, а элементы вектора правых частей b получены в результате округления. Матрица A и вектор b даны в задании 5.

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	-4	-5	3	4	-59	2	8	4	-4	5	136	3	1	-10	-1	3	36
	8	11	-16	-18	167		8	1	-8	3	111		4	-34	0	8	164
	20	33	-98	-91	771		32	34	17	33	675		4	-4	18	-16	284
	12	14	-8	20	350		64	20	33	35	769		-5	80	45	8	-304
4	2	2	1	-5	-27	5	-8	-8	-2	-5	13	6	9	5	-6	-4	-59
	8	12	9	-21	-151		-56	-58	-24	-26	44		-45	-27	31	23	297
	-18	18	39	37	-161		-16	-4	53	-66	285		-45	-29	41	28	332
	-6	-26	-55	15	465		56	44	-70	64	-566		27	35	-118	-55	-506
7	8	8	7	-2	-105	8	-7	-3	-4	9	58	9	7	-7	-1	1	1
	-24	-16	-12	0	220		0	2	-4	4	-6		-70	79	1	-16	86
	40	-40	-59	53	440		-42	-14	-33	52	336		-14	59	-53	-23	425
	-56	-120	-105	42	1491		-42	-28	0	81	378		0	-63	113	6	-470
10	6	3	-8	4	-33	11	2	3	-7	-8	-90	12	-6	4	8	-2	-18
	-30	-23	43	-13	229		-6	-7	23	28	286		-42	37	63	-21	-120
	24	-28	-20	43	178		8	30	-11	0	-237		18	-30	-46	16	66
	30	-25	5	143	271		-18	-47	38	8	533		30	25	-61	-60	288
13	5	9	9	4	-75	14	-1	2	-1	-8	4	15	-8	-4	-2	9	-80
	35	54	56	23	-484		3	3	3	19	-64		-24	-14	-15	18	-255
	-10	-9	-2	6	127		-2	-5	-4	-14	54		24	0	-45	-89	219
	40	45	123	87	-325		-7	59	3	-72	-178		80	52	47	32	293
16	-6	0	3	-5	21	17	1	1	5	6	35	18	-4	7	1	1	71
	30	-8	-15	18	-127		0	-8	-10	-2	-74		28	-43	-3	-5	-429
	36	-56	-10	-11	-400		-1	-49	-58	-18	-472		-32	80	22	20	838
	-12	48	-26	-2	666		-6	-78	-106	-63	-898		-4	37	37	-16	432
19	-10	-10	-3	-5	-148	20	-7	6	-2	-4	-14	21	7	5	-6	8	-143
	70	68	24	25	1060		14	-8	11	9	-16		63	44	-58	74	-1323
	30	20	31	-34	604		-35	10	-39	-24	128		-28	-21	12	-40	532
	-30	-26	20	18	-308		21	-2	-26	15	-4		-63	-46	106	8	1231

N	A	b	N	A	b	N	A	b
22	-5 -6 2 1	26	23	2 -5 -6 8	-96	24	9 -5 -4 -2	-17
	40 50 -13 -17	-312		8 -27 -20 29	-371		-18 19 13 3	-12
	-15 -28 -14 40	587		-14 56 24 -53	645		36 -83 -53 2	258
	-20 -44 -42 60	1086		-6 -6 -24 -97	505		18 -73 -59 31	320
25	5 -6 -6 -1	-25	26	7 5 -8 1	51	27	-9 5 -10 3	-43
	-40 38 54 7	181		-14 -4 24 -4	-70		0 5 -8 -4	-72
	-25 -40 68 0	10		35 55 -3 -2	385		90 -30 75 -43	186
	-50 80 60 10	270		-14 14 48 -3	-37		-81 90 -190 -31	-1241
28	-7 6 8 -3	-44	29	5 -9 -10 -3	-130	30	9 7 -9 8	-91
	-63 60 65 -27	-436		15 -24 -33 -15	-453		9 16 -5 3	-60
	63 -54 -66 30	435		-45 96 78 -13	780		0 -27 -6 6	-93
	63 -84 -7 33	746		45 -81 -111 50	-582		0 -63 -10 -2	-257

Задание 9.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	7 4 0 0 0	-8	2	4 -2 0 0 0	14	3	10 -6 0 0 0	2
	-6 22 -6 0 0	-180		4 12 3 0 0	54		4 9 -1 0 0	-28
	0 -1 10 -4 0	-25		0 -6 16 -3 0	-163		0 2 11 -4 0	70
	0 0 2 13 5	-151		0 0 0 3 -2	-17		0 0 -6 19 -4	-46
	0 0 0 -4 7	8		0 0 0 -4 7	1		0 0 0 -3 5	-29
4	4 -2 0 0 0	-16	5	4 -2 0 0 0	-36	6	5 -3 0 0 0	-21
	2 13 -5 0 0	12		5 15 3 0 0	-57		-4 11 -2 0 0	44
	0 -1 11 5 0	-14		0 -4 10 2 0	-58		0 -1 9 -4 0	-59
	0 0 -4 10 -2	92		0 0 -1 8 -4	-100		0 0 0 6 4	22
	0 0 0 1 2	-10		0 0 0 -3 5	67		0 0 0 4 8	20
7	11 -6 0 0 0	-136	8	9 -5 0 0 0	79	9	7 -4 0 0 0	35
	3 6 1 0 0	16		1 8 3 0 0	-49		-5 20 5 0 0	-145
	0 3 13 4 0	-48		0 5 12 -1 0	-83		0 4 16 -4 0	-12
	0 0 4 12 -3	55		0 0 -6 18 4	-38		0 0 -6 13 -1	-60
	0 0 0 3 6	42		0 0 0 1 2	-18		0 0 0 -4 8	80
10	8 -5 0 0 0	33	11	9 -5 0 0 0	44	12	4 -2 0 0 0	-26
	1 12 5 0 0	-29		-2 5 -1 0 0	-43		5 14 -2 0 0	-100
	0 5 17 -4 0	65		0 1 8 4 0	21		0 0 2 2 0	32
	0 0 2 8 3	42		0 0 -5 15 -3	-84		0 0 -6 18 4	72
	0 0 0 1 2	7		0 0 0 -6 11	-47		0 0 0 1 2	7
13	10 5 0 0 0	15	14	10 5 0 0 0	40	15	5 3 0 0 0	-5
	-6 22 5 0 0	-74		4 16 4 0 0	132		5 16 4 0 0	-17
	0 -2 8 2 0	-82		0 4 11 -2 0	47		0 -1 7 -3 0	3
	0 0 5 18 -5	-215		0 0 -6 22 5	-80		0 0 -4 14 4	-100
	0 0 0 2 4	-24		0 0 0 -1 2	-10		0 0 0 -3 6	24

N	A	b	N	A	b	N	A	b
16	8 5 0 0 0	-8	17	6 3 0 0 0	39	18	5 -3 0 0 0	16
	2 14 -6 0 0	16		-4 12 2 0 0	-112		-4 17 -5 0 0	149
	0 -2 10 4 0	-66		0 1 8 -4 0	-73		0 5 20 5 0	-185
	0 0 -3 7 1	-51		0 0 -5 12 2	52		0 0 1 8 3	-63
	0 0 0 -5 9	72		0 0 0 4 7	4		0 0 0 4 8	12
19	9 5 0 0 0	-105	20	6 -3 0 0 0	-39	21	4 2 0 0 0	42
	-2 9 -3 0 0	2		2 14 -5 0 0	87		3 6 1 0 0	59
	0 0 12 -6 0	-6		0 1 14 -6 0	83		0 4 11 -2 0	-16
	0 0 4 10 -2	-46		0 0 4 10 -2	78		0 0 -2 14 -6	-4
	0 0 0 4 7	-76		0 0 0 1 2	-6		0 0 0 5 8	16
22	8 -4 0 0 0	-100	23	4 2 0 0 0	-38	24	11 -6 0 0 0	-82
	-2 8 -3 0 0	95		0 4 2 0 0	6		-3 8 1 0 0	7
	0 0 2 -1 0	-13		0 -6 20 5 0	153		0 4 13 -3 0	-106
	0 0 0 2 -1	8		0 0 -1 2 1	-23		0 0 4 8 1	-75
	0 0 0 -3 6	-57		0 0 0 -6 11	98		0 0 0 -3 6	21
25	4 2 0 0 0	-36	26	4 -2 0 0 0	16	27	2 1 0 0 0	12
	0 6 -4 0 0	-32		-4 13 -3 0 0	-15		-6 20 -5 0 0	-139
	0 1 2 -1 0	-12		0 -5 16 -4 0	118		0 -1 12 -6 0	-36
	0 0 4 12 3	47		0 0 1 6 2	-27		0 0 -6 16 -3	-79
	0 0 0 -2 4	-4		0 0 0 4 7	-51		0 0 0 -3 6	39
28	8 -5 0 0 0	-50	29	10 -6 0 0 0	-68	30	4 -2 0 0 0	-32
	-6 19 -4 0 0	88		-6 15 -2 0 0	30		-2 6 2 0 0	12
	0 -1 6 -2 0	-12		0 -4 18 5 0	-85		0 -1 12 5 0	63
	0 0 -3 11 -3	-119		0 0 5 22 -6	0		0 0 4 18 -5	122
	0 0 0 -3 6	78		0 0 0 -6 10	42		0 0 0 -3 5	-35

Задание 10.

Решить систему уравнений $Ax = b$ с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-1 85 -9 5	-341	2	-10 -1 -3 81	360	3	3 -4 92 -8	-519
	122 -7 -1 -8	-242		78 7 1 5	-100		7 144 8 -9	-728
	-7 -5 9 147	493		3 9 99 -3	-753		-3 6 5 82	1
	0 1 19 2	40		1 77 3 8	-375		100 -8 -9 -1	793
4	2 1 4 80	721	5	-10 2 132 -6	-508	6	1 -4 70 7	-691
	7 9 149 -4	-388		9 83 4 -1	-28		-5 87 6 5	-42
	51 4 4 1	135		1 1 -7 88	468		6 -3 6 121	-1110
	3 121 -7 8	1188		83 -5 4 -5	632		52 -5 -4 2	325

N	A				b	N	A				b	N	A				b
7	103	4	-1	-6	-40	8	1	7	82	2	-6	9	65	-3	-3	-1	81
	2	1	39	0	-161		7	6	-7	106	-545		-2	0	6	84	148
	-4	-4	-5	90	400		1	100	-10	-8	137		9	96	-4	-3	-273
	9	152	8	-10	-832		89	8	-4	3	-274		8	7	144	7	-431
10	107	8	2	9	114	11	-1	62	-7	0	-306	12	2	1	6	49	53
	8	6	-9	118	-373		-8	-10	148	9	-95		5	8	124	9	1064
	4	-4	110	5	527		8	-3	3	73	255		74	-3	-6	4	269
	0	39	2	5	112		73	0	-7	-7	205		-6	131	3	-10	-1176
13	142	-9	-1	-10	-453	14	-6	-10	-1	129	363	15	77	0	-10	4	-533
	7	-3	122	-6	-96		4	9	81	2	161		4	0	49	5	-82
	-9	2	0	74	-420		-7	132	-10	2	-762		5	6	-6	111	-176
	-8	73	-1	5	-435		91	8	-6	2	-790		-3	87	6	6	-513
16	6	-10	141	4	-1158	17	115	3	8	-4	-242	18	31	2	2	-3	129
	0	3	1	65	-280		1	99	-7	6	834		-8	1	9	127	-937
	134	7	-8	-5	-1150		-6	-10	9	164	734		-9	112	9	-1	-822
	-8	101	-2	1	-320		7	-7	151	-9	-417		8	0	95	-1	-56
19	4	0	-3	41	216	20	3	-8	7	115	-1070	21	-1	43	-2	-1	86
	7	82	-6	-1	-395		4	4	82	-8	-178		-5	3	53	-2	-78
	-2	-10	101	-1	-60		2	99	-8	1	110		-10	9	3	111	-852
	83	-9	2	0	209		89	-7	1	3	-215		99	9	2	-4	935
22	-4	119	7	3	165	23	-8	119	9	2	-814	24	-1	2	7	89	-153
	-8	-9	8	141	-1061		112	9	-8	-3	-1135		-2	-7	124	-9	-790
	-6	5	92	-4	-692		3	-8	3	78	-173		58	-6	-1	-5	-108
	138	-8	-5	-5	-79		5	0	69	9	480		6	77	-2	0	-697
25	-4	-3	8	98	-852	26	81	-5	-2	-3	65	27	-5	6	0	78	323
	-2	9	101	-2	-642		5	91	5	3	-750		-3	113	5	-9	125
	-9	104	6	-2	-508		-1	6	-1	82	-787		115	9	-1	-5	-135
	122	-10	7	3	950		-7	-10	133	4	177		6	4	76	3	694
28	9	-2	96	5	-237	29	3	-1	-9	109	734	30	7	114	-1	7	934
	-2	-5	-5	59	-428		-1	104	-3	-8	-246		119	8	-6	-4	1165
	-8	131	7	-7	690		73	0	-6	-2	608		7	-7	7	111	-666
	157	8	9	-9	85		-1	-4	78	-6	-504		6	-6	109	6	-139

Задание 11.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений $Ax = b$ (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить его сходимость с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A			b	N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	1	1	1	2	4	3	16	3	4	5	20	4	3	3	3	5	5	4	5
	4	1	2		3	4	8		4	4	16		3	4	16		5	5	25
6	4	4	4	7	3	2	9	8	5	2	25	9	5	2	10	10	4	3	20
	5	4	20		2	3	15		2	2	6		5	5	5		3	3	12

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b					
11	2	2	4	12	3	2	6	13	2	1	8	14	5	3	10	15	3	3	6
	5	2	6		2	2	4		1	2	8		3	3	6		3	5	25
16	-2	2	-4	17	2	5	10	18	1	5	4	19	2	3	2	20	2	2	2
	2	2	6		5	2	4		5	1	5		3	2	2		4	2	4
21	5	5	20	22	4	4	8	23	5	2	20	24	-4	4	-4	25	2	2	4
	4	5	10		4	5	25		2	2	6		4	4	16		2	4	8
26	1	3	1	27	4	4	16	28	1	1	3	29	2	5	10	30	4	5	16
	3	1	5		5	4	16		1	2	8		5	2	10		5	4	20

Задание 12.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	2	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4
	y	-3,9	-4,8	-8	-9,4	-11,4		y	-2,7	-5	-2	-0,9	1,8
3	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4	4	x	-4	-2	0	2	4
	y	0,5	-0,7	-4,5	-0,8	-0,5		y	-1	-2,1	-4,7	-6	-6,4
5	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	6	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	1,2	5,1	7,9	9,6	11,1		y	0,3	2,1	2,6	6	8,7
7	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8	8	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	0,7	-1,8	-5,4	-7,6	-8,5		y	3,6	2,8	2,4	-0,3	-0,5
9	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	10	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	1,3	-0,2	3,5	6,1	7		y	-2,1	1,5	2,8	5,2	6,1
11	x	-2	-1	0	1	2	12	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	0,6	1,6	2,9	6,6	7,5		y	1	4,5	8	4,8	4,1
13	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	14	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	0,3	3,2	5	7	9,5		y	3,1	6	5,7	4,3	4,1
15	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	16	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4
	y	3,1	3,4	6	8,5	8,8		y	-3,7	-6,8	-8,9	-11,5	-14,9
17	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	18	x	-5	-2,5	0	2,5	5
	y	-1,6	-1,4	-3,2	-4,5	-4,8		y	0,4	-1,1	-3,3	-6,8	-6,9
19	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	20	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4
	y	1,8	3,7	6,7	6,9	6,9		y	0,3	1,1	3,5	4,7	8,3
21	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6	22	x	-2	-1	0	1	2
	y	3,6	3,9	5,1	8,3	10,8		y	-3,7	-1	-2,2	-4,7	-6,4
23	x	-4	-2	0	2	4	24	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4
	y	0,8	2,8	6,7	9,1	9,7		y	1,7	3,2	3,4	4,3	8,2
25	x	-2	-1	0	1	2	26	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2
	y	-1,1	1,8	-0,8	-1,4	-4,8		y	0,3	0	-1,5	-3,6	-5,2
27	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	28	x	-4,2	-2,1	0	2,1	4,2
	y	-3,6	-6,4	-9,8	-10,5	-12,1		y	-1,4	-2,4	-5,9	-7,5	-9,2

N	таблица						N	таблица					
29	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	30	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	-3,3	-4,1	-5,4	-8	-8,4		y	-3	-5,7	-6	-5,9	-2,8

Задание 14.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} .

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}
1	x	4	5	6	7	4,59	2	x	-2	-1	0	1	-1,51	3	x	-1	0	1	2	-0,6
	y	0	-5	1	3			y	1	0	1	1			y	1	0	3	-4	
4	x	-1	0	1	2	-0,88	5	x	2	3	4	5	2,4	6	x	-1	0	1	2	-0,82
	y	-5	1	0	1			y	-2	0	-4	-5			y	-4	0	-3	-5	
7	x	-1	0	1	2	0,72	8	x	-3	-2	-1	0	-1,27	9	x	-5	-4	-3	-2	-3,43
	y	2	0	2	-4			y	-1	0	1	3			y	0	-3	1	-4	
10	x	-3	-2	-1	0	-2,55	11	x	-3	-2	-1	0	-2,21	12	x	0	1	2	3	0,57
	y	0	1	2	2			y	0	-3	1	1			y	0	3	-3	4	
13	x	4	5	6	7	5,3	14	x	3	4	5	6	3,27	15	x	-1	0	1	2	0,81
	y	-5	-4	0	-4			y	-5	0	3	-3			y	-3	-4	0	2	
16	x	2	3	4	5	2,36	17	x	4	5	6	7	4,86	18	x	-5	-4	-3	-2	-3,21
	y	-5	1	0	1			y	0	-3	1	4			y	-4	0	3	4	
19	x	0	1	2	3	0,48	20	x	3	4	5	6	3,64	21	x	3	4	5	6	4,59
	y	-4	0	1	-2			y	1	0	-4	-2			y	-2	0	-2	-5	
22	x	4	5	6	7	5,12	23	x	-1	0	1	2	0,7	24	x	-2	-1	0	1	-1,78
	y	-2	-1	0	-1			y	0	2	-2	1			y	-5	0	4	-4	
25	x	-2	-1	0	1	-1,55	26	x	1	2	3	4	1,71	27	x	-4	-3	-2	-1	-2,29
	y	4	0	-2	-3			y	2	0	-4	-2			y	-2	3	0	4	
28	x	-5	-4	-3	-2	-4,76	29	x	0	1	2	3	1,32	30	x	4	5	6	7	4,18
	y	4	-2	0	-5			y	3	0	-5	-4			y	0	4	4	-1	

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционный многочлен Ньютона. С его помощью вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} и оценить практически погрешность приближения. Записать результат с учетом погрешности.

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}		
1	x	-9	-8	-7	-5	-6,18	2	x	-2	-1	0	2	3	-0,5	3	x	-4	-2	-1	1	3	-1,63
	y	-4	-3	-1	-4			3	y	-5	3	1	0			-1	y	-5	0	-4	-5	
4	x	-4	-2	-1	1	-1,32	5	x	0	1	3	5	7	0,41	6	x	0	2	3	4	5	3,85
	y	-2	1	-5	2			-2	y	2	-5	3	-3			-4	y	-4	-3	-1	-2	
7	x	-4	-3	-2	-1	-3,29	8	x	-3	-1	0	1	3	0,57	9	x	-7	-6	-5	-3	-2	-6,58
	y	1	1	-5	-1			2	y	-3	3	-3	2			4	y	-5	0	-3	-3	
10	x	-8	-7	-6	-4	-7,47	11	x	-5	-4	-2	0	2	-1,64	12	x	-6	-5	-4	-2	0	-4,23
	y	-2	-2	-1	-1			-5	y	-3	-4	-1	1			-1	y	3	-2	0	-1	

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}																		
13	x	-6	-4	-3	-2	0	-3,67	14	x	0	2	3	5	7	2,63	15	x	-1	0	2	3	5	0,75	y	-5	4	-4	-1	-1	y	-5	1	3	-4	3	y	3	-5	-4	1	4
	y	-1	0	2	3	4			x	-3	-2	0	1	2			x	0	1	2	3	4		y	-1	-2	0	3	1												
16	x	-1	0	2	3	4	-0,83	17	x	-3	-2	0	1	2	0,45	18	x	0	1	2	3	4	0,17	y	0	3	3	4	4	y	-4	3	1	-5	-3	y	-1	-2	0	3	1
	y	-4	-2	-1	0	1			x	-4	-2	0	2	4			x	-2	0	2	4	5		y	-4	1	2	1	-1	y	-5	-2	1	-2	-1						
19	x	-4	-2	-1	0	1	-3,42	20	x	-4	-3	-2	0	1	-1,63	24	x	0	2	3	5	7	3,74	y	-4	1	2	1	-1	y	-4	3	-4	4	-3	y	-3	-4	-2	3	2
	y	-7	-5	-3	-1	0			x	-4	-3	-2	0	2			x	-3	-2	-1	0	2		y	-3	-4	-2	3	2												
22	x	-7	-5	-3	-1	0	-4,31	23	x	-4	-3	-2	0	1	-1,27	27	x	-3	-2	-1	0	2	-0,69	y	-4	3	-4	4	-3	y	-1	3	-4	1	-4	y	3	-1	1	-2	-3
	y	-4	3	-4	4	-3			x	-4	-3	-2	0	2			x	-3	-2	-1	0	2		y	-1	3	-4	1	-4												
25	x	0	2	4	5	7	0,61	26	x	-4	-3	-2	0	2	-1,27	27	x	-3	-2	-1	0	2	-0,69	y	3	-3	0	-3	2	y	-1	3	-4	1	-4	y	3	-1	1	-2	-3
	y	3	-3	0	-3	2			x	-9	-8	-7	-5	-4			x	-5	-4	-2	-1	0		y	3	-3	0	-3	2	y	-5	-4	-2	-1	0						
28	x	-2	-1	0	2	3	-1,82	29	x	-9	-8	-7	-5	-4	-7,89	30	x	-5	-4	-2	-1	0	-3,65	y	-4	4	-5	-2	0	y	0	1	0	4	-4	y	0	1	0	4	-4
	y	-4	4	-5	-2	0			x	-9	-8	-7	-5	-4			x	-5	-4	-2	-1	0		y	0	1	0	4	-4	y	0	1	0	4	-4						

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла $\int_a^b f(x) dx$, используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом $h = 0.4$; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами $h = 0.4$ и $h = 0.2$; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом $h = 0.4$.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b	N	$f(x)$	a	b
1	$\cos(x\sqrt{x})$	3,5	5,1	2	$\sin(1/x^2)$	3	4,6	3	$e^{-0.4 \cos(1/x)}$	1,3	2,9
4	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	2,8	4,4	5	$e^{0.6/(x\sqrt{x})}$	1,6	3,2	6	$e^{\sin x}$	4,4	6
7	$e^{-\cos x}$	1,7	3,3	8	$\sin(0.5x\sqrt{x})$	2,5	4,1	9	$e^{-\sin(1/x)}$	2,4	4
10	$\cos(1/x^2)$	1,7	3,3	11	$e^{\sin(1/x)}$	1	2,6	12	$e^{\sin^2 x}$	2	3,6
13	$e^{-1/(x\sqrt{x})}$	3,7	5,3	14	$4 \cos(0.02x^3)$	4,4	6	15	$e^{-\arctg x}$	1,4	3
16	$e^{\cos^2 x}$	3,5	5,1	17	$\sin(1 + \sqrt{x})$	1,3	2,9	18	$e^{1/x}$	3,8	5,4
19	$e^{-0.1/x}$	3,3	4,9	20	$\frac{\ln(1+x)}{x}$	0,9	2,5	21	$x \arctg x$	2,8	4,4
22	$2 \cos(0.2x^2)$	3,9	5,5	23	$\sin(\sqrt{1+x})$	1,3	2,9	24	$e^{0.5x\sqrt{x}}$	3,2	4,8
25	$\sin(1/x)$	3,3	4,9	26	$\sin(\arctg x)$	2,1	3,7	27	e^{-1/x^2}	3	4,6
28	$\frac{\sqrt{x-x}}{1+e^{-x}}$	3,3	4,9	29	$\sin(e^x)$	4,8	6,4	30	$e^{-0.2 \sin x}$	3,8	5,4

Задание 18.

Дан интеграл вида $\int_a^b (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4) dx$. Используя априорную оценку погрешности формулы центральных прямоугольников, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности $\varepsilon = 0.01$, и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

N	a	b	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	N	a	b	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
1	0,8	1,3	0	3	-3	4	0	2	0,6	1,1	-5	-2	-1	0	-5
3	-1,9	-1,4	-1	1	3	-1	4	4	0,9	1,4	2	-3	4	-3	1
5	1	1,5	-5	3	0	-2	2	6	-0,8	-0,3	3	-4	-1	4	3
7	-1,3	-0,8	-1	-3	-3	-2	-5	8	-0,7	-0,2	-5	-5	-2	1	3

N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	N	a	b	c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
9	-1,2	-0,7	2	0	-3	4	-5	10	-1,6	-1,1	0	4	2	-5	1
11	-1,1	-0,6	0	4	0	3	-3	12	0,6	1,1	-5	-4	0	-1	2
13	-0,1	0,4	-4	0	-5	4	0	14	0,4	0,9	2	-2	3	-4	1
15	0,5	1	0	0	-4	-5	0	16	-0,7	-0,2	-4	2	3	3	-4
17	-1,2	-0,7	0	4	-4	0	4	18	1,2	1,7	3	-5	-1	1	1
19	0,8	1,3	-5	2	-1	1	-4	20	1	1,5	4	1	0	-3	1
21	-0,8	-0,3	3	3	4	-5	-4	22	1	1,5	1	0	-3	3	3
23	-0,9	-0,4	-2	-3	-1	3	-3	24	0,1	0,6	4	-2	3	3	0
25	0,9	1,4	2	-4	-2	2	1	26	-1,9	-1,4	-2	4	-4	2	0
27	-1,3	-0,8	1	1	-5	-2	-3	28	-1,8	-1,3	1	0	4	4	0
29	-1,7	-1,2	-1	-2	3	4	-5	30	-0,1	0,4	0	-2	-1	-1	1

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции $f(x)$ с шагом $h = 0.1$ в точке $x_0 = \frac{a+b}{2}$. (Функция и величины a и b даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.

Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке $[t_0, T]$ с шагом $h = 0.2$: а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀	N	f(t,y)	t ₀	T	y ₀
1	$-2yt + 2te^{-t^2}$	0	1	0	2	$-y \operatorname{tg} t + 3 \cos t$	0	1	1
3	$\frac{y}{t \ln t} + 2t \ln t$	e	$e + 1$	$2e^2$	4	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$4/\pi$
5	$\frac{3t+1}{t}y + 3t$	1	2	0	6	$\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$	-1	0	$-2e^{-3}$
7	$-\frac{3y}{t} + \frac{6}{t^2} - 5t$	1	2	2	8	$3yt^2 + 6t^2$	0	1	1
9	$\frac{2t+1}{t}y + t$	1	2	0.5	10	$4yt + e^{2t^2}$	0	1	0
11	$-\frac{y}{t \ln t} + \frac{2t}{\ln t}$	e	$e + 1$	e^2	12	$-\frac{y}{t} + \frac{\cos t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0
13	$-\frac{4t-1}{t}y + 2t$	1	2	1	14	$-\frac{2y}{t} + \frac{2}{t^2} + 4t$	1	2	3
15	$\frac{y}{t-1} + t^2 - 1$	-1	0	5	16	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
17	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	$e + 1$	1	18	$\frac{6}{t^2} + \frac{2y}{t}$	1	2	0
19	$y \operatorname{ctg} t + 2 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	π	20	$-y \operatorname{tg} t + \frac{\cos t}{t^2}$	π	$\pi + 1$	0
21	$\frac{y}{t+3} - \frac{t+3}{t^2}$	1	2	4	22	$\frac{y}{t} + \frac{2}{t^2} + 3t$	1	2	-1
23	$-y \operatorname{tg} t + \frac{1}{\cos t}$	0	1	0	24	$-y \sin t + 4 \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2
25	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0	26	$\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$	0	1	4
27	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$1 - \pi/2$	$-\pi^2/2$	28	$2ty - 2t$	0	1	0

N	f(t,y)	t_0	T	y_0	N	f(t,y)	t_0	T	y_0
29	$\frac{y}{t} + 2t^2e^{t^2}$	1	2	e	30	$\frac{y}{t} + t \cos t + t$	π	$\pi + 1$	π^2

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$ с шагами $h_1 = 1/3$, $h_2 = 1/6$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	$q(x)$	$f(x)$	y_0	y_1
1	$\pi^2/16$	$(\sqrt{2}\pi^2/8) \sin(\pi x/4)$	0	2
2	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \sin(\pi x/2)$	0	1
3	$x + 1$	xe^x	1	e
4	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x - 1)/3)$	1/2	1/2
5	$2 + x$	$(x + 1)e^{x+1}$	e	e^2
6	$1/(1 + x)$	$-1/(1 + x) + \ln(1 + x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$
7	$1 + x$	$3x + 3$	3	3
8	1/2	$e^{x/2}/4$	1	\sqrt{e}
9	$2 - x$	$(1 - x)e^{1-x}$	e	1
10	$7\pi^2/16$	$\pi^2 \cos(\pi x/4)$	2	$\sqrt{2}$
11	x^2	$(x^2 - 1)e^{-x}$	1	1/e
12	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \cos(\pi x/2)$	1	0
13	e^2	e^{2x}	2	1 + e
14	$3 + x$	$6 - x - x^2$	2	1
15	$1 - x$	$2 + x(1 - x)^2$	0	0
16	5	e^{2x}	1	e^2
17	1	$2 + x - x^2$	1	e
18	$1 - x$	$1 - x^2$	1	2
19	1	$5 \sin 2x$	0	$\sin 2$
20	2	$2x^2 - 2x$	1	1
21	x	$2 + x - 2x^2$	1	0
22	2	$2 + 2x$	1	2
23	1/2	$2x + x^2/2$	4	9
24	$2x + 1$	$2xe^{2x-1}$	1/e	e
25	$1/(1 + x)$	$x/(1 + x)$	0	1
26	x	$2 + x^2 - x^3$	0	0
27	1/4	$((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x + 1)/2)$	1	0
28	1	$2e^{-x}$	0	1/e
29	π^2	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0
30	$2\pi^2$	$3\pi^2 \sin(\pi x)$	0	0

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять $h = (b-a)/10$, шаг τ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от x при $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$.

N	a	b	k	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	2	1	1	e^{10t}	e^t	0
2	-1	1	0.5	x^2	1	1	x
3	-1	1	1	$1 - x^2$	0	$5t$	0
4	0	2	2	0	0	$10t$	1
5	0	1	0.4	$1 - x$	1	0	2
6	0	1	0.1	x	$2 \sin t$	$\cos t$	0
7	0	1	0.1	x^2	0	1	t
8	0	2	1	1	e^{-5t}	$\cos t$	1
9	0	2	1	x	0	2	x
10	0	1	0.5	1	e^{-t}	e^{-10t}	2
11	0	1	0.4	x	0	1	1
12	0	1	0.2	$\sin x$	0	$\sin(1 + 2t)$	$1 - x$
13	0	1	0.25	x^3	0	1	5
14	-1	1	0.2	0	0	0	$1 - x^2$
15	0	1	0.4	$x - x^2$	0	$1 - e^{-t}$	0
16	0	1	0.5	0	0	$10t$	t
17	0	1	0.2	$1 - x^2$	1	0	$1 - x$
18	0	1	2	0	0	$\sin(10t)$	$x(1 - x)$
19	0	1	1	$ x - 0.5 $	0.5	0.5	0
20	0	1	0.5	$1 - x^3$	e^t	0	$1 - x$
21	0	1	1	$x - x^2$	$\sin 2t$	0	0
22	-1	1	0.5	$1 - x^2$	0	0	x
23	0	1	0.25	$(1 - x)^2$	e^{-t}	$1 - e^{-t}$	0
24	0	1	0.5	0	0	$e^{10t} - 1$	1
25	0	2	1	0	0	0	x
26	0	1	0.5	$x - x^2$	$1 - e^{-t}$	t	0
27	0	2	0.5	1	e^{-t}	e^{-5t}	2
28	0	1	0.2	1	$\cos t$	1	0
29	0	1	0.25	$x - x^2$	t	0	e^{-t}
30	0	2	1	$\sin x$	0	$\sin 2$	$2 - x$