

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»  
Институт радиоэлектроники и информационных технологий - РТФ  
Кафедра вычислительных методов и уравнений математической физики

## **Математика**

Программа и контрольные задания  
для студентов I и II курсов заочной формы обучения

Екатеринбург  
2013

Составители Р.М.Минькова, М.М.Михалева  
Научный редактор доц., канд. техн. наук В.А.Нырко

Математика: программа и контрольные задания/ Р.М.Минькова,  
М.М.Михалева. Екатеринбург, 2013. 27с.

Приведенный в работе материал и задания к нему распределены по семестрам, в соответствии с учебными графиками, утвержденными в УрФУ. Работа предназначена для студентов I и II курсов заочной формы обучения Института материаловедения и металлургии, Механико-машиностроительного, Строительного и Химико-технологического институтов.

Библиогр.: 21 назв. Табл. 4.

Подготовлено кафедрой «Вычислительные методы и  
уравнения математической физики».

## Введение

В настоящих методических указаниях приведена программа и контрольные задания по математике для студентов заочной формы обучения УГТУ-УПИ. В процессе изучения курса математики студент должен выполнить в каждом семестре 2 контрольные работы. Номер варианта определяется по последней цифре номера студенческого билета или зачетной книжки. Так, например, если этот номер заканчивается цифрой 5, то в контрольной работе № 1 нужно решить задачи 5, 15, 25, 35 (если последняя цифра 0, то нужно решать задачи 10 варианта).

При выполнении контрольных работ нужно придерживаться следующих правил.

1. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний рецензента.

2. На обложке тетради необходимо указать: а) свою фамилию и инициалы; б) специальность обучения; в) номер зачетной книжки; г) название дисциплины; д) номер контрольной работы.

3. В контрольную работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, и в строгом соответствии с номером своего варианта.

4. Решения задач в каждой контрольной работе следует располагать обязательно в порядке номеров, указанных в задании. Перед решением каждой задачи необходимо выписать полностью ее условие.

5. Решения задач должны содержать подробные пояснения и необходимые чертежи.

6. После получения прорецензированной работы студент должен исправить все отмеченные рецензентом замечания и недочеты, а также выполнить все его рекомендации. Все исправления нужно записывать в этой же тетради после всех решенных задач контрольной работы. Вносить исправления в тексты решения задач после рецензирования запрещается. Незачтенную контрольную работу с последующими соответствующими исправлениями следует направить на повторную рецензию.

7. Контрольные работы в каждом семестре должны быть представлены для рецензирования не позднее чем за **2 недели** до начала экзаменационной сессии. Рецензирование контрольных работ, присланных позже указанного срока, переносится на начало следующего семестра.

Прорецензированные и зачтенные контрольные работы студент должен предъявлять экзаменатору перед сдачей зачета или экзамена.

Во время сдачи зачета или экзамена студент должен показать понимание основных теоретических и практических вопросов программы и умение применять их в решении задач и примеров. Определения, теоремы и правила должны формулироваться точно и с пониманием существа вопросов.

Во время экзаменационных сессий для студентов заочного обучения организуются обзорные лекции и практические занятия по программам текущего семестра, а также установочные лекции по программам следующего семестра.

В межсессионный период каждую четную субботу проводятся консультации и прием задолженностей экзаменов и зачетов за предыдущие семестры. Информация о датах и времени их проведения вывешивается на кафедральном стенде после окончания экзаменационной сессии.

# І семестр

## Программа

### Векторная алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители 2-го и 3-го порядков.
2. Векторы в  $R_2$  и  $R_3$ : линейные операции, базис, координаты, условие коллинеарности. Проекция вектора на ось.
3. Скалярное, смешанное и векторное произведение векторов в  $R_3$ : определения, свойства, формулы вычисления через координаты векторов в ортонормированном базисе.
4. Уравнение плоскости в  $R_3$  с заданным нормальным вектором. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Отыскание угла между двумя плоскостями, расстояния от точки до плоскости.
5. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве: канонические уравнения, параметрические уравнения; общее уравнение прямой в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, прямой и плоскости. Отыскание угла между двумя прямыми на плоскости, угла между прямой и плоскостью.
6. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола и их канонические уравнения. Поверхности второго порядка и их построение.
7. Комплексные числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Операции над комплексными числами: сложение, вычитание, деление, возведение в степень, извлечение корня.

### Введение в математический анализ

1. Определение предела функции в точке, в бесконечности. Предел последовательности как частный случай предела функции. Односторонние пределы функции. Основные теоремы о пределе функции.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства; связь бесконечно больших функций с бесконечно малыми. Сравнение бесконечно малых.
3. Отыскание предела отношения двух многочленов при  $x \rightarrow \infty$ . Первый и второй замечательный пределы.
4. Функции, непрерывные в точке, и их свойства. Точки разрыва функции и их классификация.
5. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства.

### Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Определение производной. Дифференцируемая функция и ее дифференциал.

2. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного.

3. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование обратной функции, параметрически заданной функции. Таблица производных.

4. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы дифференциала.

5. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей вида  $\left[\frac{0}{0}\right]$  или  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ . Использование правила Лопиталя при вычислении пределов для раскрытия неопределенностей вида  $[\infty - \infty]$ ,  $[0 \cdot \infty]$ ,  $[1^\infty]$ ,  $[\infty^0]$ .

6. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формула Маклорена для основных элементарных функций.

7. Признаки возрастания и убывания функции на промежутке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие экстремума; достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

8. Определение выпуклой кривой, вогнутой кривой, точки перегиба. Условия выпуклости и вогнутости кривой. Понятие асимптоты кривой, отыскание вертикальных и невертикальных асимптот. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

9. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Определение и вычисление частных производных.

Номера контрольных работ, которые необходимо выполнить в первом семестре, и номера задач соответствующих вариантов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Номер варианта	Контрольная работа № 1 Номера задач	Контрольная работа № 2 Номера задач
1	1 11 21 31	41 51 61 71
2	2 12 22 32	42 52 62 72
3	3 13 23 33	43 53 63 73
4	4 14 24 34	44 54 64 74
5	5 15 25 35	45 55 65 75
6	6 16 26 36	46 56 66 76
7	7 17 27 37	47 57 67 77
8	8 18 28 38	48 58 68 78
9	9 19 29 39	49 59 69 79
10	10 20 30 40	50 60 70 80

## II семестр

### Программа

#### Интегральное исчисление функции одной переменной

1. Первообразная функции и ее свойства. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица основных интегралов.
2. Основные методы интегрирования: метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
3. Интегрирование некоторых классов функций: тригонометрических функций; функций, содержащих квадратный трехчлен; дробно-рациональных функций.
4. Понятие определенного интеграла, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенных интегралов: вычисление площади плоской фигуры, длины дуги кривой, объема тела вращения.
5. Несобственные интегралы первого и второго рода, их вычисление.

#### Дифференциальные уравнения

1. Понятие дифференциального уравнения и его решения. Уравнение первого порядка вида  $y' = f(x, y)$ : постановка задачи Коши, понятие общего и частного решений (интегралов).
2. Решение дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, однородных, линейных.
3. Дифференциальные уравнения высших порядков: постановка задачи Коши, понятие общего и частного решений (интегралов). Методы понижения порядка уравнений вида  $y'' = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$ .
4. Однородное линейное дифференциальное уравнение (ОЛДУ): свойства решений, структура общего решения. ОЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами: его характеристическое уравнение, вид общего решения в случае, когда корни характеристического уравнения а) действительные различные, б) действительные равные, в) комплексные. Неоднородное линейное дифференциальное уравнение (НЛДУ): структура общего решения, теорема о суперпозиции двух решений. Отыскание решений НЛДУ с постоянными коэффициентами с правой частью вида  $f(x) = P_n(x) \cdot e^{\alpha x}$ ,  $f(x) = A \cos x + B \sin x$  (метод неопределенных коэффициентов).

#### Числовые и функциональные ряды

1. Понятие числового ряда, его частичной суммы. Понятие сходящегося ряда и его суммы. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда.

2. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, интегральный признак. Условие сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ .

3. Понятие знакопеременного ряда. Достаточный признак его сходимости. Знакопеременный ряд, достаточный признак его сходимости. Понятие абсолютно и условно сходящихся рядов.

4. Понятие функционального ряда и его области сходимости. Степенные ряды, радиус и область сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Ряд Тейлора функции  $f(x)$ . Разложение элементарных функций в степенные ряды.

5. Применения степенных рядов для приближенного вычисления значения функции, для вычисления определенного интеграла, для решения дифференциального уравнения.

6. Ряд Фурье периодической функции  $f(x)$ . Ряды Фурье для четной и нечетной функций. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на отрезке.

7. Комплексная форма ряда Фурье. Амплитудный и фазовый спектры периодической функции.

Номера контрольных работ, которые необходимо выполнить во втором семестре, и номера задач соответствующих вариантов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Номер варианта	Контрольная работа № 3 Номера задач	Контрольная работа № 4 Номера задач
1	81 91 101 111	121 131 141
2	82 92 102 112	122 132 142
3	83 93 103 113	123 133 143
4	84 94 104 114	124 134 144
5	85 95 105 115	125 135 145
6	86 96 106 116	126 136 146
7	87 97 107 117	127 137 147
8	88 98 108 118	128 138 148
9	89 99 109 119	129 139 149
10	90 100 110 120	130 140 150

## **III семестр**

### **Программа**

#### **Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

1. Определение и отыскание частных производных. Определение дифференцируемой функции. Дифференциалы первого и второго порядков. Понятие сложной функции и ее дифференцирование. Неявные функции и их дифференцирование. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, их уравнения.

2. Безусловный экстремум функции. Глобальный экстремум функции в замкнутой ограниченной области. Условный экстремум функции.

3. Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Понятие производной скалярного поля по направлению, формула для ее вычисления. Определение градиента скалярного поля, свойства градиента.

#### **Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

1. Задача отыскания массы фигуры. Понятие интеграла по фигуре, его свойства. Механические приложения: отыскание массы, координат центра тяжести и моментов инерции фигуры. Конкретные виды интегралов по фигуре: двойной интеграл, тройной интеграл, криволинейный интеграл 1-го рода, поверхностный интеграл 1-го рода. Их геометрические применения.

2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольной и полярной системах координат.

3. Вычисление тройного интеграла в прямоугольной системе координат.

4. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.

5. Вычисление поверхностного интеграла 1-го рода.

#### **Теория векторного поля**

1. Понятие векторного поля. Векторные линии и их дифференциальные уравнения. Вычисление потока жидкости. Поток произвольного векторного поля и его вычисление. Формула Остроградского для вычисления потока поля через замкнутую поверхность. Понятие дивергенции, ее инвариантное определение и физический смысл.

2. Вычисление работы силового поля. Линейный интеграл и циркуляция векторного поля. Векторная и координатная форма записи линейного интеграла поля и его вычисление. Формула Грина и формула Стокса для вычисления циркуляции. Понятие ротора и его физический смысл в поле линейных скоростей вращающегося тела.

3. Условия независимости линейного интеграла поля от формы пути интегрирования. Потенциальное поле и его свойства. Отыскание потенциала.

Номера контрольных работ, которые необходимо выполнить в третьем семестре, и номера задач соответствующих вариантов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Номер варианта	Контрольная работа № 5 Номера задач	Контрольная работа № 6 Номера задач
1	151 161 171 181 191	201 211 221 231
2	152 162 172 182 192	202 212 222 232
3	153 163 173 183 193	203 213 223 233
4	154 164 174 184 194	204 214 224 234
5	155 165 175 185 195	205 215 225 235
6	156 166 176 186 196	206 216 226 236
7	157 167 177 187 197	207 217 227 237
8	158 168 178 188 198	208 218 228 238
9	159 169 179 189 199	209 219 229 239
10	160 170 180 190 200	210 220 230 240

## **IV семестр**

### **Программа**

#### **Элементы линейной алгебры**

1. Понятие матрицы. Частные виды матрицы. Понятие определителя квадратной матрицы. Свойства определителей.

2. Линейные операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число. Умножение матриц. Понятие обратной матрицы, условие ее существования. Решение матричных уравнений с квадратной невырожденной матрицей.

3. Система линейных уравнений: понятие ее решения, матричная форма записи. Решение линейной системы с квадратной невырожденной матрицей по формулам Крамера. Решение линейной системы методом Гаусса. Однородная система линейных уравнений и ее решение. Применение метода Гаусса для отыскания обратной матрицы.

4. Понятие линейного пространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы элементов (векторов). Понятие базиса и размерности линейного пространства. Координаты элемента (вектора) в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому; связь координат вектора в различных базисах.

5. Понятие линейного оператора (отображения). Матрица линейного оператора в фиксированном базисе. Изменение матрицы оператора при замене базиса.

6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их свойства и способ отыскания.

7. Понятие квадратичной формы. Приведение ее к каноническому виду.

8. Системы дифференциальных уравнений, их решение методом исключения и методом собственных векторов. Понятие устойчивости решения системы. Исследование устойчивости с помощью собственных значений.

#### **Теория вероятностей и математическая статистика**

1. Понятие события. Пространство элементарных событий. Виды событий. Действия над событиями: сложение, умножение.

2. Относительная частота события, ее свойства. Классическое и статистическое определение вероятности.

3. Определение условной вероятности. Понятие независимых событий. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий.

4. Повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

5. Дискретная случайная величина: ряд распределения, функция распределения. Законы распределения дискретной случайной величины: биномиальный и Пуассона. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия и их свойства; среднее квадратическое отклонение.

6. Непрерывная случайная величина: функция распределения, плотность распределения, числовые характеристики, законы распределения (равномерный, показательный, нормальный) и их числовые характеристики.

7. Генеральная и выборочная совокупности. Распределение выборки: дискретные и интервальные статистические ряды. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Среднее арифметическое, выборочная дисперсия, их свойства.

8. Оценка параметров генерального распределения по выборке. Точечные оценки, их несмещенность, состоятельность. Интервальные оценки, доверительный интервал, построение доверительного интервала для оценки математического ожидания при известном среднем квадратическом отклонении (выборки большого объема).

Номера контрольных работ, которые необходимо выполнить в четвертом семестре, и номера задач соответствующих вариантов представлены в табл. 4.

Таблица 4

Номер варианта	Контрольная работа № 7 Номера задач	Контрольная работа № 8 Номера задач
1	281 291 301	241 251 261 271
2	282 292 302	242 252 262 272
3	283 293 303	243 253 263 273
4	284 294 304	244 254 264 274
5	285 295 305	245 255 265 275
6	286 296 306	246 256 266 276
7	287 297 307	247 257 267 277
8	288 298 308	248 258 268 278
9	289 299 309	249 259 269 279
10	290 300 310	250 260 270 280

## Контрольные задания

**1–10.** Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ . Найти: 1) уравнение прямой, на которой лежит ребро  $A_1A_2$ ; 2) уравнение плоскости, на которой лежит грань  $A_1A_2A_3$ ; 3) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 4) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) объем пирамиды.

1.  $A_1(7, 7, 6), A_2(5, 10, 6), A_3(5, 7, 12), A_4(7, 10, 4)$ .

2.  $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6)$ .

3.  $A_1(8, 7, 5), A_2(10, 6, 6), A_3(5, 7, 9), A_4(8, 11, 8)$ .

4.  $A_1(7, 7, 3), A_2(6, 5, 8), A_3(3, 5, 8), A_4(8, 4, 1)$ .

5.  $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 2), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$ .

6.  $A_1(4, 4, 10), A_2(4, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 8, 9)$ .

7.  $A_1(4, 6, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$ .

8.  $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$ .

9.  $A_1(10, 6, 6), A_2(-2, 8, 2), A_3(6, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$ .

10.  $A_1(2, 9, 3), A_2(6, 3, 7), A_3(6, 8, 5), A_4(5, 11, 10)$ .

**11–20.** Установить, какие линии определяются данными уравнениями. Изобразить линии на чертеже.

11. а)  $y^2 - 16x - 6y + 25 = 0$ ,

б)  $y = -3 - \sqrt{21 - 4x - x^2}$ .

12. а)  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y + 22 = 0$ ,

б)  $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$ .

13. а)  $16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$ ,

б)  $y = -5 - \sqrt{-3x - 21}$ .

14. а)  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ ,

б)  $x = 2 - \sqrt{6 - 2y}$ .

15. а)  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$ ,

б)  $x = -5 + \sqrt{-y^2 - 6y + 40}$ .

16. а)  $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$ ,

б)  $y = 7 - 1,5\sqrt{13 - 6x + x^2}$ .

17. а)  $2x^2 + 2y^2 + 12x + 4y - 30 = 0$ ,

б)  $x = -4 + 3\sqrt{5 + y}$ .

18. а)  $x^2 - 4x + 4y - 2 = 0$ ,

б)  $y = -1\frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$ .

19. а)  $16x^2 + y^2 + 32x - 8y - 48 = 0$ ,

б)  $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{-5 - 4x + x^2}$ .

20. а)  $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$ ,

б)  $x = -2\sqrt{-y^2 - 6y - 5}$ .

**21–30.** 1) Записать число  $a$  в алгебраической форме; 2) изобразить его на координатной плоскости; 3) записать число  $a$  в тригонометрической и показательной формах; 4) вычислить  $a^5$ ; 5) найти все корни уравнения  $z^3 - a = 0$ .

21.  $a = \frac{1}{\sqrt{3} + i}$ .

22.  $a = \frac{1}{\sqrt{3} - i}$ .

23.  $a = \frac{2\sqrt{2}}{1 + i}$ .

24.  $a = \frac{4}{\sqrt{3} + i}$ .

$$25. a = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$26. a = \frac{-4}{1-\sqrt{3}i}.$$

$$27. a = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$28. a = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$29. a = \frac{4}{1-\sqrt{3}i}.$$

$$30. a = \frac{-4}{\sqrt{3}-i}.$$

**31–40.** Найти пределы, используя замечательные пределы и эквивалентные бесконечно малые функции.

$$31. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{\sin 3x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-7} \right)^{\frac{x}{2}}. \quad 32. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\cos^3 x - \cos x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+4} \right)^{x+4}.$$

$$33. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos 6x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x-7}{6x+3} \right)^{x-1}. \quad 34. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^x.$$

$$35. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3\sqrt{x}}{5x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-1} \right)^x. \quad 36. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-2}{4x} \right)^{2x}.$$

$$37. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}. \quad 38. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}.$$

$$39. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\operatorname{arctg} x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-1}{x^2} \right)^{3x^2}. \quad 40. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{\sin 2x}, \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{10x-3}{10x-1} \right)^{5x}.$$

**41–50.** Дано уравнение  $y = f(x)$  кривой, точка  $x_0$  и уравнение прямой  $Ax + By + C = 0$ . Требуется: 1) составить уравнения касательной и нормали к данной кривой  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ ; 2) найти точку на кривой  $y = f(x)$ , в которой касательная параллельна прямой  $Ax + By + C = 0$ .

$$41. y = x - x^3, \quad x_0 = -1, \quad 10x + y = 0.$$

$$42. y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1, \quad 5x - y - 2 = 0.$$

$$43. y = 2x^2 + 3, \quad x_0 = -1, \quad 8x - 2y + 5 = 0.$$

$$44. y = 2x^2 + 3x - 1, \quad x_0 = -2, \quad 7x - y - 3 = 0.$$

$$45. y = x + x^2, \quad x_0 = 1, \quad 10x - 2y + 7 = 0.$$

$$46. y = 2x + x^2, \quad x_0 = -1, \quad 12x - 3y + 10 = 0.$$

$$47. y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1, \quad 9x - 3y - 4 = 0.$$

$$48. y = x^3 + 2x - 1, \quad x_0 = 0, \quad 5x - y + 3 = 0.$$

$$49. y = x^3 + x, \quad x_0 = 2, \quad 8x - 2y + 1 = 0.$$

$$50. y = x^2 - x + 3, \quad x_0 = 1, \quad 9x - 3y + 7 = 0.$$

**51–60.** Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций.

51. а)  $y = \frac{(3x-2)^2}{3x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4},$

б)  $y = (x+x^2)^x.$

52. а)  $y = \frac{\operatorname{tg}^3 x - \sin x}{\cos^3 x},$

б)  $y = (\cos x)^{x^2}.$

53. а)  $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}},$

б)  $y = (\cos x)^x.$

54. а)  $y = \frac{x^4-8x^2}{2(x^2-4)} + 2\sqrt{4x+3},$

б)  $y = (1+x^2)^{\operatorname{ctg} x}.$

55. а)  $y = \frac{e^{\cos x} + 3}{3x^2 + x},$

б)  $y = x^{\ln x}.$

56. а)  $y = \frac{3x+6x^2}{2(x+5)} + \sqrt[3]{x^2+x},$

б)  $y = x^{-\operatorname{tg} x}.$

57. а)  $y = \frac{x^2+x}{2x+3} + \cos 2x,$

б)  $y = x^{\frac{1}{x}}.$

58. а)  $y = \sqrt[3]{x^2+4} \cdot \ln \cos x,$

б)  $y = (\arcsin x)^x.$

59. а)  $y = \frac{x^2}{x-1} \cdot e^{3x},$

б)  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}.$

60. а)  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{3(x+2)} + \sqrt[3]{x^2+2x},$

б)  $y = (\sin x)^{\ln x}.$

**61–70.** Вычислить пределы, используя правило Лопиталю.

61. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2},$

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right).$

62. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x},$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^5 \ln x.$

63. а)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7},$

б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} \ln x.$

64. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1},$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^2 \ln x.$

65. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}},$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} x$

66. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)},$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x.$

$$67. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x \operatorname{tg} 5x.$$

$$68. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \sin(2x-1) \operatorname{tg} x$$

$$69. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^2 + x^3},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0+0} x^2 \ln \frac{1}{x}.$$

$$70. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x^2 + x},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \operatorname{tg} x.$$

**71–80.** Провести полное исследование функции. По результатам исследования построить график функции.

$$71. \text{ a) } y = 2x^2 e^x, \quad \text{б) } y = -1 + \frac{x+1}{(x-1)^2}. \quad 72. \text{ a) } y = x^2 e^{-x}, \quad \text{б) } y = x - \frac{8}{x^4}.$$

$$73. \text{ a) } y = (x-1)e^{3x+1}, \quad \text{б) } y = \frac{x+4}{(x+1)^2}. \quad 74. \text{ a) } y = (x-4)e^{-x}, \quad \text{б) } y = \frac{4x}{1+x^2}.$$

$$75. \text{ a) } y = (x+3)e^{-x}, \quad \text{б) } y = 1 + \frac{4x+1}{x^2}. \quad 76. \text{ a) } y = x^4 e^{-2x^2}, \quad \text{б) } y = -2 + \frac{2x+1}{(x+2)^2}.$$

$$77. \text{ a) } y = (x+1)e^{2x}, \quad \text{б) } y = \frac{x+1}{(x+1)^2 + 1}. \quad 78. \text{ a) } y = x e^{\frac{-x^2}{2}}, \quad \text{б) } y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}.$$

$$79. \text{ a) } y = (x-5)e^x, \quad \text{б) } y = \frac{3x-x^2}{x+2}. \quad 80. \text{ a) } y = x e^{x+3}, \quad \text{б) } y = \frac{1-x^2}{x^2+1}.$$

**81–90.** Найти неопределенные интегралы.

$$81. \text{ a) } \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^8}} dx, \quad \text{б) } \int x e^x dx, \quad \text{в) } \int \sin^5 x dx, \quad \text{г) } \int \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}} dx.$$

$$82. \text{ a) } \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot (3 \operatorname{tg} x + 1)} dx, \quad \text{б) } \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \text{в) } \int \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx, \quad \text{г) } \int \frac{x^2 + \sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx.$$

$$83. \text{ a) } \int \frac{\cos 3x}{4 + \sin 3x} dx, \quad \text{б) } \int x^2 e^{3x} dx, \quad \text{в) } \int \sin^2 x \cos^2 x dx, \quad \text{г) } \int \frac{x}{1 + \sqrt{x+2}} dx.$$

$$84. \text{ a) } \int \frac{\cos x}{\sqrt{4 + \sin^2 x}} dx, \quad \text{б) } \int x \sin x \cos x dx, \quad \text{в) } \int \sin^2 x \cos^3 x dx, \quad \text{г) } \int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}} dx.$$

$$85. \text{ a) } \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{3 + 2 \cos x}} dx, \quad \text{б) } \int x^2 \sin 4x dx, \quad \text{в) } \int \cos^5 x dx, \quad \text{г) } \int \frac{\sqrt{1-2x}}{3 + 2\sqrt{1-2x}} dx.$$

86. а)  $\int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx$ , б)  $\int x \ln^2 x dx$ , в)  $\int \sin^4 x dx$ , г)  $\int \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$ .

87. а)  $\int \frac{x + \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx$ , б)  $\int x \ln(x^2 + 1) dx$ , в)  $\int \cos^3 x dx$ , г)  $\int \frac{\sqrt{x + 5}}{1 + \sqrt[3]{x + 5}} dx$ .

88. а)  $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos^5 x}} dx$ , б)  $\int x \arcsin \frac{1}{x} dx$ , в)  $\int \cos^4 x dx$ , г)  $\int \frac{\sqrt[4]{x + 1}}{(\sqrt{x + 4}) \sqrt[4]{x^3}} dx$ .

89. а)  $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$ , б)  $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$ , в)  $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$ , г)  $\int \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x + 1}} dx$ .

90. а)  $\int \frac{x}{(4 + x^2)^5} dx$ , б)  $\int e^x \ln(1 + 3e^x) dx$ , в)  $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$ , г)  $\int x^3 \sqrt{4 - x^2} dx$ .

**91–100.** Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

91.  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$ . 92.  $\int_2^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ . 93.  $\int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$ . 94.  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x + 1)^3}}$ . 95.  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}$ .

96.  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ . 97.  $\int_2^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ . 98.  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4}$ . 99.  $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{x^2 + 1}$ . 100.  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ .

**101–110.** Найти общие решения дифференциальных уравнений.

101. а)  $x^2 y' + y^2 - 2xy = 0$ , б)  $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$ .

102. а)  $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$ , б)  $2yy'' = y^2 + (y')^2$ .

103. а)  $y' - xy^2 = 2xy$ , б)  $y'' - \frac{y'}{x - 1} = x(x - 1)$ .

104. а)  $xy' + y - 2xy = 0$ , б)  $xy'' - 2y' = x^3 \sin x$ .

105. а)  $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{y}$ , б)  $yy'' - (y')^2 = yy'$ .

106. а)  $y' \cos x = (y + 1) \sin x$ , б)  $y'' + \frac{y'}{x} = x$ .

107. а)  $y' + \frac{y}{x} = -\frac{x}{y^2}$ , б)  $y'' y + 1 = y'^2$ .

108. а)  $xy' + y - 4 = 0$ , б)  $xy'' - y' = x^2 e^x$ .

109. а)  $xy' - xy = e^x$ , б)  $x^2 y'' = (y')^2$ .

110. а)  $y' \sin x = (y - 2) \cos x$ , б)  $xy'' + 2y' = x^3$ .

**111–120.** Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения.

111.  $y'' - 4y' = 6x + 1 - 8e^{-4x}$ . 112.  $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5 - 9e^{2x}$ .

113.  $y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{2x}$ .

114.  $y'' + 5y' + 6y = 12x - 4e^{-2x}$ .

115.  $y'' - 2y' + 5y = xe^{2x}$ .

116.  $y'' + 4y = -x + e^{-2x}$ .

117.  $y'' - 6y' + 9y = x + 3 + e^{3x}$ .

118.  $y'' + 4y' - 12y = 2x + 8 - 3e^{2x}$ .

119.  $y'' + 6y' + 9y = 9x + 10e^{-3x}$ .

120.  $y'' - 2y' + y = 2e^x - x^2$ .

**121–130.** Исследовать сходимость числового ряда.

121.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4 - 5n^2}{(n-1)(n+2)}$ . 122.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n+5}\right)^n$ . 123.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(4n+3)}{3n^2-1}$ . 124.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n3^n}$ .

125.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$ . 126.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^4}{(n^2+2)^2}$ . 127.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2-1}$ . 128.  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{n+3}\right)$ .

129.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3-2}$ . 130.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-n+5}{n^2(n+4)}$ .

**131–140.** Найти область сходимости степенного ряда.

131.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n(n+1)}$ . 132.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^4}$ . 133.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(x+3)^n}{\sqrt{n}}$ . 134.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{3^n}$ .

135.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n+1} x^n$ . 136.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n^2}{n+1} x^n$ . 137.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n(n+2)}$ . 138.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{(n+1)^2}}{n} x^n$ .

139.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{3n-1}} x^n$ . 140.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^3} x^n$ .

**141–150.** Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, используя разложение подынтегральной функции в ряд Маклорена.

141.  $\int_0^1 \cos \sqrt{x} dx$ . 142.  $\int_0^{1/2} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$ . 143.  $\int_0^{1/2} x e^{-x} dx$ . 144.  $\int_0^{1/2} \cos x^2 dx$ .

145.  $\int_0^{1/2} \sqrt{1+x^2} dx$ . 146.  $\int_0^1 \sin x^2 dx$ . 147.  $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{3}} dx$ . 148.  $\int_0^{1/2} \frac{\sin x^2}{x^2} dx$ .

149.  $\int_0^{1/2} \sqrt{x} \sin x dx$ . 150.  $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx$ .

**151–160.** Найти точки экстремума функции  $z = f(x, y)$ .

151.  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ .

152.  $z = 2x^3 - xy^2 + 3x^2 + 2y^2$ .

153.  $z = x^2 + y^2 + 2y - 1$ .

154.  $z = x + y^2(6 - x - y)$ .

155.  $z = x^3 + 3y^2 - 12x + 6y - 7$ .

156.  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ .

157.  $z = x^2 + xy + y^2 + 2x - y$ .

158.  $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ .

159.  $z = x^2 + xy + y^2 + 2x - y$ .

160.  $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ .

**161–170.** Найти наименьшее  $m$  и наибольшее  $M$  значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , заданной системой неравенств. Сделать чертеж области  $D$ .

161.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ,

$D: x \geq 1, y \geq -1, x + y \leq 1$ .

162.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ ,

$D: x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1$ .

163.  $z = x^2 + 2xy + 2y^2$ ,

$D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ .

164.  $z = x^2 + xy$ ,

$D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3$ .

165.  $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$ ,

$D: x \leq 0, y \leq 0, x + y + 2 \geq 0$ .

166.  $z = x^2 + xy - 2$ ,

$D: 4x^2 - 4 \leq y \leq 0$ .

167.  $z = x^2 - 9xy + 2y^2 + 27$ ,

$D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$ .

168.  $z = x^2 + 2y^2 + 1$ ,

$D: x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1$ .

169.  $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$ ,

$D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ .

170.  $z = 10 - x^2 + 2xy$ ,

$D: 0 \leq y \leq 4 - x^2$ .

**171–180.** Даны функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\vec{a}$ . Найти: 1) наибольшую скорость возрастания функции в точке  $A$ ; 2) скорость изменения функции в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

171.  $z = \ln(x^2 + 3y^2)$ ,  $A(1, 1)$ ,  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ .

172.  $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$ ,  $A(1, 1)$ ,  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ .

173.  $z = 5x^2 + 6xy$ ,  $A(2, 1)$ ,  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$ .

174.  $z = 3x^2y^2 + 5xy^2$ ,  $A(1, 1)$ ,  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ .

175.  $z = 3x^4 + 2x^2y^3$ ,  $A(-1, 2)$ ,  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

176.  $z = \ln(3x^2 + 4y^2)$ ,  $A(1, 3)$ ,  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ .

177.  $z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right)$ ,  $A(1, 2)$ ,  $\vec{a} = 5\vec{i} - 12\vec{j}$ .

178.  $z = \arctg(xy^2)$ ,  $A(2, 3)$ ,  $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

179.  $z = x^2 + xy + y^2$ ,  $A(1, 1)$ ,  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ .

180.  $z = 2x^2 + 3xy + y^2$ ,  $A(2, 1)$ ,  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

**181–190.** Задана пластина неравенствами в декартовой системе координат,  $\gamma = \gamma(x, y)$  – плотность материала, из которого изготовлена пластина. Найти массу пластины.

181.  $x^2 + y^2 \leq 4, x + y \geq 2; \quad \gamma = xy$ . 182.  $x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 4; \quad \gamma = x^2y^2$ .

$$183. x^2 + y^2 \leq 2y; \quad \gamma = |x|. \quad 184. x^2 + y^2 \leq 2x, x^2 + y^2 \leq 4; \quad \gamma = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$185. x^2 + y^2 \leq 4x; \quad \gamma = x. \quad 186. x^2 + y^2 \leq 4, x \geq \sqrt{3}; \quad \gamma = y^2.$$

$$187. x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq x \leq y; \quad \gamma = y - x. \quad 188. x^2 + y^2 \leq 4y; \quad \gamma = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$189. x^2 + y^2 \leq 16; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}. \quad 190. x^2 + y^2 \leq 9; \quad \gamma = x^2 + 3y^2.$$

**191–200.** Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на координатную плоскость  $XOY$ .

$$191. z = 0, z = x, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}. \quad 192. z = 0, z = 9 - y^2, x^2 + y^2 = 9.$$

$$193. z = 0, z = 4 - x - y, x^2 + y^2 = 4. \quad 194. z = 0, z = y^2, x^2 + y^2 = 9.$$

$$195. z = 0, z = 1 - y^2, x = y^2, x = 2y^2 + 1. \quad 196. z = 0, z = 1 - x^2, y = 0, y = 3 - x.$$

$$197. z = 0, z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 4. \quad 198. z = 0, 4z = y^2, 2x - y = 0, x + y = 9.$$

$$199. z = 0, z + y = 2, x^2 + y^2 = 4. \quad 200. z = 0, z = 4\sqrt{y}, x = 0, x + y = 4.$$

**201–210.** Найти поток векторного поля  $\vec{a}$  через верхнюю сторону (в положительном направлении оси  $OZ$ ) части плоскости  $P$ , отсекаемой координатными плоскостями.

$$201. \vec{a} = (x + z)\vec{i}, \quad P: x + y + z - 2 = 0.$$

$$202. \vec{a} = (-x - y + 2z)\vec{j}, \quad P: 2x - y + 2z - 2 = 0.$$

$$203. \vec{a} = (x + y + z)\vec{k}, \quad P: 2x + y + z - 4 = 0.$$

$$204. \vec{a} = (-x + 2y - z)\vec{i}, \quad P: -x + 2y + 2z - 4 = 0.$$

$$205. \vec{a} = (3x + 2y + 3z)\vec{j}, \quad P: 2x - 3y + 2z - 6 = 0.$$

$$206. \vec{a} = (2x + 2y + 3z)\vec{k}, \quad P: 3x + 2y + 3z - 6 = 0.$$

$$207. \vec{a} = (x - y + z)\vec{i}, \quad P: -x + 2y + z - 6 = 0.$$

$$208. \vec{a} = (3x + 4y + 8z)\vec{j}, \quad P: x + y + 2z - 4 = 0.$$

$$209. \vec{a} = (5x + 2y + 6z)\vec{k}, \quad P: x + y + 3z - 3 = 0.$$

$$210. \vec{a} = (x - 3y - 6z)\vec{k}, \quad P: -x + y + 2z - 4 = 0.$$

**211–220.** Найти поток векторного поля  $\vec{a}$ : а) через внешнюю сторону замкнутой поверхности  $\sigma$ , образованной поверхностью  $S$  и плоскостью  $P$ ; б) через верхнюю сторону (в положительном направлении оси  $OZ$ ) части плоскости  $P$ , вырезаемой поверхностью  $S$ ; в) через внешнюю сторону части поверхности  $S$ , отсекаемой плоскостью  $P$ .

$$211. \vec{a} = y\vec{i} - x\vec{j} + \vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \quad (z \geq 0), \quad P: z = 4.$$

$$212. \vec{a} = xz\vec{i} + yz\vec{j} + (z^2 - 1)\vec{k}, \quad S: x^2 + y^2 = z^2 \quad (z \geq 0), \quad P: z = 4.$$

213.  $\vec{a} = y^2 x \vec{i} - yx^2 \vec{j} + \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 5$ .
214.  $\vec{a} = (x + y) \vec{i} + (y - x) \vec{j} + (z - 2) \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 2$ .
215.  $\vec{a} = x \vec{i} + y \vec{j} + (z - 2) \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 1$ .
216.  $\vec{a} = (x + z) \vec{i} + (y + z) \vec{j} + (z - x - y) \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 0$ .
217.  $\vec{a} = (x + z) \vec{i} + y \vec{j} + (z - x) \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 0$ .
218.  $\vec{a} = (x - y) \vec{i} + (x + y) \vec{j} + z \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 0$ .
219.  $\vec{a} = (x + y) \vec{i} + (-x + y) \vec{j} + z \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 0$ .
220.  $\vec{a} = x \vec{i} + (y + z) \vec{j} + (z - y) \vec{k}$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 9 (z \geq 0)$ ,  $P: z = 0$ .

**221–230.** Найти работу силы  $\vec{F}(M)$  при перемещении материальной точки  $M(x, y)$  вдоль линии  $L$  от точки  $A$  к точке  $B$ .

221.  $\vec{F}(M) = (x^2 - 2y) \vec{i} + (y^2 - 2x) \vec{j}$ ,  $L$ : отрезок  $AB$ ,  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 2)$ .
222.  $\vec{F}(M) = (x^2 + 2y) \vec{i} + (y^2 + 2x) \vec{j}$ ,  $L$ : отрезок  $AB$ ,  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 2)$ .
223.  $\vec{F}(M) = (x^2 + 2y) \vec{i} + (y^2 + 2x) \vec{j}$ ,  $L: y = 2 - \frac{1}{8}x^2$ ,  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 2)$ .
224.  $\vec{F}(M) = (x^2 - 2y) \vec{i} + (y^2 - 2x) \vec{j}$ ,  $L: x^2 + y^2 = 4 (y \geq 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(-2, 0)$ .
225.  $\vec{F}(M) = x^3 \vec{i} + y^3 \vec{j}$ ,  $L: x^2 + y^2 = 4 (x \geq 0, y \geq 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ .
226.  $\vec{F}(M) = (x + y) \vec{i} + (x - y) \vec{j}$ ,  $L: y = x^2$ ,  $A(-1, 1)$ ,  $B(1, 1)$ .
227.  $\vec{F}(M) = (2xy - y) \vec{i} + (x^2 + x) \vec{j}$ ,  $L: x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0)$ ,  $A(3, 0)$ ,  $B(-3, 0)$ .
228.  $\vec{F}(M) = y \vec{i} - x \vec{j}$ ,  $L: x^2 + y^2 = 1 (y \geq 0)$ ,  $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 0)$ .
229.  $\vec{F}(M) = 2xy \vec{i} + 2y \vec{j}$ ,  $L: x^2 + y^2 = 1 (x \geq 0, y \geq 0)$ ,  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ .
230.  $\vec{F}(M) = (xy - y^2) \vec{i} + x \vec{j}$ ,  $L: y = 2x^2$ ,  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 2)$ .

**231–240.** Проверить, является ли векторное поле  $\vec{F}(M)$  потенциальным и соленоидальным. В случае потенциальности поля  $\vec{F}(M)$  найти его потенциал.

231.  $\vec{F}(M) = (6x + 7yz) \vec{i} + (6y + 7xz) \vec{j} + (6z + 7xy) \vec{k}$ .
232.  $\vec{F}(M) = (8x - 5yz) \vec{i} + (8y - 5xz) \vec{j} + (8z - 5xy) \vec{k}$ .
233.  $\vec{F}(M) = (10x - 3yz) \vec{i} + (10y - 3xz) \vec{j} + (10z - 3xy) \vec{k}$ .
234.  $\vec{F}(M) = (12x + yz) \vec{i} + (12y + xz) \vec{j} + (12z + xy) \vec{k}$ .
235.  $\vec{F}(M) = (4x - 7yz) \vec{i} + (4y - 7xz) \vec{j} + (4z - 7xy) \vec{k}$ .
236.  $\vec{F}(M) = (x + 2yz) \vec{i} + (y + 2xz) \vec{j} + (z + 2xy) \vec{k}$ .
237.  $\vec{F}(M) = (5x + 4yz) \vec{i} + (5y + 4xz) \vec{j} + (5z + 4xy) \vec{k}$ .

$$238. \vec{F}(M) = (7x - 2yz)\vec{i} + (7y - 2xz)\vec{j} + (7z - 2xy)\vec{k}.$$

$$239. \vec{F}(M) = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}.$$

$$240. \vec{F}(M) = (9x + 5yz)\vec{i} + (9y + 5xz)\vec{j} + (9z + 5xy)\vec{k}.$$

### 241–250.

241. Три стрелка произвели по одному выстрелу по одной и той же мишени в одинаковых и независимых условиях. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8, третьим – 0,7. Найти вероятность того, что а) только один из стрелков попал в мишень; б) только два стрелка попали в мишень; в) все три стрелка попали в мишень.

242. В лотерею разыгрываются 10 билетов, из которых 5 выигрышных. Найти вероятность того, что среди 3 наудачу взятых билетов все оказались выигрышными.

243. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом. В первой урне – 5 белых, 11 черных и 8 красных шаров, во второй – соответственно 10, 8 и 6. Из каждой урны извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся одного цвета.

244. В коробке 5 изделий, из которых 3 бракованные. Наудачу извлекаются 2 изделия. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы одно бракованное изделие.

245. Студент знает ответы на 45 из 60 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент, взявший экзаменационный билет ответит: а) на все три вопроса; б) на два вопроса из трех; в) только на один вопрос экзаменационного билета.

246. Для производственной практики 20 студентам предоставлено 15 мест в Екатеринбурге и 5 – в Челябинске. Найти вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город.

247. Два стрелка произвели по одному выстрелу по одной и той же мишени в одинаковых и независимых условиях. Вероятность поражения мишени первым стрелком равна 0,7, вторым – 0,8. Найти вероятность того, что а) мишень поражена; б) мишень поражена только одним из стрелков; в) мишень поражена дважды.

248. Экспедиция отправила газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба почтовых отделения получают газеты вовремя; б) только одно почтовое отделение получит газеты вовремя; в) хотя бы одно почтовое отделение получит газеты вовремя.

249. На 12 человек выделили путевки в 4 дома отдыха: 3 путевки в первый дом отдыха, 3 – во второй, 2 – в третий и 4 – в четвертый. Найти вероятность того, что 3 определенных человека поедут в один дом отдыха.

250. Для аварийной сигнализации установлены три независимо работающих устройства. Вероятность того, что при аварии сработает первое устройство, равна 0,9, второе – 0,95, третье – 0,85. Найти вероятность того, что при аварии

сработает а) только одно устройство; б) только два устройства; в) все три устройства.

**251–260.** Вероятность наступления события  $A$  в каждом из независимых испытаний равна  $p$ . Найти вероятность того, что событие  $A$  наступит  $k$  раз в  $n$  испытаниях.

251. а)  $p = 0,8$ ,  $k = 3$ ,  $n = 5$ ; б)  $p = 0,01$ ,  $k = 10$ ,  $n = 200$ .

252. а)  $p = 0,6$ ,  $k = 2$ ,  $n = 6$ ; б)  $p = 0,5$ ,  $k = 10$ ,  $n = 300$ .

253. а)  $p = 0,7$ ,  $k = 2$ ,  $n = 3$ ; б)  $p = 0,7$ ,  $k = 20$ ,  $n = 100$ .

254. а)  $p = 0,9$ ,  $k = 1$ ,  $n = 3$ ; б)  $p = 0,02$ ,  $k = 5$ ,  $n = 200$ .

255. а)  $p = 0,6$ ,  $k = 3$ ,  $n = 4$ ; б)  $p = 0,01$ ,  $k = 4$ ,  $n = 300$ .

256. а)  $p = 0,7$ ,  $k = 3$ ,  $n = 7$ ; б)  $p = 0,2$ ,  $k = 20$ ,  $n = 400$ .

257. а)  $p = 0,7$ ,  $k = 4$ ,  $n = 5$ ; б)  $p = 0,3$ ,  $k = 50$ ,  $n = 500$ .

258. а)  $p = 0,6$ ,  $k = 2$ ,  $n = 3$ ; б)  $p = 0,005$ ,  $k = 9$ ,  $n = 400$ .

259. а)  $p = 0,8$ ,  $k = 2$ ,  $n = 5$ ; б)  $p = 0,005$ ,  $k = 3$ ,  $n = 200$ .

260. а)  $p = 0,8$ ,  $k = 2$ ,  $n = 6$ ; б)  $p = 0,65$ ,  $k = 30$ ,  $n = 100$ .

**261–270.** Известны математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$ . Найти плотность вероятности и функцию распределения этой случайной величины. Найти вероятность попадания ее на отрезок [     ].

261.  $a = 9$ ,  $\sigma = 5$ ,  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 14$ .

262.  $a = 4$ ,  $\sigma = 5$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 11$ .

263.  $a = 10$ ,  $\sigma = 4$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 13$ .

264.  $a = 5$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 12$ .

265.  $a = 2$ ,  $\sigma = 4$ ,  $\alpha = 6$ ,  $\beta = 10$ .

266.  $a = 6$ ,  $\sigma = 3$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 11$ .

267.  $a = 2$ ,  $\sigma = 5$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 9$ .

268.  $a = 7$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 10$ .

269.  $a = 3$ ,  $\sigma = 2$ ,  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 10$ .

270.  $a = 8$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 9$ .

**271–280.** Из генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону, взята выборка. Найти: а) выборочную среднюю  $\bar{x}_e$ ; б) выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_e$ ; в) с надежностью  $\gamma = 0,95$  доверительный интервал для оценки математического ожидания  $a$  генеральной совокупности при известной дисперсии  $\sigma^2$ .

271.

$x_i$	10,6	15,6	20,6	25,6	30,6	35,6	40,6
$n_i$	8	10	60	12	5	3	2

272.

$x_i$	100	110	120	130	140	150	160
$n_i$	4	6	10	40	20	12	8

273.

$x_i$	130	140	150	160	170	180	190
$n_i$	5	10	30	25	15	10	5

274.

$x_i$	26	32	38	44	50	56	62
$n_i$	5	15	40	25	8	4	3

275.

$x_i$	12,4	16,4	20,4	24,4	28,4	32,4	36,4
$n_i$	5	15	40	25	8	4	3

276.

$x_i$	110	115	120	125	130	135	140
$n_i$	5	10	30	25	15	10	5

277.

$x_i$	45	50	55	60	65	70	75
$n_i$	4	6	10	40	20	12	8

278.

$x_i$	105	110	115	120	125	130	135
$n_i$	4	6	10	40	20	12	8

279.

$x_i$	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5
$n_i$	5	15	40	25	8	4	3

280.

$x_i$	10,2	10,9	11,6	12,3	13,0	13,7	14,4
$n_i$	8	10	60	12	5	3	2

**281–290.** Из системы векторов выделить максимальную линейно независимую подсистему векторов, и остальные векторы выразить через них.

281.  $\vec{a}_1 = \{-4, 8, -2\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{-1, 2, 1\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{1, 0, 3\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{2, -3, 0\}$ .

282.  $\vec{a}_1 = \{3, 7, -1\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{6, 4, 3\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{3, 1, 2\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{6, 20, -5\}$ .

283.  $\vec{a}_1 = \{2, 1, 0\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{-3, 0, 4\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{1, 1, 1\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{-6, -3, 1\}$ .

284.  $\vec{a}_1 = \{0, 2, -1\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{1, 5, 0\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{3, -2, 1\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{8, -7, 1\}$ .

285.  $\vec{a}_1 = \{1, 2, 3\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{0, -1, 4\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{2, 0, 5\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{3, 8, 1\}$ .

286.  $\vec{a}_1 = \{2, -3, 4\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{-3, 1, -2\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{0, -7, 8\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{-4, -1, 0\}$ .

287.  $\vec{a}_1 = \{-3, 1, -2\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{-1, -2, 2\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{0, -7, 8\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{3, -1, 2\}$ .

288.  $\vec{a}_1 = \{2, 4, 0\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{0, -1, 3\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{3, -2, 1\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{4, -11, 11\}$ .

289.  $\vec{a}_1 = \{1, -4, 2\}$ ,  $\vec{a}_2 = \{0, 3, -1\}$ ,  $\vec{a}_3 = \{2, -1, 0\}$ ,  $\vec{a}_4 = \{0, -4, 3\}$ .

$$290. \vec{a}_1 = \{3, -2, 1\}, \quad \vec{a}_2 = \{0, -1, 3\}, \quad \vec{a}_3 = \{2, 4, 0\}, \quad \vec{a}_4 = \{-9, 4, 3\}.$$

**291–300.** Даны матрицы  $A, B$  и  $X^T = (x_1 \ x_2 \ x_3)$ . Решить систему  $AX = B$ :

а) методом Гаусса; б) по формулам Крамера.

$$291. A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$292. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$293. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$294. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$295. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$296. A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$297. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 31 \\ 20 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$298. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$299. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$300. A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 31 \\ -43 \\ -20 \end{pmatrix}$$

**301–310.** Найти собственные значения и собственные вектора линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей  $A$ .

$$301. A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$302. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$303. A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -4 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -12 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$304. A = \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & -5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$305. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$306. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$307. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$308. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$309. A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$310. A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н.Берман. М.: Наука, 2002. 443 с.
2. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н.Бронштейн, К.А.Семендяев. М.: Наука, 1980. 946 с.
3. Винокурова В.Б. Элементы теории вероятностей и математической статистики / В.Б.Винокурова, Л.М.Пироговская, В.В.Трещева. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 92 с.
4. Высшая математика: учеб. пособие / под редакцией Г.Н.Яковлева. М.: Высшая школа, 2004. 584 с.
5. Высшая математика для экономистов: учебник / под ред. Н.Ш.Крамера. М.: ЮНИТИ, 2003. 470 с.
6. Грахов В.Б. Основы исследования операций: учеб. пособие / В.Б.Грахов. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2004. 231 с.
7. Грахов В.Б. Линейное программирование: учеб. пособие / В.Б.Грахов. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 120 с.
8. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. М.: Высшая школа, 1997. Ч. 1, 2. 304 с.
9. Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики / Б.П.Демидович. М.: Изд-во «Астрель», 2003. 654 с.
10. Кравченко Н.М., Дифференциальные уравнения и ряды / Н.М.Кравченко Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 39 с.
11. Краснов М.Л. Вся высшая математика / М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко. М.: Эдиториал УРСС, 2001. Ч. 1. 352 с.
12. Линейная алгебра и основы математического анализа: сб. задач по математике для втузов / под ред. А.В.Ефимова и Б.П.Демидовича. М.: Наука, 1996. 464 с.
13. Минькова Р.М. Векторная алгебра и аналитическая геометрия / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 41 с.
14. Минькова Р.М. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 57 с.
15. Минькова Р.М. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 70 с.
16. Минькова Р.М. Интегральное исчисление функции одной переменной / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 39 с.
17. Минькова Р.М. Кратные интегралы и теория поля / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005.
18. Минькова Р.М. Функции комплексной переменной. Операционное исчисление / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 26 с.
19. Минькова Р.М. Элементы линейной алгебры / Р.М.Минькова. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 46 с.

20. Натансон И.П. Краткий курс высшей математики / И.П.Натансон. СПб.: Изд-во «Лань», 2003. 736 с.
21. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т.Письменный. М.: Айрис-пресс, 2003. Ч. 1, 2. 288 с.