Контрольная работа № 9:
Интегральное исчисление функции многих переменной

Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Первая цифра номера задачи соответствует номеру контрольной работы, а последняя – номеру варианта.

Вариант	**Номер задачи**					
1	9.1	9.11	9.21	9.31	9.41	9.51
2	9.2	9.12	9.22	9.32	9.42	9.52
3	9.3	9.13	9.23	9.33	9.43	9.53
4	9.4	9.14	9.24	9.34	9.44	9.54
5	9.5	9.15	9.25	9.35	9.45	9.55
6	9.6	9.16	9.26	9.36	9.46	9.56
7	9.7	9.17	9.27	9.37	9.47	9.57
8	9.8	9.18	9.28	9.38	9.48	9.58
9	9.9	9.19	9.29	9.39	9.49	9.59
10	9.10	9.20	9.30	9.40	9.50	9.60

Условия заданий контрольных работ

9.1 – 9.10. Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, ограниченной данными линиями, заданными уравнениями в декартовых координатах. Сделать чертеж данной фигуры.

9.1. $y^2-8y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,\ y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

9.2. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,\ y=0,\ y=x/\sqrt{3}.$

9.3. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-4x+y^2=0,\ y=0,\ y=x.$

9.4. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-4y+x^2=0,\ y=\sqrt{3}x,\ x=0.$

9.5. $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,\ y=\sqrt{3}x,\ x=0.$

9.6. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,\ y=\sqrt{3}x,\ y=x.$

9.7. $y^2-10y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,\ y=x,\ x=0.$

9.8. $y^2-2y+x^2=0,\ y^2-10y+x^2=0,\ y=x/\sqrt{3},\ y=\sqrt{3}x.$

9.9. $x^2-2x+y^2=0,\ x^2-6x+y^2=0,\ y=0,\ y=x.$

9.10. $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,\ y=\sqrt{3}x,\ y=0.$

9.11 – 9.20. Вычислить при помощи тройного интеграла в цилиндрических координатах объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж.

9.11. $z=\sqrt{9-x^2-y^2},\ \frac{9}{2}z=x^2+y^2.$

9.12. $z=\sqrt{4-x^2-y^2},\ z=\sqrt{\left(x^2+y^2\right)/255}.$

9.13. $z=\sqrt{64-x^2-y^2},\ z=1,\ x^2+y^2=60$ (внутри цилиндра).

9.14. $z=3\sqrt{x^2+y^2},\ z=10-x^2-y^2.$

9.15. $z=\sqrt{25-x^2-y^2},\ z=\sqrt{\left(x^2+y^2\right)/99}.$

9.16. $z = 21\sqrt{x^2 + y^2}\Big/2,\ z = 23/2 - x^2 - y^2.$

9.17. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ 3z/2 = x^2 + y^2.$

9.18. $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2},\ z = 4,\ x^2 + y^2 = 39$ (внутри цилиндра).

9.19. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{\left(x^2 + y^2\right)\Big/35}.$

9.20. $z = 12\sqrt{x^2 + y^2},\ z = 28 - x^2 - y^2.$

9.21 – 9.30. Вычислить криволинейный интеграл I-го рода.

9.21. $\int\limits_L \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $L-$ отрезок прямой $x - 2y = 4$, заключенный между точками $A(0;-2)$, $B(4;0)$.

9.22. $\int\limits_L \frac{ds}{x - y}$, $L-$ отрезок прямой $y = \frac{1}{2}x - 2$, заключенный между точками $A(0;-2)$, $B(4;0)$.

9.23. $\int\limits_L \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$, $L-$ отрезок прямой, соединяющей точки $A(0;0)$, $B(1;2)$.

9.24. $\int\limits_L \frac{ds}{x^2 + y^2 + z^2}$, L – первый виток винтовой линии $x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$.

9.25. $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2}\,ds$, L – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

9.26. $\int\limits_L \left(2z - \sqrt{x^2 + y^2}\right)ds$, L – первый виток конической винтовой линии $x = t\cos t$, $y = t\sin t$, $z = t$.

9.27. $\int\limits_L (x + z)\,ds$, L – дуга кривой $x = t$, $y = 3t^2\big/\sqrt{2}$, $z = t^2, (0 \le t \le 1)$.

9.28. $\int\limits_L y^2 ds$, L – первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

9.29. $\int\limits_L xyds$, где L – четверть эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, лежащая в первом квадранте.

9.30. $\int\limits_L xyds$, где L – контур квадрата $|x| + |y| = a$ $(a > 0)$.

9.31 – 9.40. Даны векторное поле $\vec{F} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ и плоскость P: $Ax + By + Cz + D = 0$, которая совместно с координатными плоскостями образует пирамиду V. Пусть σ – основание пирамиды, принадлежащее плоскости P; $\vec{n}$ – нормаль к σ, направленная вне пирамиды V. Требуется вычислить

1) поток векторного поля $\vec{F}$ через поверхность σ в направлении $\vec{n}$;
2) поток векторного поля $\vec{F}$ через полную поверхность пирамиды V в направлении внешней нормали к её поверхности, непосредственно и применив теорему Гаусса-Остроградского.
3) Сделать чертеж.

9.31. $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $P: x/2 + y + z = 1$.

9.32. $\vec{F} = 2x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $P: x + y/2 + z/3 = 1$.

9.33. $\vec{F} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + z\vec{k}$, $P: x/3 + y + z/2 = 1$.

9.34. $\vec{F} = 2x\vec{i} + 5y\vec{j} + 5z\vec{k}$, $P: x/2 + y/3 + z = 1$.

9.35. $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $P: 2x + y/2 + z = 1$.

9.36. $\vec{F} = 2x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}$, $P: 2x + y/2 + z = 1$.

9.37. $\vec{F} = x\vec{i} + 3y\vec{j} + 8z\vec{k}$, $P: x + 2y + z/2 = 1$.

9.38. $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $P: 2x + 3y + z = 1$

9.39. $\vec{F} = y\vec{j} + 3z\vec{k}$, $P: x/2 + y + z = 1$.

9.40. $\vec{F}=3x\vec{i}+2z\vec{k},\ \ P: x+y/2+z/3=1.$

9.41 – 9.50. Даны векторное поле $\vec{F}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ и контур L. Вычислить циркуляцию вектора $\vec{F}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ по контуру L непосредственно и пользуясь формулой Стокса.

9.41. $\vec{F}=z\vec{i}-y\vec{k},\ L:\left\{x^2+y^2=4,\ \ 2z+x=5\right\}.$

9.42. $\vec{F}=x\vec{i}+y\vec{j}+xz\vec{k},\ L:\left\{x^2+y^2=1,\ \ z=4\right\}.$

9.43. $\vec{F}=x\vec{i}+y\vec{j}+xz\vec{k},\ L:\left\{x+y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0\right\}.$

9.44. $\vec{F}=x\vec{i}+z\vec{j}+y^2\vec{k},\ L:\left\{y^2=4-x-z,\ z=0,\ x=0,\ y=0\right\}.$

9.45. $\vec{F}=x\vec{i}-z^2\vec{j}+y^2\vec{k},\ L:\left\{x^2=4-y-z,\ z=0,\ x=0,\ y=0\right\}.$

9.46. $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}+z\vec{k},\ L:\left\{x^2+y^2+z^2=4,\ x^2+y^2=z^2, z>0\right\}.$

9.47. $\vec{F}=xy\vec{i}+yz\vec{j}+xz\vec{k},\ L:\left\{x^2+y^2=1,\ x+y+z=1\right\}.$

9.48. $\vec{F}=y^2\vec{i}-x^2\vec{j}+z^2\vec{k},\ L:\left\{x^2+z^2=1-y,\ x=0,\ y=0,\ z=0\right\}.$

9.49. $\vec{F}=z\vec{i}-x\vec{j}+y\vec{k},\ L:\left\{z=x^2+y^2-10,\ z=-1\right\}.$

9.50. $\vec{F}=x\vec{i}+\left(x+2\right)\vec{j}+z\vec{k},\ L:\left\{z^2=4-x-y,\ x=0,\ y=0,\ z=0\right\}.$

9.51. – 9.60. Дано векторное поле $\vec{F}$. Проверить, будет ли потенциальным и соленоидальным поле $\vec{F}$. В случае потенциальности поля найти его потенциал $u\left(x,y,z\right)$.

9.51. $\vec{F}=\left(-2x-yz\right)\vec{i}+\left(-2y-xz\right)\vec{j}+\left(-2z-xy\right)\vec{k}$

9.52. $\vec{F}=\left(2x-yz\right)\vec{i}+\left(2y-xz\right)\vec{j}+\left(2z-xy\right)\vec{k}$

9.53. $\vec{F}=\left(2x+y\right)\vec{i}+\left(2y+xz\right)\vec{j}+\left(2z+xy\right)\vec{k}$

9.54. $\vec{F}=\left(y-z\right)\vec{i}+\left(2x+y\right)\vec{j}+\left(x+y+z\right)\vec{k}$

9.55. $\vec{F}=\left(2x-4yz\right)\vec{i}+\left(2y-4xz\right)\vec{j}+\left(2z-4xy\right)\vec{k}$

9.56. $\vec{F} = (2x - 3yz)\vec{i} + (2y - 3xz)\vec{j} + (2z - 3xy)\vec{k}$

9.57. $\vec{F} = (-3x + yz)\vec{i} + (-3y + xz)\vec{j} + (-3z + xy)\vec{k}$

9.58. $\vec{F} = (-x + yz)\vec{i} + (-y + xz)\vec{j} + (-z + xy)\vec{k}$

9.59. $\vec{F} = (4x + yz)\vec{i} + (4y + xz)\vec{j} + (4z + xy)\vec{k}$

9.60. $\vec{F} = (2x + 5yz)\vec{i} + (2y + 5xz)\vec{j} + (2z + 5xy)\vec{k}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1985.

2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1984.

3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.

4. Щипачев В. С. Основы высшей математики. М.: Высш. шк., 1989.

5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 2. М.: Высшая школа, 1986.