

## Занятие 1

1. Даны векторы  $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+6\vec{k}$  и  $\vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}$ . Найти  $\vec{a}+2\vec{b}$ ,  $0.5\vec{a}-\vec{b}$ ,  $(2\vec{a}+3\vec{b})/2$ .
2. Найти вектор  $\vec{b}$ , параллельный вектору  $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ , противоположно ему направленный и имеющий модуль, равный 15.
3. Проверить, коллинеарны ли векторы  $\vec{a} \{2,-1,3\}$ ,  $\vec{b} \{-6, 3, -9\}$ . Установить, какой из них длиннее и во сколько раз.
4. Вектор  $\vec{a} \{3,-9,x\}$ ,  $|\vec{a}|=12$ . Найти  $x$ .
5. Даны точки  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, -4, 6)$ . Построить вектор  $\overline{AB}$ , найти его координаты, длину и направление.
6. На плоскости  $oxy$  построить векторы  $\vec{a}=2\vec{i}$ ,  $\vec{b}=3\vec{i}+3\vec{j}$ ,  $\vec{c}=2\vec{i}+6\vec{j}$ . Разложить геометрически и аналитически вектор  $\vec{c}$  по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
7. Найти орт вектора  $\vec{a} \{6, -2, -3\}$ .
8. Вектор  $\vec{a}$  составляет с координатными осями  $ox$  и  $oy$  соответственно углы  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ . Найти его координаты, если  $|\vec{a}|=2$ .
9. Определить, при каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$  и  $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны.
10. Проверить, что точки  $A(3,-1,2)$ ,  $B(1,2,-1)$ ,  $C(-1,1-3)$ ,  $D(3,-5,3)$  служат вершинами трапеции.
11. На плоскости даны два вектора  $\vec{a} \{2,-3\}$ ,  $\vec{b} \{1, 2\}$ . Разложить вектор  $\vec{c} \{9, 4\}$  по базису  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  геометрически и аналитически.
12. Два вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$  и  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  приложены к одной точке. Определить координаты вектора  $\vec{c}$ , направленного по биссектрисе угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , при условии, что  $|\vec{c}| = 3\sqrt{42}$ .
13. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $2\pi/3$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ , вычислить  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a}^2$ ,  $(\vec{a}+\vec{b})^2$ ,  $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})$ .
14. Даны векторы  $\vec{a} \{2, -2, -3\}$ ,  $\vec{b} \{4, -3, 1\}$ . Вычислить  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a}^2$ ,  $(2\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-3\vec{b})$ .
15. Вычислить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ,  $PP_a \vec{b}$ , если  $\vec{a} \{2, -2, 1\}$ ,  $\vec{b} \{4, 0, -3\}$
16. Даны векторы  $\vec{a}=3\vec{i}-6\vec{j}-\vec{k}$ ,  $\vec{b}=\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$ ,  $\vec{c}=3\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}$  э. Найти  $PP_c(\vec{a}+2\vec{b})$ .
17. Доказать, что диагонали ромба перпендикулярны.
18. Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$ , где  $|\vec{m}|=|\vec{n}|=1$ , угол между векторами равен  $60^\circ$ .
19. Векторы  $\vec{a} \{4, -2, -4\}$ ,  $\vec{b} \{6, -3, 2\}$ . Найти  $(\vec{a}-\vec{b})^2$ .
20. Векторы  $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}+x\vec{k}$ ,  $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}+x\vec{k}$ . Найти  $x$ , если  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  перпендикулярны.
21. Зная  $|\vec{a}|=|\vec{b}|=5$  и угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $2\pi/3$ , найти число  $m$ , при котором векторы  $m\vec{a}+17\vec{b}$  и  $3\vec{a}-\vec{b}$  перпендикулярны.
22. Векторы  $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ ,  $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{k}$ ,  $\vec{c}=2\vec{i}+\vec{j}$ . Найти  $PP_{a-2b+c} \vec{a}$ .
23. Известно, что  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4$ , угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $120^\circ$ . Найти  $|\vec{a}-3\vec{b}|$ .

## Занятие 2

24. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $\pi/6$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ , вычислить  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ,  $|(2\vec{a}+\vec{b}) \times (3\vec{a}-\vec{b})|$ ,  $|(2\vec{a}+\vec{b}) \times (\vec{a}+2\vec{b})|^2$ .
25. Даны векторы  $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ ,  $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ . Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $(2\vec{a}+\vec{b}) \times \vec{b}$ ,  $(2\vec{a}-\vec{b}) \times (2\vec{a}+\vec{b})$ .

26. Вектор  $\vec{d}$  перпендикулярен векторам  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ . Найти его координаты, зная что  $|\vec{d}| = 2\sqrt{77}$ .

27. Вычислить двумя способами синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ .

28. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{m} - 3\vec{n}$  и  $\vec{b} = -\vec{m} + 2\vec{n}$ , где  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  — единичные вектора, образующие угол  $\pi/4$ .

29. Доказать, что четырехугольник с вершинами A (-1, 2, -2), B(2, -5, -10), C(-1, 6, 0), D(2, 3, -6) плоский. \_

30. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ .

Найти  $PP_{axb} \vec{a}$ .

31. Даны точки A(1, 2, 0), B(3, 0, -3), C(5, 2, 6). Найти площадь треугольника ABC двумя способами.

32. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{k}$ . Найти  $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b}|$ .

33. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого есть A(2, -1, 1), B(4, 1, -2), C(3, 2, -1), D(4, 1, 3).

### Ответы:

1.  $-\vec{i} + 6\vec{k}$ ;  $3,5\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ;  $-1/2\vec{j} + 6\vec{k}$ , 2.  $-5\vec{i} + 10\vec{j} - 10\vec{k}$ , 3. Коллинеарны, в три раза, 4.  $\sqrt{54}$ , 5. {2, -6, 3}; 7; (2/7; -6/7; 3/7), 6.  $\vec{c} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$ , 7. {6/7; -2/7; -3/7}, 8. {1; -1;  $\pm\sqrt{2}$ }, 9.  $\alpha = -4$ ;  $\beta = -1$ , 10. Проверить коллинеарность векторов, 11.  $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$ ,

12. { $-3/\sqrt{13}$ ;  $69/\sqrt{13}$ ;  $12/\sqrt{13}$ }, 13. -6; 9; 13; -61, 14. 11; 17; -99, 15.  $\cos \vec{a} \vec{b} = 1/3$ ; 5/3, 16.  $15/\sqrt{29}$ , 17. Найти скалярное произведение диагоналей ромба, 18.  $\sqrt{19}$ , 19. 41, 20.  $\pm 1$ , 21. 85/7, 22.  $-1/\sqrt{13}$ , 23.  $\sqrt{208}$ , 24. 1; 10; 9, 25. {5, 1, 7}; {10, 2, 14}; {20, 4, 28}, 26.  $\pm\{-8, -12, 10\}$ , 27. 0,95, 28.  $3\sqrt{2}/2$ , 30. 0, 31. 14, 32. 0, 33. 10/3.

1. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку  $M_0(4; -3)$  и параллельна:

а) вектору  $\vec{s} = (-2; 1)$ ; б) прямой  $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2}$ ; в) оси Oy.

2. Составить уравнение прямой с угловым коэффициентом, которая проходит через точку  $M_0(1; -2)$  и:

а) имеет угол наклона к оси Ox  $45^\circ$ ; б) параллельна прямой  $y = 3x - 2$ ;

в) параллельна прямой  $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2}$ .

3. Составить общее уравнение прямой, которая проходит через точку  $M_0(0; -2)$  и: а) перпендикулярна вектору  $\vec{N} = (2; -1)$ ; б) параллельна оси Oy; в) перпендикулярна прямой

$\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2}$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(1; -2)$  и  $M_2(3; -1)$ , и привести его к виду:

а) каноническому; б) параметрическому; в) общему; г) с угловым коэффициентом; д) в отрезках.

5. Дан треугольник ABC: A(-3; 7), B(8; 9), C(3; -1). Найти:

а) длину стороны AC; б) уравнение стороны AC; в) уравнение высоты BH;

- г) длину высоты  $BH$ ; д) координаты точки  $H$ ; е) уравнение медианы  $BM$ ;  
 ж) внутренний угол  $A$ .
6. Даны уравнения двух сторон параллелограмма  $2x + 3y - 17 = 0$  и  $2x - y - 13 = 0$  и координаты одной его вершины  $A(2; -1)$ . Составить уравнения двух других сторон и найти координаты точки пересечения диагоналей.
7. Найти точку  $Q$ , симметричную точке  $P(-6; 4)$  относительно прямой, проходящей через точки  $A(-7; -5)$  и  $B(3; 3)$ .
8. Даны вершины треугольника  $A(-1; -1)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(7; 1)$ . Составить уравнение биссектрисы внутреннего угла при вершине  $A$ .
9. Точка  $A(-4; 5)$  является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой  $7x - y + 8 = 0$ . Составить уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
10. Составить уравнения сторон треугольника, если даны одна из его вершин  $B(-4; -5)$  и уравнения двух высот  $5x + 3y - 4 = 0$  и  $3x + 8y + 13 = 0$ .

### Задачи для домашнего задания

11. Дано каноническое уравнение прямой  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2}$ . Найти:
- направляющий вектор прямой;
  - координаты точки пересечения прямой с осью  $Ox$ ;
  - длину отрезка, отсекаемого прямой на оси  $Oy$ ;
  - угол между осью  $Ox$  и данной прямой.
12. Дано уравнение прямой с угловым коэффициентом  $y = -2x + 6$ . Найти:
- угловой коэффициент прямой;
  - длину отрезка, отсекаемого прямой на оси  $Oy$ ;
  - координаты точки пересечения прямой с осью  $Ox$ ;
  - угол между осью  $Ox$  и данной прямой.
13. Дано общее уравнение прямой  $2x - 5y + 10 = 0$ . Найти:
- нормальный вектор прямой;
  - координаты точки пересечения прямой с осью  $Ox$ ;
  - длину отрезка, отсекаемого прямой на оси  $Oy$ ;
  - координату  $x_0$  точки  $A(x_0; 4)$ , принадлежащую данной прямой.
14. Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $M_1(-1; 3)$  и  $M_2(3; -5)$ , и привести его к виду:
- каноническому;
  - параметрическому;
  - общему;
  - с угловым коэффициентом;
  - в отрезках.
15. Дан треугольник  $ABC$ :  $A(9; 10)$ ,  $B(7; -4)$ ,  $C(-2; 8)$ . Найти:
- длину стороны  $BC$ ;
  - уравнение стороны  $BC$ ;
  - уравнение высоты  $AH$ ;
  - длину высоты  $AH$ ;
  - координату точки  $H$ ;
  - уравнение медианы  $CM$ ;
  - внутренний угол  $B$ .
16. Даны уравнение стороны прямоугольника  $x + 2y - 7 = 0$  и координаты двух его вершин  $A(3; 7)$  и  $B(11; 3)$ . Составить уравнения трех других сторон и найти координаты точки пересечения диагоналей.
17. Найти проекцию точки  $P(6; 4)$  на прямую, проходящую через точки  $A(-5; 1)$  и  $B(16; -11)$ .
18. Даны вершины треугольника  $A(3; 2)$ ,  $B(-4; -2)$ ,  $C(-1; -4)$ . Составить уравнение биссектрисы внутреннего угла при вершине  $C$ .

19. Даны две противоположные вершины квадрата  $A(-1; 3)$  и  $C(6; 2)$ . Составить уравнения его сторон.

20. Даны две вершины  $A(2; 0)$  и  $B(4; 8)$  треугольника  $ABC$  и точка  $H(1; 3)$  пересечения его высот. Составить уравнения сторон этого треугольника.

### Ответы

1. а)  $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+3}{1}$ ; б)  $\frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{-2}$ ; в)  $\frac{x-4}{0} = \frac{y+3}{1}$ .

2. а)  $y = x - 3$ ; б)  $y = 3x - 5$ ; в)  $y = \frac{-2}{3}x - \frac{4}{3}$ .

3. а)  $2x - y - 2 = 0$ ; б)  $x = 0$ ; в)  $3x - 2y - 4 = 0$ .

4. а)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1}$ ; б)  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$ ; в)  $x - 2y - 5 = 0$ ;

г)  $y = 0,5x - 2,5$ ; д)  $\frac{x}{5} + \frac{y}{-2,5} = 1$ .

5. а) 10; б)  $4x + 3y - 9 = 0$ ; в)  $3x - 4y + 12 = 0$ ; г) 10; д)  $(0; 3)$ ;

е)  $3x - 4y + 12 = 0$ ; ж)  $\angle A = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} = \text{arctg} 2$ .

6.  $2x + 3y - 1 = 0$ ,  $2x - y - 5 = 0$ ,  $(4,5; 0)$ .

7.  $(2; -6)$ .

8.  $x - y = 0$ .

9.  $4x + 3y + 1 = 0$ ,  $3x - 4y + 32 = 0$ ,  $4x + 3y - 24 = 0$ ,  $3x - 4y + 7 = 0$ ,  
 $x + 7y - 31 = 0$ .

10.  $3x - 5y - 13 = 0$ ,  $8x - 3y + 17 = 0$ ,  $5x + 2y - 1 = 0$ .

11. а)  $\vec{s} = (1; 2)$ ; б)  $(-2; 0)$ ; в) 4; г)  $\text{arctg} 2$ .

12. а) -2; б) 6; в)  $(3; 0)$ ; г)  $180^\circ - \text{arctg} 2$ .

13. а)  $\vec{N} = (2; -5)$ ; б)  $(-5; 0)$ ; в) 2; г) 5.

14. а)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2}$ ; б)  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ ; в)  $2x + y - 1 = 0$ ; г)  $y = -2x + 1$ ; д)  $\frac{x}{0,5} + \frac{y}{1} = 1$ .

15. а) 15; б)  $4x + 3y - 16 = 0$ ; в)  $3x - 4y + 13 = 0$ ; г) 10; д)  $(1; 4)$ ;

е)  $x + 2y - 14 = 0$ ; ж)  $\angle B = 45^\circ$ .

16.  $2x - y + 1 = 0$ ,  $x + 2y - 17 = 0$ ,  $2x - y - 19 = 0$ ,  $(6; 3)$ .

17.  $(2; -3)$ .

18.  $5x + y + 9 = 0$ .

19.  $3x - 4y + 15 = 0$ ,  $4x + 3y - 30 = 0$ ,  $3x - 4y - 10 = 0$ ,  $4x + 3y - 5 = 0$ .

20.  $4x - y - 8 = 0$ ,  $x - 3y + 20 = 0$ ,  $3x + 5y - 6 = 0$ .

### Занятие 4

1. Найти расстояние между параллельными плоскостями  $2x - 3y + 6z + 28 = 0$  и

$$2x-3y+6z-14=0.$$

2. Даны точки A (3; -2; -1), B (0; 0; 2), C (-3; 1; 0), D (-4; -2; 2,5). Укажите, какие из них принадлежат плоскости  $2x-3y+4z-8=0$ .
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(3; 4; 5)$  и перпендикулярной вектору  $(-1; -3; 2)$ .
4. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(2; -3; -1)$  и перпендикулярной вектору  $M_1M_2$ , где  $M_1(3; 4; 1)$  и  $M_2(1; -2; -3)$ .
5. Даны точки A(3; -2; 4) и B(1;4;2). Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору AB.
6. Составьте уравнение плоскости, перпендикулярной оси Oz и проходящей через точку  $M_0(-2; -3; -1)$ .
7. Составьте уравнение плоскости: 1) параллельной плоскости xOy и проходящей через точку  $M_0(2; -2; 3)$ ; 2) параллельной плоскости xOz и проходящей через точку  $M_0(-3; -2; -4)$ .
8. Составьте уравнение плоскости: 1) проходящей через ось Oz и точку  $M(1; 1; 1)$ ;  
2) проходящей через ось Oy и точку  $M(-2; -3; -4)$ .
9. Составьте уравнение плоскости: 1) параллельной оси Oz и проходящей через точки  $M_1(1; -2; -1)$  и  $M_2(3; 2; -4)$ ; 2) параллельной оси Ox и проходящей через точки  $M_1(-4; 2; 5)$  и  $M_2(-5; -1; 3)$ .
10. Составьте уравнение плоскости: 1) проходящей через точку  $M_0(-4; -3; 1)$  и параллельной векторам  $(5; 2; -3)$  и  $(1; 4; -2)$ ; 2) проходящей через точку  $M(-1; -2; 3)$  и параллельной плоскости  $2x-3y+z-1=0$ .
11. Составьте уравнение плоскости: 1) проходящей через точки A (1; -4; -3) и B (4; -2; -1) перпендикулярно плоскости  $x-y-3z+7=0$ ; 2) проходящей через точки M (2; -1; -3) и N (-3; 4; 1) перпендикулярно плоскости  $x-y-3z+2=0$ .
12. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; -1; 2)$  перпендикулярно плоскостям  $x+2y-2z+4=0$  и  $x-2y+z-4=0$ .
13. Найдите угол между плоскостями  $x-y+z+1=0$  и  $2x+3y-z-3=0$ .
14. Найдите расстояние: 1) от точки A (1; -2; 1) до плоскости  $10x-2y+11z-10=0$ ;  
2) от точки A (2; 3; -2) до плоскости  $6x-7y-6z-124=0$ .
15. Найдите расстояние между параллельными плоскостями  $x-y+2z-4=0$  и  $x-y+2z+10=0$ .

Ответы: 1) 6, 2) A,B,D 3)  $x+3y-2z-5=0$ , 4)  $x+3y+2z+9=0$ , 5)  $x-3y+z-13=0$ , 6)  $z+1=0$ , 7)  $1. z-3=0$ ;  $2. y+2=0$ , 8) 1.  $x-y=0$ ; 2.  $2x-z=0$ , 9) 1.  $3x+2z-1=0$ ; 2.  $2y-3z+11=0$ , 10) 1.  $8x+7y+18z+35=0$ ; 2.  $2x-3y+z-7=0$ , 11) 1.  $4x-11y+5z-33=0$ ; 2.  $x+y-1=0$ , 12)  $2x+3y+4z-3=0$ , 13)  $72$ , 14) 1. 1; 2. 11, 15)  $14/\sqrt{6}$ .

## Занятие 5

1. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через начало координат и точку A (2; -3; -2).
2. Составить уравнения прямой, проходящей через точки A(1;-2;-1) и B(3;0;4).
3. Вычислить углы, образуемые прямой  $(x-2)/3 = (y+3)/2 = (z-1)/6$  с координатными осями.
4. Вычислить острый угол между двумя прямыми  $(x-3)/2 = (y-1)/(z+4)/2$  и  $(x+1)/12 = (y+3)/3 = (z-2)/4$ .
5. Составьте уравнения прямой: 1) проходящей через точку  $M_0(3; 0; -2)$  и параллельной вектору  $q = (2; 1; 1)$ ; 2) проходящей через точку  $M_0(1; 0; -2)$  и параллельной вектору  $q = (2; 1; 0)$ .
6. Составьте уравнения прямой, параллельной оси Oz и проходящей через точку A(3;-2;-1).
7. Как расположена прямая относительно координатных осей, если она имеет направляющий

вектор: а) (0; 0; 1); б) (0; 1; 0); в) (1; 0; 0)?

8. Составьте уравнения прямой, проходящей через точку  $A(2; -3; -1)$  и параллельной прямой  $(x-4)/4=(y+1)/3=(z+3)/2$ .

9. Составьте параметрическое уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку  $M(1; 4; -3)$ .

10. Составьте уравнения прямой, проходящей через точки  $A(-2; -1; -3)$  и  $B(0; 2; 1)$ .

11. Вычислите углы, образуемые прямой  $(x-1)/4 = (y-4)/3 = (z+2)/12$  с координатными осями.

12. Докажите, что прямые  $(x-1)/(-2) = (y+2)/3 = z/(-4)$  и  $(x+2)/5 = (y-1)/6 = (z-5)/2$  взаимно перпендикулярны.

13. Вычислите острый угол между двумя прямыми  $(x-1)/3 = (y+4)/(-2) = (z-2)/4$  и  $(x+3)/2 = (y-1)/3 = (z+1)/(-2)$

14. Составьте канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(-2; 2; -3)$  параллельно вектору  $q = (2; -4; 5)$ .

15. Составьте канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $M(1; 2; 3)$ , если направляющий вектор  $q$  прямой образует с координатными осями  $Ox, Oy, Oz$  углы  $2\pi/3, \pi/3, \pi/4$ .

16. Вычислите угол между прямыми  $(x-3)/(y+2)/(-1) = z/\sqrt{2}$  и  $(x+2)/(y-3)/(z+5)/\sqrt{2}$ .

17. Составьте уравнения плоскости, проходящей через ось  $Oz$  и точку  $A(1; -2; 1)$ .

18. Составьте уравнение плоскости, если точка  $M(2; -1; 2)$  служит основанием перпендикуляра, опущенного на эту плоскость из начала координат.

19. Найдите проекцию точки  $M(5; 2; -1)$  на плоскость  $2x-y+3z+23=0$ .

20. Вычислите угол между прямой  $(x-1)/4 = y/12 = (z-1)/(-3)$  и плоскостью  $6x - 3y - 2z = 0$ .

21. Найдите точку пересечения прямой  $(x-12)/4=(y-9)/3 = (z-1)$  и плоскости  $3x+5y-z-2=0$ .

Ответы: 1)  $x=2+2t, y=-3-3t, z=-2-2t$ , 2)  $(x-1)/2=(y+2)/2=(z+1)/5$ ,

3)  $\cos\alpha = \pm 3/7, \cos\beta = \pm 2/7, \cos\gamma = \pm 6/7$ ,

4)  $\cos\varphi = 0.897$ , 5) 1.  $x-2y-3=0$  &  $y-z-2=0$ ; 2.  $x-2y-1=0$  &  $z+2=0$ ; 6).  $x-3=0$  &  $y+2=0$ ,

7) 1. Параллельна оси  $Oz$ ; 2. Параллельна оси  $Oy$ ; 3. Параллельна оси  $Ox$ .

8)  $(x-2)/4=(y+3)/3=(z+1)/2$ , 9)  $x=1+t; y=4+4t; z=-3-3t$ ,

10)  $(x+2)/2=(y+1)/3=(z+3)/4$ , 11)  $\cos\alpha = \pm 4/13, \cos\beta = \pm 3/13, \cos\gamma = \pm 12/13$ ,

13) 68,9,

14)  $(x+2)/2=(y-2)/(-4)=(z+3)/5; x=-2+2t, y=2-4t, z=-3+5t$ , 15)  $(x-1)/(-1)=y-2=(z-3)/\sqrt{2}; x=-t+1, y=t+2, z=\sqrt{2}t+3$ , 16)  $\pi/3$ , 17)  $2x+y=0$ , 18)  $2x-y+2z-9=0$ , 19)  $(1; 4; -7)$ , 20)  $\arcsin(6/91)$ , 21)  $(0; 0; -2)$ .