

## Пространственные стержни с ломанной осью

### Работа 13

На рисунке (рис.13) изображена в аксонометрии ось ломанного стержня круглого поперечного сечения, расположенная в горизонтальной плоскости и имеющая прямые углы в точках *A* и *B*. На стержень действует вертикальная нагрузка.

Требуется:

- 1) построить отдельно (в аксонометрии эпюры изгибающих и крутящих моментов);
- 2) установить опасное сечение и найти для него расчетный момент по IV теории прочности;
- 3) найти диаметр стержня из условия прочности, если  $[\sigma] = 120$  МПа.

Данные взять из таблицы 13.

**Таблица 13**

Схема рисунка по последней цифре матрикула	Исходные данные по предпоследней цифре матрикула	$\alpha$	$l, m$	$P, кН/м$
I	1	1,1	1,0	2,0
II	2	1,2	0,9	1,8
III	3	1,3	0,8	1,6
IV	4	1,4	0,7	1,4
V	5	1,5	0,6	1,2
VI	6	0,6	1,0	1,8
VII	7	0,7	0,9	1,6
VIII	8	0,8	0,8	1,4
IX	9	0,9	0,7	1,2
X	0	1,0	0,6	1,0

<p><b>I</b></p>	<p><b>II</b></p>
<p><b>III</b></p>	<p><b>IV</b></p>
<p><b>V</b></p>	<p><b>VI</b></p>
<p><b>VII</b></p>	<p><b>VIII</b></p>

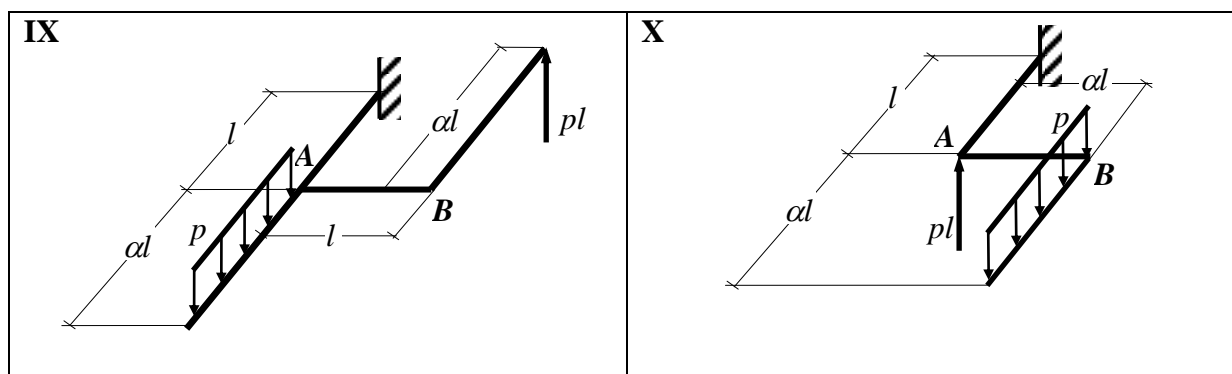
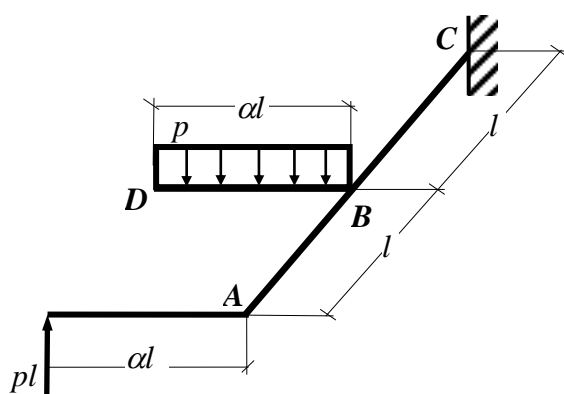


Рис.13

**Пример решения:**



$p=4$  кН/м  
 $l=0,5$  м  
 $\alpha = 1,0$   
 $[\sigma] = 120$  МПа

**1. Построение эпюр изгибающих и крутящих моментов**

В точке  $A$  изгибающий момент

$$M_a = p \cdot \alpha l = 4 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Изгибающий момент в точке  $B$  на участке  $BD$  действия распределенной нагрузки

$$M_B = \frac{p \cdot (\alpha l)^2}{2} = \frac{4 \cdot (1 \cdot 0,5)^2}{2} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Для облегчения построения эпюр на участке  $AC$  можно использовать приведение сил к данному центру.

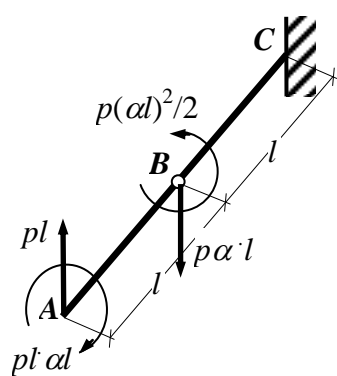
Тогда в точке  $A$  будет действовать вертикальная сила  $pl$  изгибающая стержень  $AC$  и момент  $pl \alpha l$ , вызывающий кручение стержня  $AC$ . А в точке  $B$  – вертикальная сила  $p \alpha l$  и момент  $p(\alpha l)^2$  вызывающий кручение стержня  $BC$  можно представить  $AC$  после приведения сил в точки  $A$  и  $B$  следующим образом:

для участка  $AB$

$$M_B = pl \cdot l = 4 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_C = pl \cdot 2l - pl \cdot l \cdot l = 4 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,5 - 4 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Крутящий момент на участке  $AB$

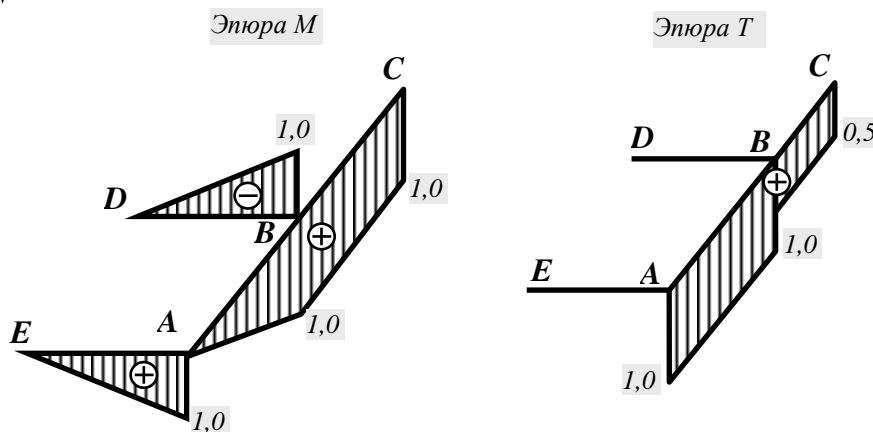


$$T_A = pl \cdot \alpha l = 4 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 0,5 = 1,0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

на участке BC

$$T_B = T_A - \frac{p(\alpha l)^2}{2} = 1 - \frac{4(1 \cdot 0,5)^2}{2} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Окончательно эпюры  $M$  и  $T$  в аксонометрии выглядят



Знак на эпюре  $T$  не имеет принципиального значения.

**2. Опасное сечение будет на участке AB в точке B.**

Расчетный момент по IV теории прочности

$$M_p^{IV} = \sqrt{M^2 + 0,75T^2} = \sqrt{1^2 + 0,75 \cdot 1^2} = 1,32 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

**3. Диаметр из условия прочности**

$$\frac{M_p^{IV}}{W_z} \leq [\sigma] \quad W_z \geq \frac{M_p^{IV}}{[\sigma]} \geq \frac{1,32 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 11 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Учитывая, что момент сопротивления  $W_z = 0,1d^3$  имеем

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{11 \cdot 10^{-6}}{0,1}} \geq 4,8 \cdot 10^{-2} \geq 48 \text{ мм} \quad \text{округляя } d = 50 \text{ мм}$$

При расчете по III теории прочности расчетный момент

$$M_p^{III} = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$W_z \geq \frac{1,41 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} \geq 11,78 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{11,78 \cdot 10^{-6}}{0,1}} \geq 4,82 \cdot 10^{-2} \text{ м} \geq 48,2 \text{ мм}$$

Результат почти не отличается от результата по IV теории прочности.

Расчеты по обеим теориям дают достаточно близкие друг к другу результаты.