

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Электротехнический факультет  
Кафедра электротехники и электроники

Г. Г. ГАВРИЛОВ

# **ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Учебно-методическое пособие

Киров

2013

УДК 621.3.06(07)

Г124

Допущено к изданию методическим советом электротехнического факультета ФГБОУ ВПО «ВятГУ» в качестве учебно-методического пособия для студентов направления 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника» всех профилей подготовки, всех форм обучения

Рецензент

кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных средств  
ФГБОУ ВПО «ВятГУ» Е. И. Домрачев

**Гаврилов, Г. Г.**

Г124 Линейные электрические цепи постоянного тока: учебно-методическое пособие / Г. Г. Гаврилов. – Киров: ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2013. – 80 с.

УДК 621.3.06(07)

В учебно-методическом пособии излагаются методика составления уравнения по законам Кирхгофа, методу контурных токов, методу узловых потенциалов, методу наложения, методу активного двухполюсника и эквивалентного генератора. Приведены примеры расчетов всеми упомянутыми методами.

Редактор А. В. Куликова

© ФГБОУ ВПО «ВятГУ», 2013

## Содержание

Введение .....	4
1. Определения, термины, обозначения .....	5
2. Источник ЭДС и источник тока .....	8
3. Напряжение на участке цепи .....	12
4. Закон Ома .....	14
5. Содержание задания к расчетно-графической работе «Линейные цепи постоянного тока» .....	15
6. Законы Кирхгофа .....	16
7. Метод контурных токов .....	22
8. Метод узловых потенциалов .....	26
9. Баланс мощностей .....	29
10. Метод активного двухполюсника и эквивалентного генератора .....	31
11. Потенциальная диаграмма .....	37
12. Пример выполнения расчетно-графической работы «Линейные цепи постоянного тока» .....	38
13. Метод суперпозиции .....	53
14. Методические указания по расчету и оформлению расчетно-графической работы .....	60
Библиографический список .....	61

## Введение

В данном методическом пособии рассмотрены следующие методы расчета линейных цепей постоянного тока: метод контурных токов, метод узловых потенциалов, метод активного двухполюсника и эквивалентного генератора, метод суперпозиции. Рассмотрены также уравнения Кирхгофа и баланс мощностей.

Достаточная точность и хорошая сходимостъ результатов при расчетах разными методами получаются при использовании студентами микрокалькуляторов. Расчеты при этом следует выполнять с точностью не менее трех знаков после запятой.

Оформлять работу следует на стандартной бумаге для пишущих машинок размером  $297 \times 210$  мм (допускается формат  $288 \times 203$  мм). Рукописный текст должен располагаться на странице таким образом, чтобы сверху, снизу и слева были поля по 25 мм, а справа – 10 мм. Текст наносится только на одну сторону листа.

На обложке листа необходимо указать: фамилию и инициалы студента, курс, группу, отделение дневное или заочное, название расчетно-графической работы, кафедру, университет. В конце работы обязательно ставится личная подпись и дата выполнения.

Допускается также оформление расчетно-графической работы на обычной ученической тетради.

Все графики должны быть выполнены на миллиметровке, а все схемы – в соответствии с требованиями ЕСКД.

Методическое пособие предназначено для студентов дневного и заочного отделений, в учебной программе которых предусмотрено изучение курса «Теоретические основы электротехники».

Цель настоящего методического пособия – помочь студентам правильно выполнить и оформить расчетно-графическую работу.

## 1. Определения, термины, обозначения

Электромагнитное устройство с происходящими в нем и в окружающем его пространстве физическими процессами в теории электрических цепей заменяют некоторым расчетным эквивалентом – электрической цепью.

**Электрической цепью** называют совокупность соединенных друг с другом источников электрической энергии и нагрузок, по которым может протекать электрический ток. Электромагнитные процессы в электрической цепи можно описать с помощью понятий «ток», «напряжение», «ЭДС», «сопротивление», «проводимость», «индуктивность», «емкость».

**Постоянным током** называют ток, неизменный во времени. Постоянный ток представляет собой направленное упорядоченное движение частиц, несущих электрические заряды.

Как известно из курса физики, носителями зарядов в металлах являются свободные электроны, а в жидкостях – ионы. Упорядоченное движение носителей зарядов в проводниках вызывается электрическим полем, созданным в них источниками электрической энергии. Источники электрической энергии представляют собой такие источники, которые преобразуют химическую, механическую и другие виды энергии в электрическую. Источник электрической энергии характеризуется величиной и направлением электродвижущей силы (ЭДС) и величиной внутреннего сопротивления.

Условимся обозначать постоянный ток буквой  $I$ , ЭДС источника – буквой  $E$  и сопротивление – буквой  $R$ . В международной системе единиц (в системе СИ) ток измеряется в амперах (А), ЭДС – в вольтах (В) и сопротивление – в Омах (Ом).

**Электрической схемой** принято называть изображение электрической цепи на рисунке с помощью условных знаков (рис. 1 а).

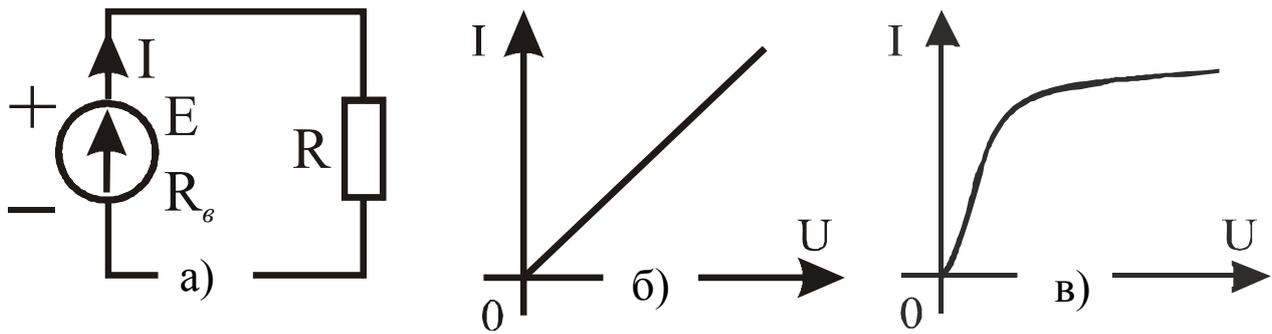


Рис. 1

Условным знаком сопротивления  $R$  на электрической схеме является вытянутый прямоугольник (рис. 2 а) размером  $4 \times 10$  мм. Условным знаком источника ЭДС является кружок (рис. 2 б) диаметром 10 мм с изображенной внутри него стрелкой. Условным знаком источника тока является кружок диаметром 10 мм с изображенными внутри двумя стрелками (рис. 2 в).

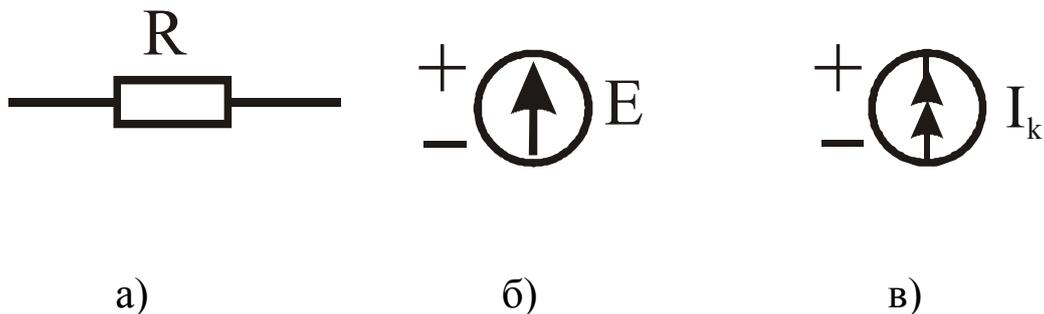


Рис. 2

Стрелка указывает положительное направление ЭДС или тока.

Размеры даны в соответствии с требованиями единой системы конструкторской документации (ЕСКД).

За положительное направление ЭДС источника энергии принимается направление возрастания потенциала внутри этого источника.

Приемник энергии и провода, соединяющие приемник с источником энергии, называют «внешней» частью электрической цепи, или короче **внешней цепью**. Во внешней цепи ток течет от плюса источника энергии к минусу, а внутри источника – от минуса к плюсу.

Зависимость тока, протекающего по сопротивлению, от напряжения на этом сопротивлении принято называть **вольтамперной характеристикой** (ВАХ). ВАХ изображают графически. В этом случае по оси абсцисс на графике в некотором масштабе обычно откладывается напряжение, а по оси ординат – ток.

Обмотки генераторов, трансформаторов, контакторов, реле, магнитных пускателей обладают сопротивлением. Но есть отдельный элемент электрической цепи, обладающий сопротивлением, который принято называть **резистором**.

Сопротивления, ВАХ которых являются прямыми линиями, называют **линейными сопротивлениями** (рис. 1 б), а электрические цепи с входящими в них только линейными сопротивлениями принято называть **линейными электрическими цепями**.

Сопротивления, ВАХ которых не являются прямыми линиями (рис. 1 в), называют **нелинейными электрическими цепями**.

Электрические цепи подразделяются на **неразветвленные** и **разветвленные**. Схема рис. 1 а представляет собой простейшую неразветвленную цепь, в которой во всех ее элементах течет один и тот же ток. Простейшая разветвленная ветвь показана на рис. 3. В ней имеются три ветви ( $B=3$ ) и два узла ( $Y=2$ ). В каждой ветви течет свой ток.

**Ветвь** можно определить как участок цепи, образованный несколькими последовательно включенными элементами и заключенный между двумя узлами.

**Узел** – это точка электрической цепи, в которой сходится не менее трех ветвей.

Так в схеме рис. 3 узлы обозначены буквами **а** и **б**. Если в месте пересечения двух линий на электрической схеме поставлена «жирная» точка, то в этой точке есть электрическое соединение двух линий, в противном случае линии пересекаются, без электрического соединения. В данной схеме узлы **а** и **б** являются местом электрического соединения трех ветвей.

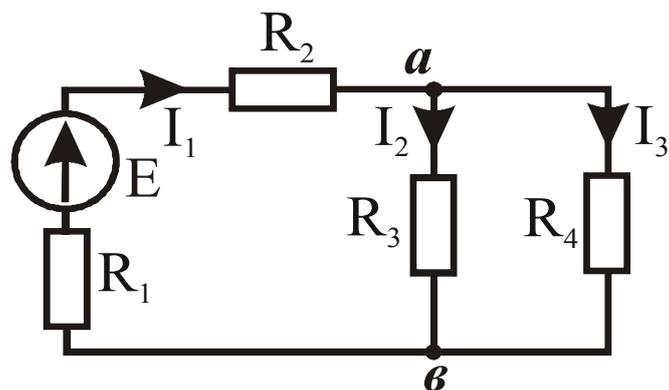


Рис. 3

Любой замкнутый путь в схеме образует электрический **контур**. Так в схеме рис. 3 можно выделить три контура: левый, включающий в себя резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и источник ЭДС  $E$ ; правый, включающий резисторы  $R_3$  и  $R_4$ ; внешний, включающий резисторы  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_4$  и источник ЭДС  $E$ .

## 2. Источник ЭДС и источник тока

При расчете и анализе электрических цепей источник электрической энергии заменяют расчетным эквивалентом. В качестве последнего может быть взят либо источник ЭДС, либо источник тока.

Под **источником** ЭДС условимся понимать такой идеализированный источник питания, ЭДС которого постоянна, не зависит от величины протекающего через него тока и равна ЭДС реального источника энергии. Очевидно, это может быть только в том случае, если внутреннее сопротивление  $R_{в}$  этого идеализированного источника равно нулю. ВАХ такого источника изображена на рис. 4 а (сплошная линия).

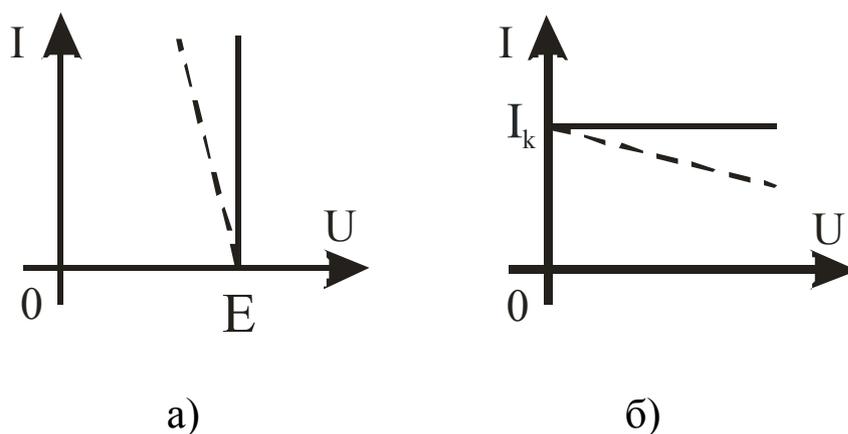


Рис. 4

Под **источником тока** понимают такой идеализированный источник питания, который дает ток  $I_k$ , не зависящий от величины нагрузки цепи и равный частному от деления ЭДС реального источника на его внутреннее сопротивление  $R_B$  ( $I_k=E/R_B$ ).

Для того, чтобы источник тока мог давать ток  $I_k$ , не зависящий от величины сопротивления нагрузки, внутреннее сопротивление его должно стремиться к бесконечности. Но и ЭДС  $E$  также должна стремиться к бесконечности, так как отношение двух бесконечных величин  $E$  и  $R_B$  равно конечной величине – току  $I_k$ . ВАХ такого источника показана на рис. 4 б (сплошная линия).

Физически осуществить эти идеализированные источники невозможно, поскольку внутреннее сопротивление реальных источников не может быть равно нулю и при конечном токе не может быть равно бесконечности.

Однако, если внутреннее сопротивление  $R_B$  реального источника питания на несколько порядков меньше сопротивления нагрузки, то источник питания будет работать в режиме, близком к режиму, характерному для источника ЭДС.

Так крупные генераторы, вырабатывающие электрическую энергию на различных электростанциях (ГЭС, ТЭЦ, атомных) практически являются источниками ЭДС, поскольку их внутреннее сопротивление  $R_B$  очень мало. В схему надо обязательно включить внутреннее сопротивление  $R_B$  (рис. 5).

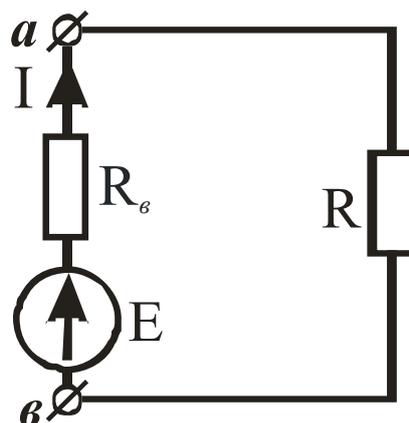


Рис. 5

Напряжение  $U_{ав}$  на выходных зажимах источника ЭДС будет меньше ЭДС  $E$  на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении  $R_в$  источника ( $U_{ав}=E-I R_в$ ). С увеличением тока  $I$  напряжение на выходных зажимах источника будет уменьшаться, и ВАХ реального источника ЭДС будет выглядеть как наклонная линия (штриховая линия на рис. 4 а).

Аналогично, если внутреннее сопротивление  $R_в$  реального источника питания во всех возможных режимах работы схемы будет на несколько порядков больше сопротивления нагрузки, то источник питания будет работать в режиме, довольно близком к режиму, характерному для источника тока.

Так полупроводниковые генераторы имеют большое внутреннее сопротивление  $R_в$ , особенно если в их составе есть хотя бы один каскад на однопереходных транзисторах, особенностью которых является внутреннее сопротивление 3–5 Мом. Поэтому полупроводниковые генераторы такого типа практически являются источниками тока. Источник тока изображают с параллельно включенным с ним сопротивлением  $R_в$  (рис. 6), равным внутреннему сопротивлению реального источника энергии.

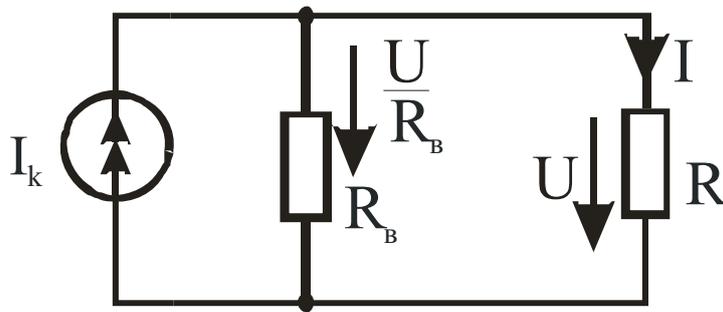


Рис. 6

Пусть, например,  $I_k = 100 \text{ мкА}$ ,  $R_B = 3 \text{ МОм}$ , а сопротивление нагрузки  $R$  меняется в пределах от  $3000 \text{ Ом}$  до  $30000 \text{ Ом}$ . Тогда ЭДС источника будет

$$E_{ИТ} = I_k \cdot R_B = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^6 = 300 \text{ В}, \quad (1)$$

а ток  $I$  будет равен

$$I = \frac{E_{ИТ}}{R_B + R} = \frac{300}{3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^3} = 99,9 \text{ мкА} \quad (2)$$

при  $R = 3000 \text{ Ом}$  и

$$I = \frac{E_{ИТ}}{R_B + R} = \frac{300}{3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^4} = 99 \text{ мкА} \quad (3)$$

при  $R = 30000 \text{ Ом}$ .

Таким образом, при изменении сопротивления нагрузки  $R$  от  $3000 \text{ Ом}$  до  $30000 \text{ Ом}$  ток  $I$  практически не изменился.

Если же сопротивление нагрузки будет меньше  $R_B$  на порядок и составит  $300000 \text{ Ом}$ , то ток  $I$  будет

$$I = \frac{E_{ИТ}}{R_B + R} = \frac{300}{3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5} = 90,9 \text{ мкА}. \quad (4)$$

Ток в этом случае уменьшится на 9 %.

Таким образом, рассматриваемый источник будет практически работать в режиме источника тока, если сопротивление нагрузки  $R_B$  не менее чем на

два порядка меньше внутреннего сопротивления источника  $R_{\text{в}}$ . При больших значениях сопротивления нагрузки ВАХ источника получается падающей (штриховая линия на рис. 4 б).

### 3. Напряжение на участке цепи

Под напряжением на некотором участке электрической цепи понимают разность потенциалов между крайними точками этого участка.

На рис. 7 изображен участок цепи, на котором есть сопротивление  $R$ , и нет ЭДС. Крайние точки этого участка обозначены буквами **a** и **в**. Пусть ток  $I$  течет от точки **a** к точке **в**.

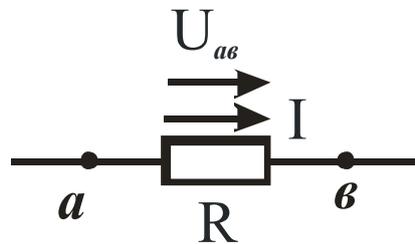


Рис. 7

На участке цепи без ЭДС ток течет от более высокого потенциала к более низкому. Следовательно, потенциал точки **a** ( $\varphi_a$ ) выше потенциала точки **в** ( $\varphi_{\text{в}}$ ) на величину, равную произведению тока  $I$  на сопротивление  $R$ :

$$\varphi_a = \varphi_{\text{в}} + I \cdot R. \quad (5)$$

В соответствии с определением напряжения между точками **a** и **в**

$$U_{ab} = \varphi_a - \varphi_{\text{в}}. \quad (6)$$

$$\text{Следовательно, } U_{ab} = I \cdot R. \quad (7)$$

Другими словами, напряжение на сопротивлении равно произведению тока, протекающего по сопротивлению, на величину этого сопротивления.

В электротехнике разность потенциалов на концах сопротивления принято называть либо «напряжением на сопротивлении», либо «падением

напряжения». Положительное направление падения напряжения совпадает с положительным направлением тока, протекающего по данному сопротивлению. Положительное направление напряжения указывают на схемах стрелкой, Стрелка должна быть направлена от первой буквы индекса ко второй. Так, положительное направление напряжения  $U_{ав}$  изобразится стрелкой, направленной от **a** к **в**.

Рассмотрим теперь вопрос о напряжении на участке цепи, содержащем не только сопротивление, но и ЭДС.

На рис. 8 а и в показаны участки некоторых цепей, по которым протекает ток  $I$ . Найдем разность потенциалов (напряжение) между точками **a** и **c** для этих участков.

По определению

$$U_{ac} = \varphi_a - \varphi_c. \quad (8)$$

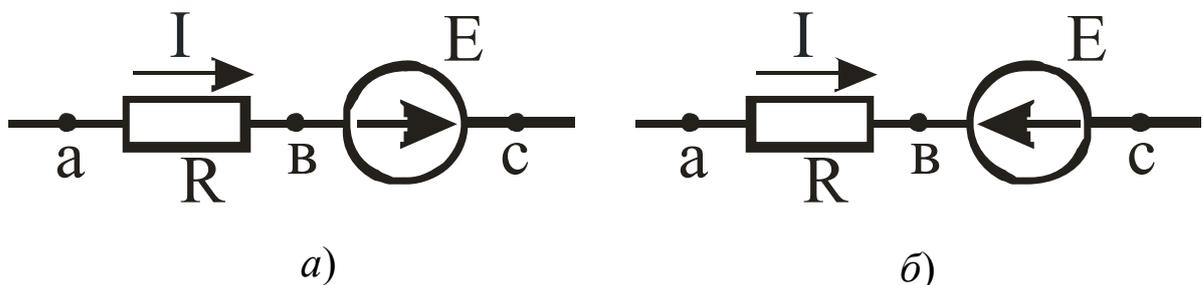


Рис. 8

Выразим потенциал точки **a** через потенциал точки **c**. При переходе от точки **c** к точке **в** (рис. 8 а) идем встречно ЭДС  $E$ , поэтому потенциал точки **в** оказывается ниже потенциала точки **c** на величину ЭДС  $E$ , т. е.

$$\varphi_b = \varphi_c - E. \quad (9)$$

Для рис. 8 б при перемещении от точки **c** к точке **в** идем согласно ЭДС  $E$  и поэтому потенциал точки **в** оказывается выше потенциала точки **c** на величину ЭДС  $E$ , т. е.

$$\varphi_b = \varphi_c + E. \quad (10)$$

Ранее говорилось, что на участке цепи без ЭДС ток течет от более высокого потенциала к более низкому. Поэтому в обеих схемах рис. 8 потенциал точки *a* выше потенциала точки *b* на величину падения напряжения на сопротивлении *R*:

$$\varphi_a = \varphi_b + I \cdot R. \quad (11)$$

Таким образом, для рис. 8, *a* имеем

$$\begin{aligned} \varphi_a &= \varphi_c - E + I \cdot R, \text{ или} \\ U_{ac} &= \varphi_a - \varphi_c = -E + I \cdot R, \end{aligned} \quad (12)$$

и для рис. 8 *б* имеем

$$\begin{aligned} \varphi_a &= \varphi_c + E + I \cdot R, \text{ или} \\ U_{ac} &= \varphi_a - \varphi_c = E + I \cdot R. \end{aligned} \quad (13)$$

Из самого определения напряжения следует также, что  $U_{ca} = \varphi_c - \varphi_a$ , поэтому  $U_{ca} = -U_{ac}$ . Другими словами, изменение чередования индексов равносильно изменению знака этого напряжения. Из изложенного ясно, что напряжение может быть и положительной, и отрицательной величиной.

#### 4. Закон Ома

Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС, устанавливает связь между током и напряжением на некотором участке цепи. Так, применительно к участку цепи, изображенному на рис. 7, запишем

$$\begin{aligned} U_{ab} &= I \cdot R, \text{ или} \\ I &= \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}. \end{aligned} \quad (14)$$

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, позволяет найти ток этого участка по известной разности потенциалов  $U_{ac}$  на концах этого участка и имеющейся на этом участке ЭДС. Так, из уравнения (12) для схемы рис. 8 *a* имеем

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_c + E}{R} = \frac{U_{ac} + E}{R}. \quad (15)$$

Аналогично из уравнения (13) для схемы рис. 8 б следует, что

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_c - E}{R} = \frac{U_{ac} - E}{R}. \quad (16)$$

В общем случае

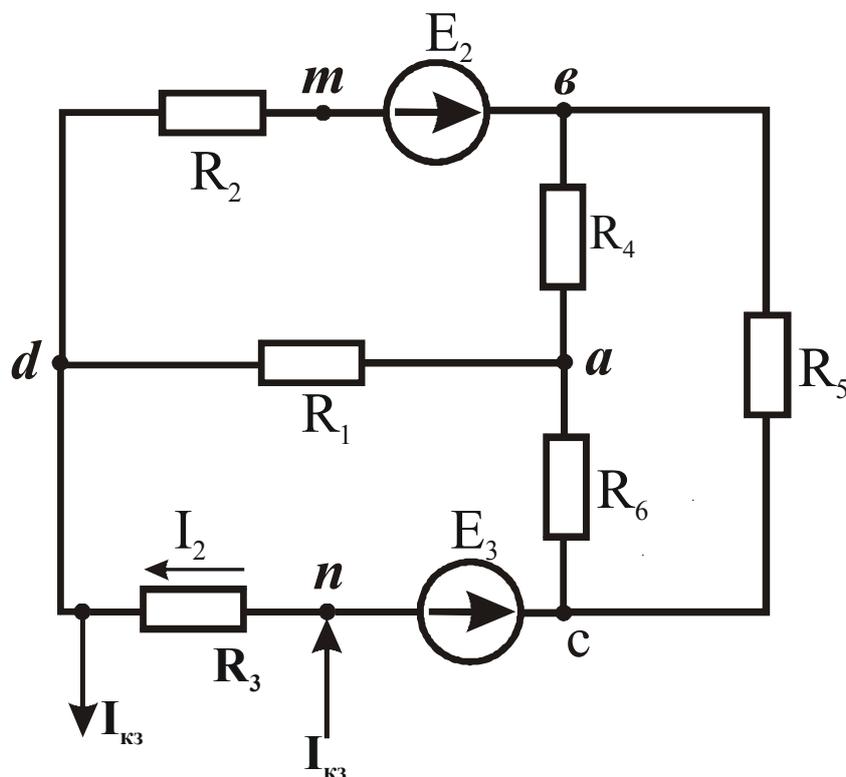
$$I = \frac{U_{ac} \pm E}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_c \pm E}{R}. \quad (17)$$

Уравнение (17) называют еще обобщенным законом Ома.

## 5. Содержание задания к расчетно-графической работе

### «Линейные цепи постоянного тока»

На рис. 9 показан один из возможных вариантов схем, по которому выполняется данная расчетно-графическая работа.



$$R_1 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 15 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 7 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 11 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 35 \text{ Ом};$$

$$R_6 = 10 \text{ Ом};$$

$$E_2 = 36 \text{ В};$$

$$E_3 = 9 \text{ В};$$

$$I_{кз} = 0,5 \text{ А};$$

$$\varphi_c = 0 \text{ В}.$$

Рис. 9

Для электрической схемы, изображенной на рис. 9, выполнить следующее:

1. Составить на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы.
2. Определить токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.
3. Определить токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.
4. Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, свести в таблицу и сравнить их между собой.
5. Составить уравнение баланса мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив отдельно суммарную мощность источников и суммарную мощность приемников (нагрузок).
6. Определить ток  $I_3$  в заданной схеме с источником тока, используя теорему об активном двухполюснике и эквивалентном генераторе.
7. Начертить потенциальную диаграмму для замкнутого контура, включающего обе ЭДС.

## 6. Законы Кирхгофа

Прежде чем составлять систему уравнений на основании законов Кирхгофа, необходимо для заданной схемы выполнить следующее:

1. Подсчитать число ветвей ( $B$ ) и число узлов ( $U$ ) схемы.
2. Выбрать произвольно направления токов в ветвях и обозначить токи на схеме.
3. Выбрать на схеме независимые контуры и задаться произвольно направлением обхода в них.

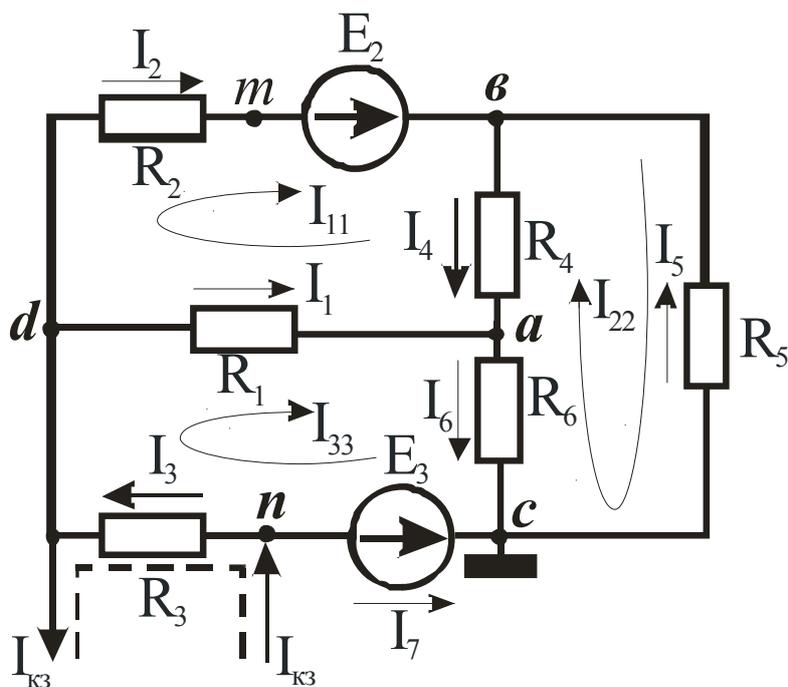


Рис. 10

В данной схеме число ветвей равно семи ( $B=7$ ). Это ветви *ав*, *ад*, *ас*, *вд*, *вс*, *сн*, *нд*. В это число не входит ветвь с источником тока, так как по определению источник тока обладает бесконечно большим сопротивлением. Эта ветвь на схеме условно изображена разомкнутой. Показано лишь направление тока от источника тока.

Число узлов в схеме пять ( $Y=5$ ). Это: узлы *а*, *в*, *с*, *д*, *п*.

Выберем произвольно направление токов в заданной схеме, например так, как изображено на рис. 10. на данном этапе следует также уточнить, по каким ветвям схемы проходит ток от источника тока. Принципиально нет никакой разницы, как мы зададим направление тока  $I_{кз}$  от источника тока: пойдём ли по контуру *ncad*, т. е. войдём в узел *п*, далее по ветвям *пс*, *са*, *ад* и выйдем из узла *д* или пойдём по контуру *псавмд*, или же войдём в узел *п* и выйдем из узла *д*, пройдя только по резистору  $R_3$ . Все это отразится лишь на уравнениях Кирхгофа. Токи в ветвях от этого не изменятся. С точки зрения удобства расчета и некоторой экономии времени выгоднее всего задать последний путь току  $I_{кз}$  от источника тока, т. е. ток  $I_{кз}$  входит в узел

$n$ , проходит по резистору  $R_3$  и выходит из узла  $d$ . Обозначим этот путь на схеме рис. 10 штриховой линией.

Число неизвестных в заданной схеме, т. е. токов ветвей, равно  $B$ .

**Первый закон Кирхгофа** формулируется следующим образом: алгебраическая сумма токов, сходящихся к любому узлу электрической цепи, равна нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (18)$$

Токи, подтекающие к узлу, принимают положительными, а утекающие – отрицательными.

Число независимых уравнений  $K_1$ , которое можно составить по первому закону Кирхгофа, равно числу узлов без единицы:

$$K_1 = Y - 1. \quad (19)$$

Эти уравнения называются узловыми.

Уравнение для последнего узла не составляется, поскольку его можно вывести из ранее составленных уравнений.

**Второй закон Кирхгофа** гласит: для любого замкнутого контура электрической цепи алгебраическая сумма всех ЭДС  $E_k$  равна алгебраической сумме всех падений напряжений  $I_k \cdot R_k$

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k \cdot R_k. \quad (20)$$

Падение напряжения принимают положительным, если направление тока через резистор совпадает с направлением обхода контура, а если не совпадает – отрицательным.

Положительными принимают ЭДС, направления действия которых совпадают с направлением обхода контура, и отрицательными – ЭДС, направления действия которых не совпадают с направлением обхода.

По второму закону Кирхгофа можно составить еще  $K_2$  независимых уравнений

$$K_2 = B - (Y - 1) = B - Y + 1. \quad (21)$$

Эти уравнения называются контурными.

Контур следует выбирать таким образом, чтобы в каждый следующий контур входила хотя бы одна новая ветвь. Тогда в  $K_2$  независимых контуров будут входить все ветви заданной электрической схемы.

В схеме рис. 10 число узлов  $Y=5$ . Значит  $K_1=Y-1=5-1=4$ . Составим уравнения по первому закону Кирхгофа для любых четырех узлов, например, для *a*, *b*, *c*, *d*:

$$(a) \quad I_1 + I_4 - I_6 = 0; \quad (22)$$

$$(b) \quad I_2 + I_5 - I_4 = 0; \quad (23)$$

$$(c) \quad I_7 + I_6 - I_5 = 0; \quad (24)$$

$$(d) \quad I_3 - I_{кз} - I_1 - I_2 = 0. \quad (25)$$

Покажем, что пятое уравнение для узла *n* будет являться следствием первых четырех:

$$(n) \quad I_{кз} - I_3 - I_7 = 0. \quad (26)$$

Сложим уравнения (22) и (23):

$$I_1 + I_2 - I_6 + I_5 = 0; \quad (27)$$

$$-I_1 - I_2 = -I_6 + I_5. \quad (28)$$

Подставим (28) в (25):

$$I_3 - I_{кз} - I_6 + I_5 = 0. \quad (29)$$

Определим  $I_7$  из (24):

$$I_7 = -I_6 + I_5. \quad (30)$$

Подставим в уравнение (29):

$$I_3 - I_{кз} + I_7 = 0. \quad (31)$$

Умножим обе части на минус единицу:

$$I_{кз} - I_3 - I_7 = 0. \quad (32)$$

Таким образом, пятое уравнение является следствием первых четырех.

Контур называется независимым, если в его состав входит хотя бы одна новая ветвь, не входящая в предыдущие контуры. Для сложной

разветвленной схемы можно составить довольно большое число контуров. Так, для схемы рис. 10 можно составить шесть контуров: *avda*, *adnca*, *avca*, *avcnda*, *advca*, *vcndv*. Независимых контуров всегда значительно меньше. В схеме рис. 3 всего три независимых контура: *avda*, *adnca* и *avca*. Обозначим через  $K_{нк}$  число независимых контуров ( $K_{нк}=3$ ).

По формуле (21) найдем число уравнений, которые можно составить по второму закону Кирхгофа:

$$K_2 = B - Y + 1 = 7 - 5 + 1 = 3.$$

Следовательно, число уравнений, которые можно составить по второму закону Кирхгофа равно числу независимых контуров ( $K_2 = K_{нк} = 3$ ).

Выберем произвольно направления обхода контуров, например, по часовой стрелке, как показано на рис. 10.

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для выбранных независимых контуров:

$$avda \quad I_2 R_2 + I_4 R_4 - I_1 R_1 = E_2; \quad (33)$$

$$avca \quad -I_5 R_5 - I_6 R_6 - I_4 R_4 = 0; \quad (34)$$

$$adnca \quad I_1 R_1 + I_6 R_6 + I_3 R_3 = -E_3. \quad (35)$$

В результате по первому и второму законам Кирхгофа составлены семь уравнений для семи неизвестных токов. Решая их совместно, можно найти значения токов во всех ветвях схемы. Это и будет метод расчета с использованием законов Кирхгофа.

Подставим в уравнения значения параметров схемы:

$$\begin{cases} 15I_2 + 11I_4 - 40I_1 = 36; \\ -35I_5 - 10I_6 - 11I_4 = 0; \\ 40I_1 + 10I_6 + 7I_3 = -9; \\ I_1 + I_4 - I_6 = 0; \\ I_2 + I_5 - I_4 = 0; \\ I_7 + I_6 - I_5 = 0; \\ I_3 - I_{кз} - I_1 - I_2 = 0. \end{cases} \quad (36)$$

Выразим токи  $I_7, I_5, I_6$  через токи  $I_1, I_2, I_4$  с помощью уравнений (22) ÷ (25) и, подставив в уравнения (34) и (35), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} -40I_1 + 15I_2 + 11I_4 = 36; \\ -10I_1 + 35I_2 - 56I_4 = 0; \\ 57I_1 + 7I_2 + 10I_4 = -12,5. \end{cases}$$

Найдем определители этой системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -40 & 15 & 11 \\ -10 & 35 & -56 \\ 57 & 7 & 10 \end{vmatrix} = -98775 \text{ Ом}^3;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 36 & 15 & 11 \\ 0 & 35 & -56 \\ -12,5 & 7 & 10 \end{vmatrix} = 42024,5 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -40 & 36 & 11 \\ -10 & 0 & -56 \\ 57 & -12,5 & 10 \end{vmatrix} = -81937 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -40 & 15 & 36 \\ -10 & 35 & 0 \\ 57 & 7 & -12,5 \end{vmatrix} = -58715 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

Найдем токи:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{42024,5}{-98775} = -0,425 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-81937}{-98775} = 0,829 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-58715}{-98775} = 0,594 \text{ А};$$

$$I_5 = I_4 - I_2 = 0,594 - 0,829 = -0,235 \text{ А};$$

$$I_6 = I_1 + I_4 = -0,425 + 0,594 = 0,169 \text{ А};$$

$$I_3 = I_1 + I_2 + I_{кз} = -0,425 + 0,829 + 0,5 = 0,904 \text{ А};$$

$$I_7 = I_{кз} - I_3 = 0,5 - 0,904 = -0,404 \text{ А.}$$

Подстановка полученных токов в уравнение (36) показывает, что выполняются все семь тождеств. Значит, полученные токи являются истинными и мы не сделали ошибки при их вычислении.

Токи  $I_1$ ,  $I_5$ ,  $I_7$  получились отрицательными. Значит, в действительности токи  $I_1$ ,  $I_5$  и  $I_7$  в схеме текут в противоположном направлении.

## 7. Метод контурных токов

Как показал Максвелл еще в 1873 г., число уравнений для расчета токов и напряжений в электрической цепи может быть уменьшено, если составлять их по одному из законов Кирхгофа, т. е. только для контуров или только для узлов.

Ток в любой ветви электрической цепи всегда можно представить составленным из нескольких токов, каждый из которых замыкается по своему контуру, оставаясь вдоль него неизменным. Такие составляющие действительных токов называют контурными. Ток в любой ветви, принадлежащей только одному контуру, совпадает с контурным. Ток в ветви, принадлежащей сразу двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Контурные токи, проходя через узел, остаются непрерывными, следовательно, первый закон Кирхгофа выполняется автоматически. Поэтому уравнения с контурными токами составляются только по второму закону Кирхгофа. Число таких независимых уравнений равно числу независимых контуров:

$$K_2 = B - (Y - 1).$$

В заданной схеме  $K_2 = 7 - (5 - 1) = 3$ , т. е. необходимо составить три уравнения для независимых контуров, например *admva*, *авса*, *acnda*.

Выберем произвольно направления контурных токов  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ , например, как на рис. 10. Система контурных уравнений в наиболее общем

случае, т. е. когда в схеме имеются и источники ЭДС и источники тока, имеет следующий вид [1]:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + I_{кз}R_{1k} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + I_{кз}R_{2k} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + I_{кз}R_{3k} = E_{33}. \end{cases} \quad (37)$$

Здесь  $R_{11}$ ,  $R_{22}$ ,  $R_{33}$  – суммарное сопротивление соответственно первого, второго и третьего контуров;

$R_{13}$ ,  $R_{31}$  – сопротивление, общее для первого и третьего контуров;

$R_{12}$ ,  $R_{21}$  – сопротивление, общее для первого и второго контуров;

$R_{23}$ ,  $R_{32}$  – сопротивление, общее для второго и третьего контуров;

$R_{1k}$  – сопротивление первого контура, по которому протекает ток от источника тока;

$R_{2k}$  – сопротивление второго контура, по которому протекает ток от источника тока;

$R_{3k}$  – сопротивление третьего контура, по которому протекает ток от источника тока;

$E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $E_{33}$  – сумма ЭДС соответственно первого, второго и третьего контуров. Очевидно, что

$$R_{12} = R_{21}; R_{13} = R_{31}; R_{23} = R_{32}. \quad (38)$$

При составлении контурных уравнений следует руководствоваться следующими правилами:

1. Если ЭДС совпадает с направлением контурного тока, то она берется со знаком плюс, если не совпадает – со знаком минус.

2. Знак сопротивления, общего для двух контуров (а следовательно, и падения напряжения на этом резисторе), берется отрицательным, если направления контурных токов противоположны; если они совпадают, то – положительным.

3. Знак сопротивления, какого-либо контура, по которому замыкается

ток  $I_{k3}$  от источника тока, будет положительным, если направление контурного тока совпадает с направлением тока  $I_{k3}$  от источника тока; если эти токи противоположны, то берется знак минус.

Для схемы рис. 10 входные и взаимные сопротивления:

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_2 + R_4 = 40 + 15 + 11 = 66 \text{ Ом}; \\ R_{12} &= R_{21} = -R_4 = -11 \text{ Ом}; \\ R_{13} &= R_{31} = -R_1 = -40 \text{ Ом}; \\ R_{22} &= R_4 + R_5 + R_6 = 11 + 35 + 10 = 56 \text{ Ом}; \\ R_{23} &= R_{32} = -R_6 = -10 \text{ Ом}; \\ R_{33} &= R_1 + R_3 + R_6 = 40 + 7 + 10 = 57 \text{ Ом}; \\ E_{11} &= E_2 = 36 \text{ В}; E_{22} = 0 \text{ В}; E_{33} = -E_3 = -9 \text{ В}. \end{aligned}$$

Так как условились, что ток  $I_{k3}$  проходит только по резистору  $R_3$ , то

$$R_{1k} = 0 \text{ Ом}; R_{2k} = 0 \text{ Ом}; R_{3k} = R_3 = 7 \text{ Ом}.$$

Подставив эти величины в систему уравнений (37) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 66I_{11} - 11I_{22} - 40I_{33} = 36; \\ -11I_{11} + 56I_{22} - 10I_{33} = 0; \\ -40I_{11} - 10I_{22} + 57I_{33} = -12,5. \end{cases} \quad (39)$$

Найдем определители этой системы:

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 66 & -11 & -40 \\ -11 & 56 & 10 \\ -40 & -10 & 57 \end{vmatrix} = 98775 \text{ Ом}^3; \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 36 & -11 & -40 \\ 0 & 56 & -10 \\ -12,5 & -10 & 57 \end{vmatrix} = 81937 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2; \end{aligned}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 66 & 36 & -40 \\ -11 & 0 & -10 \\ -40 & -12,5 & 57 \end{vmatrix} = 23222 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 66 & -11 & 36 \\ -11 & 56 & 0 \\ -40 & -10 & -12,5 \end{vmatrix} = 39912,5 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

Вычислим контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{81937}{98775} = 0,829 \text{ А};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{23222}{98775} = 0,235 \text{ А};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{39912,5}{98775} = 0,404 \text{ А}.$$

Определим далее токи в ветвях по контурным токам. Ток в ветви, принадлежащей только одному контуру, равен контурному току и берется со знаком «плюс», если он совпадает с направлением контурного тока; если не совпадает, то – со знаком «минус».

Ток в ветви, принадлежащей двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Со знаком плюс берутся контурные токи, совпадающие с током этой ветви, со знаком «минус» – не совпадающие с ним.

Для схемы рис. 10 результат расчета имеет вид:

$$I_1 = I_{33} - I_{11} = 0,404 - 0,829 = -0,425 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{11} = 0,829 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{33} + I_{k3} = 0,404 + 0,5 = 0,904 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{11} - I_{22} = 0,829 - 0,235 = 0,594 \text{ А};$$

$$I_5 = -I_{22} = -0,235 \text{ А};$$

$$I_6 = I_{33} - I_{22} = 0,404 - 0,235 = 0,169 \text{ А};$$

$$I_7 = -I_{33} = -0,404 \text{ A}.$$

Чтобы убедиться в правильности полученных результатов, необходимо контурные токи подставить в уравнения (39):

$$66 \cdot 0,829 - 11 \cdot 0,235 - 40 \cdot 0,404 = 36;$$

$$-11 \cdot 0,829 + 56 \cdot 0,235 - 10 \cdot 0,404 = 0;$$

$$-40 \cdot 0,829 - 10 \cdot 0,235 + 57 \cdot 0,404 = -12,5.$$

Проверка показывает, что полученные результаты правильные.

## 8. Метод узловых потенциалов

Можно также уменьшить число уравнений для расчета токов в электрической цепи, если составлять только узловые уравнения для токов. Выполнение второго закона Кирхгофа обеспечивается соответствующим выражением всех токов по закону Ома через разность потенциалов:  $R_{lm}$ .

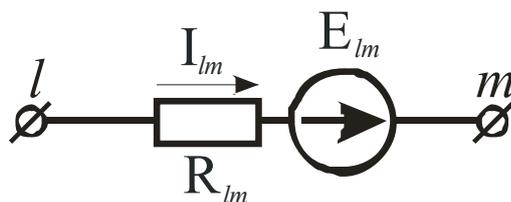


Рис. 11

$$\varphi_l - \varphi_m = I_{lm} \cdot R_{lm} - E_{lm}. \quad (40)$$

Выражая из этого уравнения ток, можно быть уверенным в том, что второй закон Кирхгофа выполняется автоматически:

$$I_{lm} = (\varphi_l - \varphi_m + E_{lm}) \cdot g_{lm}; \quad g_{lm} = 1/R_{lm}. \quad (41)$$

В схеме рис. 10 число узлов  $Y=5$ .

Токораспределение в схеме не изменится, если один из узлов схемы заземлить, т. е. принять потенциал этого узла равным нулю:

$$\varphi_c = 0 \text{ В}, \text{ а значит, } \varphi_n = -E_3 = -9 \text{ В}.$$

Теперь известны потенциалы двух узлов, поэтому достаточно составить три уравнения для узлов  $a$ ,  $b$  и  $d$ .

Система узловых уравнений в наиболее общем случае, т. е. когда в схеме имеются и источники ЭДС, и источники тока, имеет следующий вид (для схемы рис. 10):

$$\begin{cases} \varphi_a \cdot g_{aa} - \varphi_b \cdot g_{ab} - \varphi_d \cdot g_{ad} = 0; \\ -\varphi_a \cdot g_{ba} + \varphi_b \cdot g_{bb} - \varphi_d \cdot g_{bd} = E_2 \cdot g_{bd}; \\ -\varphi_a \cdot g_{da} - \varphi_b \cdot g_{db} - \varphi_d \cdot g_{dd} = -E_2 \cdot g_{bd} - E_3 \cdot g_{dc} - I_{k3}, \end{cases} \quad (42)$$

где  $g_{aa}$ ,  $g_{bb}$ ,  $g_{dd}$  – суммарная проводимость всех ветвей, сходящихся соответственно в узлах  $a$ ,  $b$  и  $d$ ;

$g_{ab}$ ,  $g_{ad}$ ,  $g_{bd}$ ,  $g_{dc}$  и др. – проводимости ветвей между соответствующими узлами.

Очевидно, что  $g_{ab} = g_{ba}$ ,  $g_{ad} = g_{da}$ ,  $g_{bd} = g_{db}$ ,  $g_{dc} = g_{cd}$ .

В правой части уравнения (42) стоит алгебраическая сумма произведений ЭДС на проводимости соответствующих ветвей, сходящихся в узле, а также алгебраическая сумма токов от источников тока, подходящих к этому же узлу. Произведение ЭДС  $E$  на проводимость  $g$  берется со знаком плюс, если ЭДС  $E$  направлена к узлу схемы; и со знаком минус, – если ЭДС  $E$  направлена от узла схемы. Ток от источника тока, притекающий к узлу берется со знаком плюс, а ток, оттекающий от узла – со знаком минус.

Для схемы рис. 10 значения проводимости следующие:

$$g_{aa} = g_{ab} + g_{ac} + g_{ad} = 1/R_4 + 1/R_6 + 1/R_1 = 1/11 + 1/10 + 1/40 = 19/180 \text{ См};$$

$$g_{ab} = g_{ba} = 1/R_4 = 1/110 \text{ См}; \quad g_{ac} = g_{ca} = 1/R_6 = 1/100 \text{ См};$$

$$g_{ad} = g_{da} = 1/R_1 = 1/400 \text{ См};$$

$$g_{bb} = g_{ab} + g_{bc} + g_{bd} = 1/R_4 + 1/R_5 + 1/R_2 = 1/110 + 1/350 + 1/150 = 43/2310 \text{ См};$$

$$g_{bc} = g_{cb} = 1/R_5 = 1/350 \text{ См}; \quad g_{bd} = g_{db} = 1/R_2 = 1/150 \text{ См};$$

$$g_{dd} = g_{da} + g_{db} + g_{dc} = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 = 1/400 + 1/150 + 1/70 = 197/8400 \text{ См};$$

$$g_{dc} = g_{cd} = 1/700 \text{ См}.$$

Подставим полученные значения в уравнение (42):

$$\begin{cases} 19/88 \cdot \varphi_a - 1/11 \cdot \varphi_b - 1/40 \cdot \varphi_d = 0; \\ -1/11 \cdot \varphi_a + 43/231 \cdot \varphi_b - 1/15 \cdot \varphi_d = 12/5; \\ -1/40 \cdot \varphi_a - 1/15 \cdot \varphi_b + 197/840 \cdot \varphi_d = -293/70. \end{cases} \quad (43)$$

Найдем определители этой системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 19/88 & -1/11 & -1/40 \\ -1/11 & 43/231 & -1/15 \\ -1/40 & -1/15 & 197/840 \end{vmatrix} = 0,0061087 \text{ } \mathcal{C}\mathcal{M}^3;$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 0 & -1/11 & -1/40 \\ 12/5 & 43/231 & -1/15 \\ -293/70 & -1/15 & 197/840 \end{vmatrix} = 0,010322 \text{ } \mathcal{A} \cdot \mathcal{C}\mathcal{M}^2;$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 19/88 & 0 & -1/40 \\ -1/11 & 12/5 & -1/15 \\ -1/40 & -293/70 & -197/840 \end{vmatrix} = 0,0502641 \text{ } \mathcal{A} \cdot \mathcal{C}\mathcal{M}^2;$$

$$\Delta_d = \begin{vmatrix} 19/88 & -1/11 & 0 \\ -1/11 & 43/231 & 12/5 \\ -1/40 & -1/15 & -293/70 \end{vmatrix} = -0,0936349 \text{ } \mathcal{A} \cdot \mathcal{C}\mathcal{M}^2.$$

Вычислим потенциалы узлов:

$$\varphi_a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{0,010322}{0,0061087} = 1,69 \text{ } \mathcal{B};$$

$$\varphi_b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{0,0502641}{0,0061087} = 8,228 \text{ } \mathcal{B};$$

$$\varphi_d = \frac{\Delta_d}{\Delta} = \frac{-0,0936349}{0,0061087} = -15,328 \text{ } \mathcal{B}.$$

Найдем токи в ветвях по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_d - \varphi_a}{R_1} = \frac{-15,328 - 1,69}{40} = -0,425 \text{ } \mathcal{A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_e + E_2}{R_2} = \frac{-15,328 - 8,228 + 36}{15} = 0,829 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_c - \varphi_d - E_3}{R_3} = \frac{\varphi_n - \varphi_d}{R_3} = \frac{15,328 - 9}{7} = 0,904 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_e - \varphi_a}{R_4} = \frac{8,228 - 1,69}{11} = 0,594 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_c - \varphi_e}{R_5} = \frac{-8,228}{35} = -0,235 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_6} = \frac{1,69}{10} = 0,169 \text{ A};$$

$$I_7 = I_{k3} - I_3 = 0,5 - 0,904 = -0,404 \text{ A}.$$

### Сравнительная таблица расчетов тремя методами

Сведем данные расчетов в табл. 1.

Таблица 1

Токи, А	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$I_7$
Метод контурных токов	-0,425	0,829	0,904	0,594	-0,235	0,169	-0,404
Метод узловых потенциалов	-0,425	0,829	0,904	0,594	-0,235	0,169	-0,404
Расчет по законам Кирхгофа	-0,425	0,829	0,904	0,594	-0,235	0,169	0,169

## 9. Баланс мощностей

Для любой электрической цепи сумма мощностей, развиваемых источниками электрической энергии, равна сумме мощностей, расходуемых в приемниках энергии:

$$\sum P_{ист} = \sum P_{номп}; \quad \sum E \cdot I + \sum U_{ав} \cdot I_k = \sum I^2 R, \quad (44)$$

где  $\sum E \cdot I$  – алгебраическая сумма мощностей источников ЭДС; здесь положительны те из слагаемых, для которых направление действия ЭДС  $E$  и соответствующего тока  $I$  совпадают, в противном случае слагаемое отрицательно;

$\sum U_{ав} \cdot I_k$  – алгебраическая сумма мощностей источников тока; здесь положительны те из слагаемых, для которых направление действия тока  $I_k$  от источника тока и тока ветви совпадают, в противном случае слагаемое отрицательно;

$\sum I^2 R$  – арифметическая сумма мощностей приемников; здесь должны быть учтены как внешние сопротивления, так и сопротивления самих источников энергии;

$U_{ав}$  – падение напряжения на сопротивлении, которое проще всего определить через потенциалы узлов  $a$  и  $b$ :

$$U_{ав} = \varphi_a - \varphi_b. \quad (45)$$

Определим сначала разность потенциалов на резисторе  $R_3$ :

$$\varphi_c = 0 \text{ В}; \quad \varphi_n = -9 \text{ В}; \quad \varphi_d = -15,328 \text{ В};$$

$$U_{nd} = \varphi_n - \varphi_d = -9 - (-15,328) = 6,328 \text{ В}.$$

Разность потенциалов  $U_{nd}$  берется в направлении тока от источника тока, протекающего через резистор  $R_3$ , т. е. от узла  $n$  к узлу  $d$  ( $\varphi_n - \varphi_d$ ).

Определим сумму мощностей, развиваемых источниками:

$$\sum P_{ист} = E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_7 + U_{nd} \cdot I_{k3} = 36 \cdot 0,829 - 9 \cdot 0,404 + 6,328 \cdot 0,5 = 29,37 \text{ Вт}.$$

Сумма мощностей, расходуемых на приемниках энергии равна:

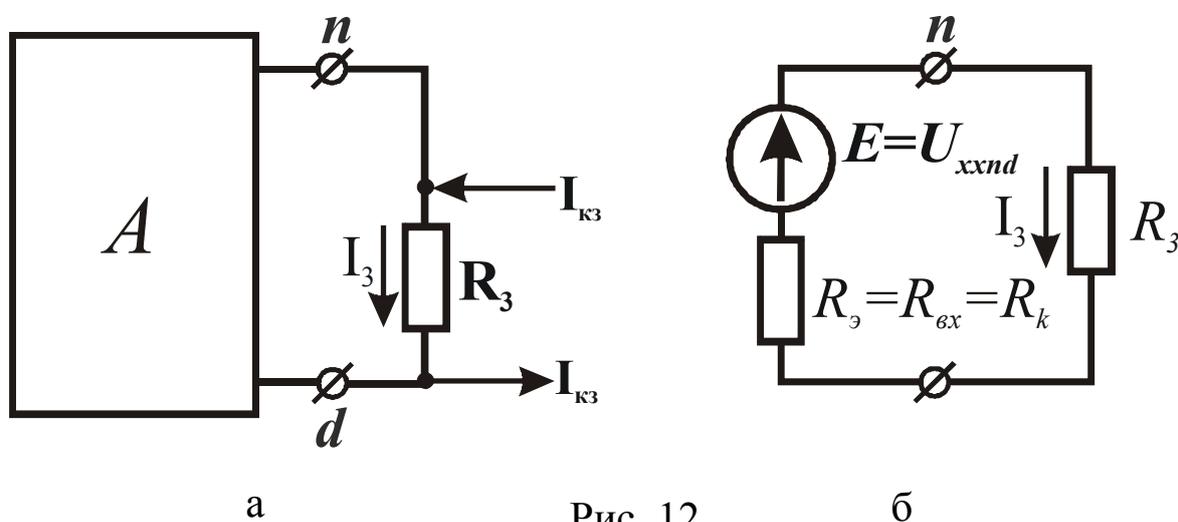
$$\begin{aligned} \sum P_{номр} &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = 0,425^2 \cdot 40 + \\ &+ 0,829^2 \cdot 15 + 0,904^2 \cdot 7 + 0,594^2 \cdot 11 + 0,235^2 \cdot 35 + 0,169^2 \cdot 10 = 29,37 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс мощностей соблюдается.

## 10. Метод активного двухполюсника и эквивалентного генератора

В том случае, когда необходимо определить ток в какой-либо ветви без определения токов в других ветвях, применяется метод активного двухполюсника и эквивалентного генератора.

Ветвь, в которой необходимо определить ток, выделяется, а вся остальная схема заменяется активным двухполюсником. Так, схема (рис. 10) преобразуется следующим образом (рис. 12 а):



Активный двухполюсник может быть заменен эквивалентным генератором напряжения с ЭДС  $E$ , равной напряжению холостого хода  $U_{xxnd}$  на зажимах разомкнутой выделенной ветви  $nd$  и внутренним сопротивлением  $R_э = R_{вх}$ , равным входному сопротивлению пассивного двухполюсника относительно зажимов « $n$ » и « $d$ ».

Напряжение холостого хода  $U_{xxnd}$  берется в направлении тока  $I_3$  выделенной ветви в исходной схеме, т. е. от узла  $n$  к узлу  $d$  ( $U_{xxnd} = \varphi_n - \varphi_d$ ). Причем это напряжение холостого хода  $U_{xxnd}$  определяется по схеме рис. 14, которая получается, если в выделенной ветви осуществить режим холостого хода введением разомкнутого ключа  $K$ .

Тогда ток  $I_3$  в выделенной ветви определяется по формуле:

$$I_3 = \frac{U_{xxnd}}{R_{ex} + R_3}. \quad (46)$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора может быть вычислено двумя способами:

1) непосредственно по схеме, для чего активный двухполюсник преобразуется в пассивный. Идеальные источники ЭДС, имеющиеся в активном двухполюснике, закорачиваются, а ветви с источником тока размыкаются; вместо реальных источников в пассивной схеме должны оставаться их внутренние сопротивления;

2) по формуле:

$$R_9 = R_{ex} = R_{\kappa} = \frac{U_{xxnd}}{I_{3k}}, \quad (47)$$

где  $I_{3k}$  ток короткого замыкания выделенной ветви  $nd$  (рис. 13) который может быть вычислен при закорачивании зажимов  $n$  и  $d$ , если схема активного двухполюсника известна, либо определен опытным путем. Напряжение холостого хода также может быть определено любым методом расчета линейных электрических цепей или найдено опытным путем.

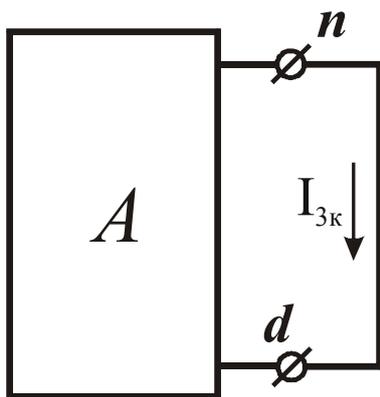


Рис. 13

Разомкнем ветвь  $nd$  в заданной схеме. Получим новую схему (рис. 14), в которой четыре узла:  $a, в, с, d$  ( $Y=4$ ) и пять ветвей ( $B=5$ ):  $ав, ас, ад, cd, вd$ .

По первому закону Кирхгофа можно составить  $K_1=Y-1=3$  уравнения, по второму закону Кирхгофа  $K_2=B-(Y-1)=5-3=2$  уравнения.

Если эту схему рассчитывать методом узловых потенциалов, то придется составить схему из трех узловых уравнений.

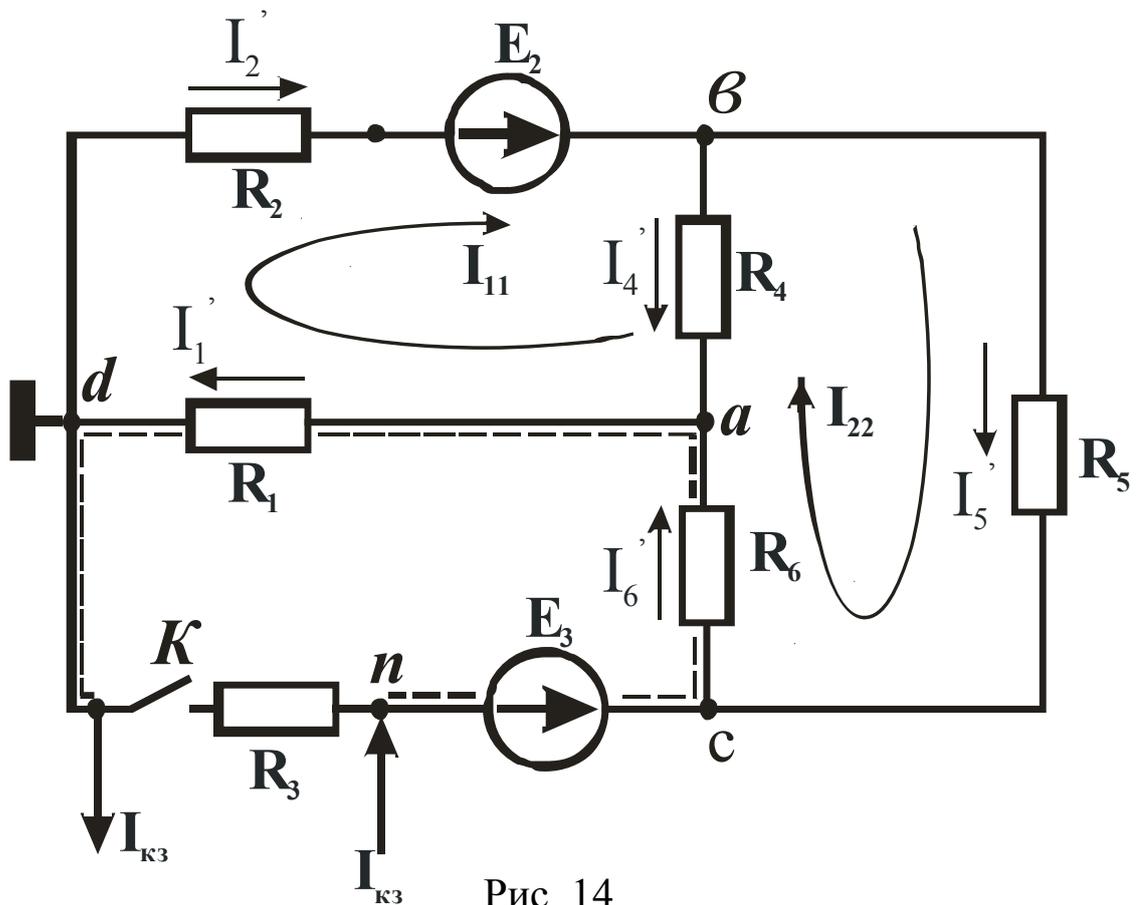


Рис. 14

Если же схему рассчитывать методом контурных токов, то надо будет составить систему из двух контурных уравнений.

Очевидно, что в данном случае использование метода контурных токов дает некоторую экономию времени расчета.

Исходя из этих соображений, определим напряжение холостого хода  $U_{xnd}$  на зажимах разомкнутой ветви  $nd$  методом контурных токов.

В схеме на рис. 14 выберем произвольно направления токов в ветвях и выберем два независимых контура  $abda$  и  $avca$ .

Контурные токи  $I_{11}$  и  $I_{22}$  направим по часовой стрелке в соответствующих контурах  $abda$  и  $avca$ .

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{k3}R_{1k} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{k3}R_{2k} = E_{22}; \end{cases} \quad (48)$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4 = 40 + 15 + 11 = 66 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_4 = -11 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_4 + R_5 + R_6 = 11 + 35 + 10 = 56 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_2 = 36 \text{ В};$$

$$E_{22} = 0 \text{ В}.$$

Условимся, что в схеме рис. 14 ток  $I_{k3}$  от источника тока проходит по контуру *ncad*. Тогда сопротивление  $R_{1k}$  первого контура, по которому проходит ток от источника тока будет равно

$$R_{1k} = R_1 = 40 \text{ Ом}.$$

Сопротивление  $R_{2k}$ , второго контура, по которому проходит ток от источника тока

$$R_{2k} = R_6 = 10 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_{1k}$  и  $R_{2k}$  взяты положительными, так как направления контурных токов  $I_{11}$  и  $I_{22}$  совпадают с током  $I_{k3}$  от источника тока.

После подстановки численных значений система уравнений примет вид

$$\begin{cases} 66 \cdot I_{11} - 11 \cdot I_{22} + 0,5 \cdot 40 = 36; \\ -11 \cdot I_{11} + 56 \cdot I_{22} + 0,5 \cdot 10 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 66 \cdot I_{11} - 11 \cdot I_{22} = 16; \\ -11 \cdot I_{11} + 56 \cdot I_{22} = -5. \end{cases}$$

Решаем эту систему уравнений:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 66 & -11 \\ -11 & 56 \end{vmatrix} = 66 \cdot 56 - 11 \cdot 11 = 3575 \text{ Ом}^2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 16 & 36 \\ -5 & 56 \end{vmatrix} = 16 \cdot 56 - 5 \cdot 11 = 841 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 66 & 16 \\ -11 & -5 \end{vmatrix} = -66 \cdot 5 + 16 \cdot 11 = -154 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{841}{3575} = 0,2352 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-154}{3575} = -0,043 \text{ A}.$$

Находим токи в схеме по контурным токам:

$$I'_1 = I_{11} + I_{k3} = 0,2352 + 0,5 = 0,7352 \text{ A};$$

$$I'_2 = I_{11} = 0,2352 \text{ A};$$

$$I'_4 = I_{11} - I_{22} = 0,2352 - (-0,043) = 0,2782 \text{ A};$$

$$I'_5 = I_{22} = -0,043 \text{ A};$$

$$I'_6 = I_{22} + I_{k3} = -0,043 + 0,5 = 0,457 \text{ A}.$$

Токи в схеме рис. 14 рассчитаны правильно, так как подстановка токов  $I_{11}$  и  $I_{22}$  в систему уравнений (48) дает тождества

$$\begin{cases} 66 \cdot 0,2352 - 11 \cdot 0,043 = 16; \\ -11 \cdot 0,2352 + 56 \cdot 0,043 = -5. \end{cases}$$

Примем за нуль потенциал точки  $d$ :  $\varphi_d = 0$ .

Тогда:

$$\varphi_a = \varphi_d + I'_1 \cdot R_1 = 0,7352 \cdot 40 = 29,408 \text{ B};$$

$$\varphi_c = \varphi_a + I'_6 \cdot R_6 = 29,408 + 0,457 \cdot 10 = 33,978 \text{ B};$$

$$\varphi_n = \varphi_c - E_3 = 33,978 - 9 = 24,978 \text{ B}.$$

Напряжение холостого хода  $U_{xxnd}$  па на зажимах разомкнутой ветви равно:

$$U_{xxnd} = U_{nd} = \varphi_n - \varphi_d = 24,978 \text{ B}.$$

Находим входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов  $n$  и  $d$ . Преобразуем схему рис. 14 в пассивный двухполюсник, для чего закорачиваем источники ЭДС  $E_2$  и  $E_3$  и размыкаем ветвь с источником тока  $I_{k3}$ . По определению, сопротивление источника тока

равно бесконечности, что эквивалентно размыканию ветви с источником тока. Поэтому эта ветвь не будет участвовать в преобразованиях схемы.

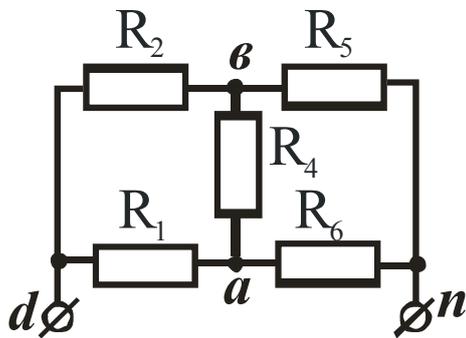


Рис. 15

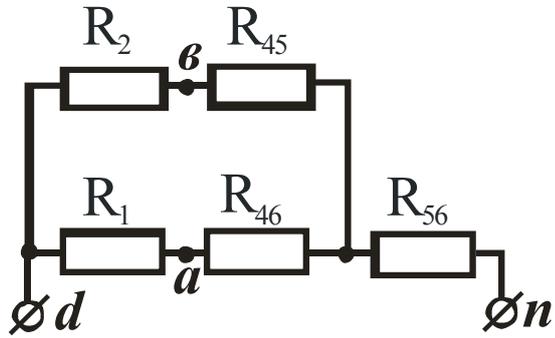


Рис. 16

В схеме рис. 15 можно преобразовать звезду резисторов  $R_2$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  в эквивалентный треугольник или же любой из треугольников резисторов  $R_1$ ,  $R_4$ ,  $R_2$  и  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  в эквивалентную звезду. Указанные преобразования равноправны. Преобразуем треугольник резисторов  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  в эквивалентную звезду  $R_{45}$ ,  $R_{46}$ ,  $R_{56}$  (рис. 16).

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{11 \cdot 35}{11 + 35 + 10} = 6,875 \text{ Ом}; \quad (49)$$

$$R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{35 \cdot 10}{11 + 35 + 10} = 6,25 \text{ Ом}; \quad (50)$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{11 \cdot 10}{11 + 35 + 10} = 1,9643 \text{ Ом}. \quad (51)$$

По схеме рис. 16 находим входное сопротивление пассивного двухполюсника:

$$R_{ex} = R_{dn} = \frac{(R_2 + R_{45}) \cdot (R_1 + R_{46})}{R_2 + R_{45} + R_1 + R_{46}} + R_{56};$$

$$R_{ex} = \frac{(15 + 6,875) \cdot (40 + 1,9643)}{15 + 6,875 + 40 + 1,9643} + 6,25 = 14,38 + 6,25 = 20,63 \text{ Ом}.$$

Рассчитаем ток  $I_3$ :

$$I_3 = \frac{U_{xxnd}}{R_{ex} + R_3} = \frac{24,987}{20,63+7} = 0,904 \text{ A}.$$

Как видим, величина тока  $I_3$  точно совпадает с расчетными значениями, определенными методом контурных токов и методом узловых потенциалов.

## 11. Потенциальная диаграмма

Потенциальная диаграмма строится для правильного понимания того, как изменяется потенциал вдоль выбранного контура электрической цепи. На оси ординат откладываются значения потенциала, а на оси абсцисс – точки выбранного контура, причем расстояние между точками целесообразно брать пропорциональными сопротивлению ветви, соединяющей соседние точки.

Построим потенциальную диаграмму контура *авмднса* на схеме рис. 10, содержащего две ЭДС.

$$\varphi_c = 0 \text{ В}; \varphi_m = \varphi_d - E_2 = 8,228 - 36 = -27,772 \text{ В};$$

$$\varphi_n = -E_3 = -9 \text{ В}; \varphi_e = 8,228 \text{ В}; \varphi_a = 1,69 \text{ В};$$

$$\varphi_d = -15,328 \text{ В}; R_2 = 15 \text{ Ом}; R_3 = 7 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 11 \text{ Ом}; R_6 = 10 \text{ Ом}.$$

Потенциальная диаграмма для указанного контура показана на рис. 17.

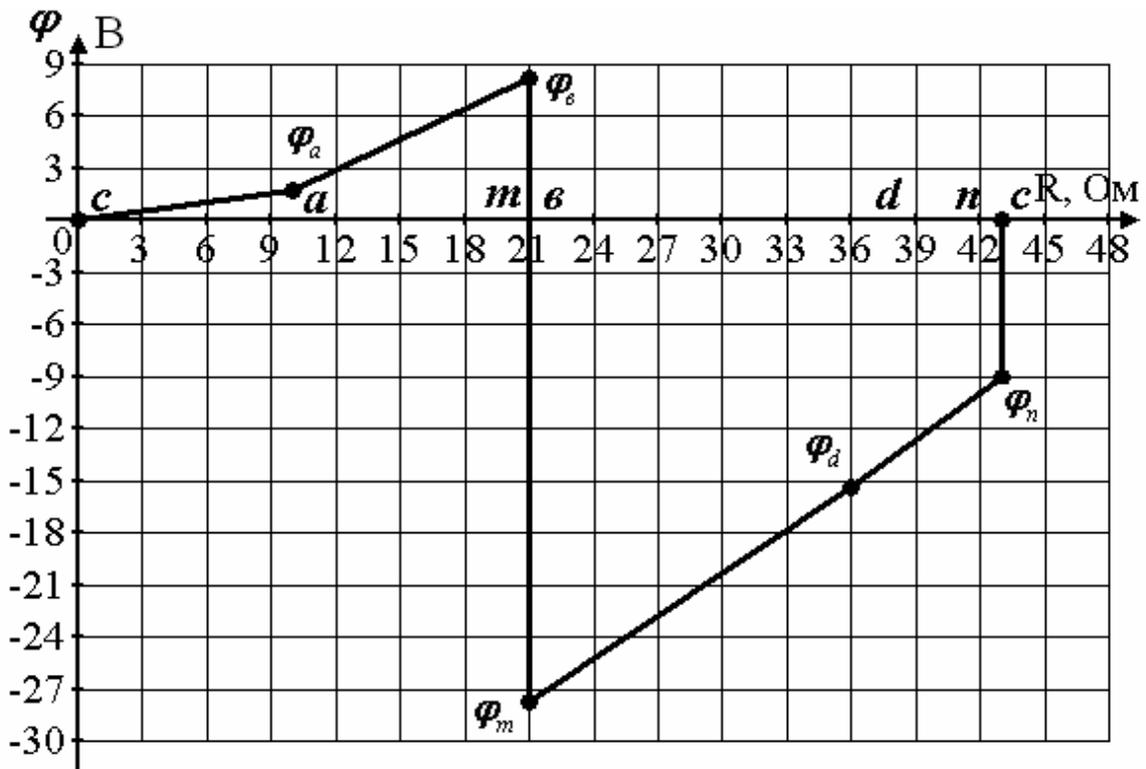


Рис. 17

## 12. Пример выполнения расчетно-графической работы

### «Линейные цепи постоянного тока»

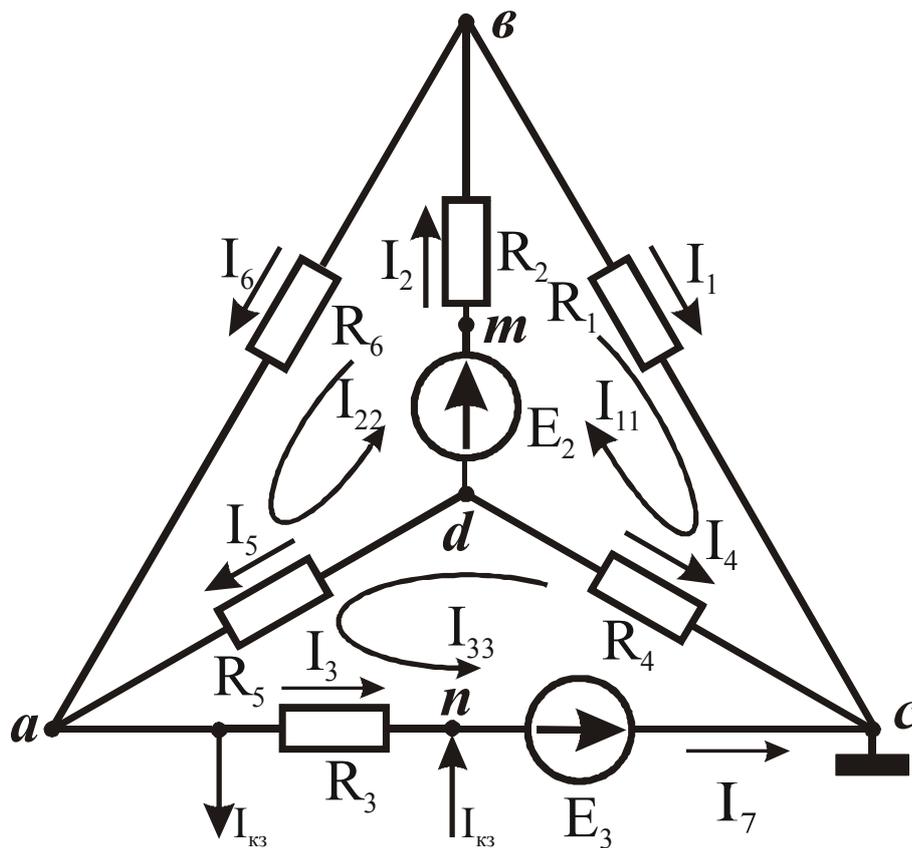
Рассчитать разветвленную цепь постоянного тока по схеме рис. 18.

В данной схеме число ветвей  $B=7$ , число узлов  $Y=5$ . Выберем произвольно направление токов в ветвях так, как показано на рис. 18.

Выберем на схеме независимые контуры и направления обхода в них согласно рис. 18.

1. Составим уравнения по первому и второму закону Кирхгофа:

$$K_1 = Y - 1 = 5 - 1 = 4. \quad (52)$$



- $R_1 = 30 \text{ Ом};$
- $R_2 = 35 \text{ Ом};$
- $R_3 = 45 \text{ Ом};$
- $R_4 = 60 \text{ Ом};$
- $R_5 = 120 \text{ Ом};$
- $R_6 = 48 \text{ Ом};$
- $E_2 = 48 \text{ В};$
- $E_3 = 60 \text{ В};$
- $I_{k3} = 0,5 \text{ А}.$

Рис. 18

$$\begin{cases}
 I_6 - I_5 - I_3 - I_{k3} = 0; & \text{(a)} \\
 I_2 - I_6 - I_1 = 0; & \text{(б)} \\
 I_5 + I_4 - I_2 = 0; & \text{(d)} \\
 I_1 + I_7 - I_4 = 0; & \text{(c)}
 \end{cases} \quad (53)$$

$$K_2 = B - (Y - 1) = 7 - 4 = 3; \quad (54)$$

$$\begin{cases}
 I_2 R_2 + I_6 R_6 + I_5 R_5 = E_2; \\
 I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_4 R_4 = E_2; \\
 I_4 R_4 - I_5 R_5 + I_3 R_3 = E_3.
 \end{cases} \quad (55)$$

2. Определим токи во всех ветвях методом контурных токов. Направим контурные токи так, как показано на рис. 18.

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + I_{k3}R_{1k} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + I_{k3}R_{2k} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + I_{k3}R_{3k} = E_{33}; \end{cases} \quad (56)$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4 = 30 + 35 + 60 = 125 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 35 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = 60 \text{ Ом};$$

$$R_{1k} = 0 \text{ Ом}; E_{11} = E_2 = 48 \text{ В};$$

$$R_{22} = R_2 + R_5 + R_6 = 35 + 120 + 48 = 203 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -120 \text{ Ом};$$

$$R_{2k} = 0 \text{ Ом}; E_{22} = E_2 = 48 \text{ В};$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 = 45 + 60 + 120 = 225 \text{ Ом};$$

$$R_{3k} = -R_3 = -45 \text{ Ом}; E_{33} = E_3 = 60 \text{ В};$$

$$\begin{cases} 125 \cdot I_{11} + 35 \cdot I_{22} + 60 \cdot I_{33} = 48; \\ 35 \cdot I_{11} + 203 \cdot I_{22} - 120 \cdot I_{33} = 48; \\ 60 \cdot I_{11} - 120 \cdot I_{22} + 225 \cdot I_{33} = 82,5; \end{cases} \quad (57)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 125 & 35 & 60 \\ 35 & 203 & -120 \\ 60 & -120 & 225 \end{vmatrix} = 125 \cdot 203 \cdot 225 - 35 \cdot 120 \cdot 60 - 60 \cdot 35 \cdot 120 -$$

$$-60 \cdot 203 \cdot 60 - 125 \cdot 120 \cdot 120 - 35 \cdot 35 \cdot 225 = 5709375 - 252000 - 25200 -$$

$$-730800 - 1800000 - 275625 = 2398950 \text{ Ом}^3;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 48 & 35 & 60 \\ 48 & 203 & -120 \\ 82,5 & -120 & 225 \end{vmatrix} = -573750 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 125 & 48 & 60 \\ 35 & 48 & -120 \\ 60 & 82,5 & 225 \end{vmatrix} = 1864350 \text{ B} \cdot \text{OM}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 125 & 35 & 48 \\ 35 & 203 & 48 \\ 60 & -120 & 82,5 \end{vmatrix} = 2026935 \text{ B} \cdot \text{OM}^2;$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -\frac{573750}{2398950} = -0,2391671 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1864350}{2398950} = 0,7771525 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{2026935}{2398950} = 0,845 \text{ A};$$

$$I_1 = I_{11} = -0,239 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} + I_{22} = -0,239 + 0,777 = 0,538 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{33} - I_{k3} = 0,845 - 0,5 = 0,345 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33} = -0,239 + 0,845 = 0,606 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,777 - 0,845 = -0,068 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{22} = 0,777 \text{ A}; I_7 = I_{33} = 0,845 \text{ A}.$$

Для проверки подставим полученные значения токов в уравнения (53) и (55), составленные по первому и второму законам Кирхгофа.

$$I_6 - I_5 - I_3 - I_{k3} = 0;$$

$$0,777 - (-0,068) - 0,345 - 0,5 = 0;$$

$$I_2 - I_6 - I_1 = 0;$$

$$0,538 - 0,777 - (-0,239) = 0;$$

$$I_5 + I_4 - I_2 = 0;$$

$$-0,068 + 0,606 - 0,538 = 0;$$

$$\begin{aligned}
I_1 + I_7 - I_4 &= 0; \\
-0,239 + 0,845 - 0,606 &= 0; \\
I_2 R_2 + I_6 R_6 + I_5 R_5 &= E_2; \\
0,538 \cdot 35 + 0,777 \cdot 48 - 0,068 \cdot 120 &= 48; \\
I_2 R_2 + I_1 R_1 + I_4 R_4 &= E_2; \\
0,538 \cdot 35 - 0,239 \cdot 30 + 0,606 \cdot 60 &= 48; \\
I_4 R_4 - I_5 R_5 + I_3 R_3 &= E_3; \\
0,606 \cdot 60 + 0,068 \cdot 120 + 0,345 \cdot 45 &= 60.
\end{aligned}$$

Тождества выполняются, значит, токи найдены верно.

Покажем на этом примере, что тот же результат получится, если в схеме рис. 18 источник тока заменить на источник ЭДС  $E'_3$ , причем

$$E'_3 = I_{k3} R_3, \quad (58)$$

а направление действия ЭДС  $E'_3$  встречно направлению тока  $I_{k3}$ .

$$E_3 = 0,5 \cdot 45 = 22,5 \text{ В}.$$

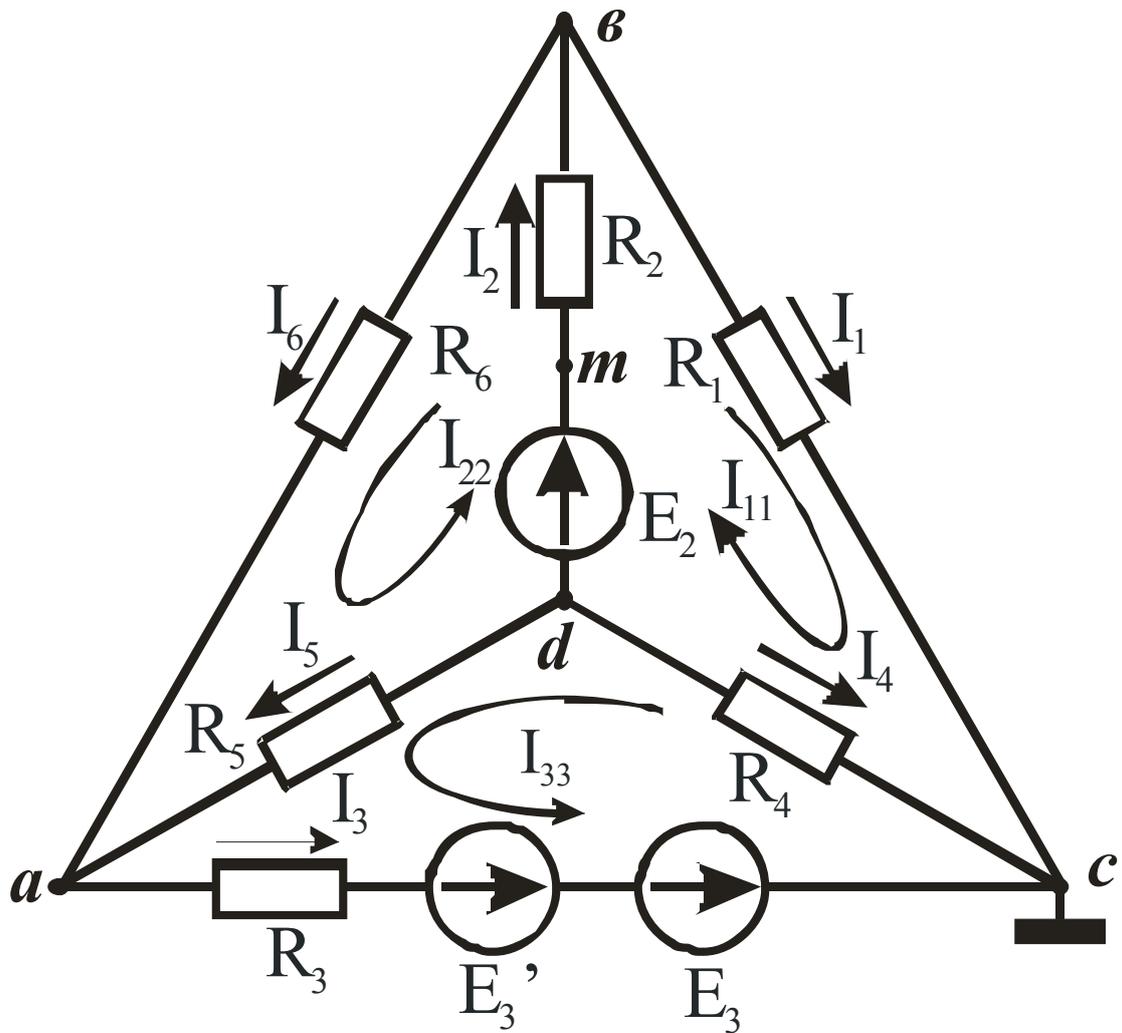


Рис. 19

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} = E_{22}; \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} = E_{33}; \end{cases} \quad (59)$$

$$R_{11} = R_1 + R_2 + R_4 = 30 + 35 + 60 = 125 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 35 \text{ Ом}; \quad R_{13} = R_{31} = R_4 = 60 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_2 = 48 \text{ В};$$

$$R_{22} = R_2 + R_5 + R_6 = 35 + 120 + 48 = 203 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -120 \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned}
E_{22} &= E_2 = 48 \text{ В}; \\
R_{33} &= R_3 + R_4 + R_5 = 45 + 60 + 120 = 225 \text{ Ом}; \\
E_{33} &= E'_3 + E_3 = 22,5 + 60 = 82,5 \text{ В}; \\
\begin{cases} 125 \cdot I_{11} + 35 \cdot I_{22} + 60 \cdot I_{33} = 48; \\ 35 \cdot I_{11} + 203 \cdot I_{22} - 120 \cdot I_{33} = 48; \\ 60 \cdot I_{11} - 120 \cdot I_{22} + 225 \cdot I_{33} = 82,5. \end{cases} & \quad (60)
\end{aligned}$$

Система уравнений (60) имеет точно такой же вид, как и система (57).

Решение системы:

$$\begin{aligned}
I_{11} &= -0,239 \text{ А}; \quad I_{22} = 0,777 \text{ А}; \quad I_{33} = 0,845 \text{ А}; \\
I_1 &= I_{11} = -0,239 \text{ А}; \\
I_2 &= I_{11} + I_{22} = -0,239 + 0,777 = 0,538 \text{ А}; \\
I_3 &= I_{33} = 0,845 \text{ А}; \\
I_4 &= I_{11} + I_{33} = -0,239 + 0,845 = 0,606 \text{ А}; \\
I_5 &= I_{22} - I_{33} = 0,777 - 0,845 = -0,068 \text{ А}; \\
I_6 &= I_{22} = 0,777 \text{ А}.
\end{aligned}$$

3. Определим токи во всех ветвях методом узловых потенциалов.

Для схемы рис. 18

$$\varphi_c = 0 \text{ В}, \text{ а значит } \varphi_n = -E_3 = -60 \text{ В}. \quad (61)$$

Составим узловые уравнения для оставшихся трех узлов *a*, *b* и *d*, потенциалы которых неизвестны:

$$\begin{cases} \varphi_a \cdot g_{aa} - \varphi_b \cdot g_{ab} - \varphi_d \cdot g_{ad} = -E_3 \cdot g_{ac} - I_{k3}; \\ -\varphi_a \cdot g_{ba} + \varphi_b \cdot g_{bb} - \varphi_d \cdot g_{bd} = E_2 \cdot g_{ed}; \\ -\varphi_a \cdot g_{da} - \varphi_b \cdot g_{db} + \varphi_d \cdot g_{dd} = -E_2 \cdot g_{db}; \end{cases} \quad (62)$$

$$g_{aa} = g_{ab} + g_{ac} + g_{ad} = 1/48 + 1/120 + 1/45 = 37/720 = 0,0513888 \text{ См};$$

$$g_{ab} = g_{ba} = 1/R_6 = 1/48 = 0,0208333 \text{ См};$$

$$g_{ac} = g_{ca} = 1/R_3 = 1/45 = 0,0222222 \text{ CM};$$

$$g_{ad} = g_{da} = 1/R_5 = 1/120 = 0,0083333 \text{ CM};$$

$$g_{ee} = g_{ae} + g_{ec} + g_{ed} = 1/48 + 1/35 + 1/30 = 417/5040 = 0,082738 \text{ CM};$$

$$g_{ec} = g_{ce} = 1/R_1 = 1/30 = 0,0333333 \text{ CM};$$

$$g_{ed} = g_{de} = 1/R_2 = 1/35 = 0,0285714 \text{ CM};$$

$$g_{dd} = g_{da} + g_{de} + g_{dc} = 1/120 + 1/35 + 1/60 = 3/56 = 0,0535714 \text{ CM};$$

$$g_{dc} = g_{cd} = 1/R_4 = 1/60 = 0,0166666 \text{ CM};$$

$$\begin{cases} 0,0513888 \cdot \varphi_a - 0,0208333 \cdot \varphi_e - 0,00833333 \cdot \varphi_d = -1,8333333; \\ -0,0208333 \cdot \varphi_a + 0,082738 \cdot \varphi_e - 0,0285714 \cdot \varphi_d = 1,3714285; \\ -0,00833333 \cdot \varphi_a - 0,0285714 \cdot \varphi_e + 0,0535714 \cdot \varphi_d = -1,3714285; \end{cases} \quad (63)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5,13888 & -2,08333 & -0,83333 \\ -2,08333 & 8,2738 & -2,85714 \\ -0,83333 & -2,85714 & 5,35714 \end{vmatrix} = 146,90764 \text{ CM}^3;$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} -183,33333 & -2,08333 & -0,83333 \\ -137,14285 & 8,2738 & -2,85714 \\ -137,14285 & -2,85714 & 5,35714 \end{vmatrix} = -6534,2133 \text{ A} \cdot \text{CM}^2;$$

$$\Delta_e = \begin{vmatrix} 5,13888 & -183,33333 & -0,83333 \\ -2,08333 & 137,14285 & -2,85714 \\ -0,83333 & -137,14285 & 5,35714 \end{vmatrix} = -1054,0616 \text{ A} \cdot \text{CM}^2$$

$$\Delta_d = \begin{vmatrix} 5,13888 & -2,08333 & -183,33333 \\ -2,08333 & 8,2738 & 137,14285 \\ -0,83333 & -2,85714 & -137,14285 \end{vmatrix} = -5339,4334 \text{ A} \cdot \text{CM}^2;$$

$$\varphi_a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = -\frac{6534,2133}{146,90767} = -44,478367 \text{ B};$$

$$\varphi_e = \frac{\Delta_e}{\Delta} = -\frac{1054,0616}{146,90767} = -7,175 \text{ B};$$

$$\varphi_d = \frac{\Delta_d}{\Delta} = -\frac{5339,4334}{146,90767} = -36,3455 \text{ B};$$

$$I_1 = \frac{\varphi_e - \varphi_c}{R_1} = \frac{-7,175}{30} = -0,239 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_e + E_2}{R_2} = \frac{-36,3455 + 7,175 + 48}{35} = 0,538 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_c + E_3}{R_3} = \frac{-44,478367 + 60}{45} = 0,345 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_4} = \frac{36,3455}{60} = 0,606 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_a - \varphi_d}{R_5} = \frac{-44,478367 + 36,3455}{120} = -0,068 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_e - \varphi_a}{R_6} = \frac{-7,175 + 44,478367}{48} = 0,777 \text{ A};$$

$$I_7 = I_3 + I_{k3} = 0,345 + 0,5 = 0,845 \text{ A}.$$

Значения токов при расчете по данному методу полностью совпадали со значениями токов, полученными при расчете по методу контурных токов.

Покажем также, что тот же результат получится, если в схеме рис. 18 источник тока  $I_{k3}$  заменить на источник ЭДС  $E_3$  (см. рис. 19).

$$\begin{cases} \varphi_a \cdot g_{aa} - \varphi_e \cdot g_{ae} - \varphi_d \cdot g_{ad} = -(E'_3 + E) \cdot g_{ac}; \\ -\varphi_a \cdot g_{ea} + \varphi_e \cdot g_{ee} - \varphi_d \cdot g_{ed} = E_2 \cdot g_{ed}; \\ -\varphi_a \cdot g_{da} - \varphi_e \cdot g_{de} + \varphi_d \cdot g_{dd} = -E_2 \cdot g_{de}; \end{cases} \quad (64)$$

$$\begin{cases} 0,0513888 \cdot \varphi_a - 0,020833 \cdot \varphi_e - 0,0083333 \cdot \varphi_d = -1,8333333; \\ -0,0208333 \cdot \varphi_a + 0,082738 \cdot \varphi_e - 0,0285714 \cdot \varphi_d = 1,3714285; \\ -0,0083333 \cdot \varphi_a - 0,0285714 \cdot \varphi_e + 0,0535714 \cdot \varphi_d = -1,3714285. \end{cases} \quad (65)$$

Система уравнений (65) имеет точно такой же вид, как и система (63). Следовательно, решение дает точно такой же результат.

4. Результаты расчета токов, проведенного двумя методами, сведем в табл. 2.

Таблица 2

Токи, А	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>	I <sub>5</sub>	I <sub>6</sub>	I <sub>7</sub>
Метод контурных токов	-0,239	0,538	0,345	0,606	-0,068	0,777	0,845
Метод узловых потенциалов	-0,239	0,538	0,345	0,606	-0,068	0,777	0,845

5. Составим баланс мощностей в исходной схеме (рис. 18):

$$\sum E \cdot I + \sum U_{an} \cdot I_{kз} = \sum I^2 R, \quad (66)$$

$$\begin{aligned} E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_7 - U_{an} \cdot I_{kз} = \\ = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6; \end{aligned} \quad (67)$$

$$U_{an} = \varphi_a - \varphi_n = -44,478 + 60 = 15,522 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \sum P_u = E_2 I_2 + E_3 I_7 - U_{an} I_{kз} = 48 \cdot 0,538 + 60 \cdot 0,845 - 15,522 \cdot 0,5 = \\ = 68,763 \text{ Вт}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum P_{np} = \sum I^2 R = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + \\ + I_6^2 R_6 = 0,239^2 \cdot 30 + 0,538^2 \cdot 35 + 0,345^2 \cdot 45 + 0,606^2 \cdot 60 + \\ + 0,068^2 \cdot 120 + 0,777^2 \cdot 48 = 68,768 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс мощностей соблюдается.

6. Определим ток  $I_1$  по методу активного двухполюсника и эквивалентного генератора.

Разомкнем ветвь **bc** на рис. 18. Найдем напряжение холостого хода:

$$U_{xxkc} = \varphi_k - \varphi_c. \quad (68)$$

Направим контурные токи, как показано на рис. 20:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{k3}R_{1k} = E_{11}; \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{k3}R_{2k} = E_{22}; \end{cases} \quad (69)$$

$$R_{11} = R_2 + R_5 + R_6 = 35 + 120 + 48 = 203 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_5 = -120 \text{ Ом};$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = 60 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_5 = 45 + 60 + 120 = 225 \text{ Ом};$$

$$R_{2k} = -R_3 = -45 \text{ Ом}; R_{1k} = 0 \text{ Ом};$$

$$E_{11} = E_2 = 48 \text{ В}; E_{22} = E_3 = 60 \text{ В};$$

$$\begin{cases} 203 \cdot I_{11} - 120 \cdot I_{22} = 48; \\ -120 \cdot I_{11} + 225 \cdot I_{22} = 82,5. \end{cases} \quad (70)$$

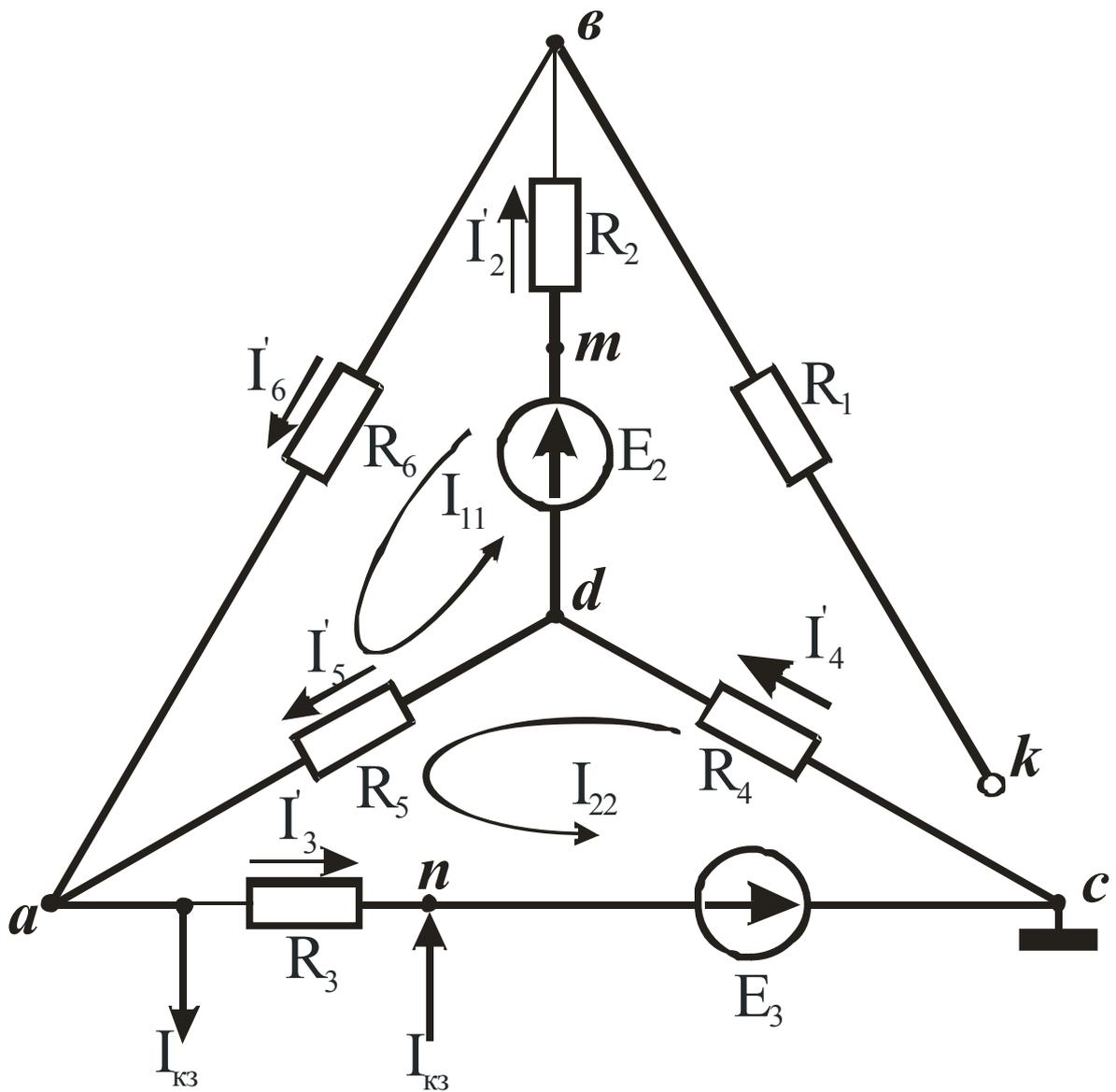


Рис. 20

Решаем эту систему уравнений:  $I_{11}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 203 & -120 \\ -120 & 225 \end{vmatrix} = 203 \cdot 225 - 120 \cdot 120 = 31275 \text{ Ом}^2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 48 & -120 \\ 82,5 & 225 \end{vmatrix} = 20700 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 203 & 48 \\ -120 & 82,5 \end{vmatrix} = 22507,5 \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{20700}{31275} = 0,66487 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{22507,5}{31275} = 0,71966 \text{ A};$$

$$\varphi_c = 0 \text{ B};$$

$$I'_2 = I_{11} = 0,66487 \text{ A};$$

$$I'_4 = I_{22} = 0,71966 \text{ A};$$

$$\varphi_d = \varphi_c - I'_4 \cdot R_4 = -0,71966 \cdot 60 = -43,18 \text{ B};$$

$$\varphi_b = \varphi_d - I'_2 \cdot R_2 + E_2 = 43,18 - 0,66187 + 48 = -18,345 \text{ B}.$$

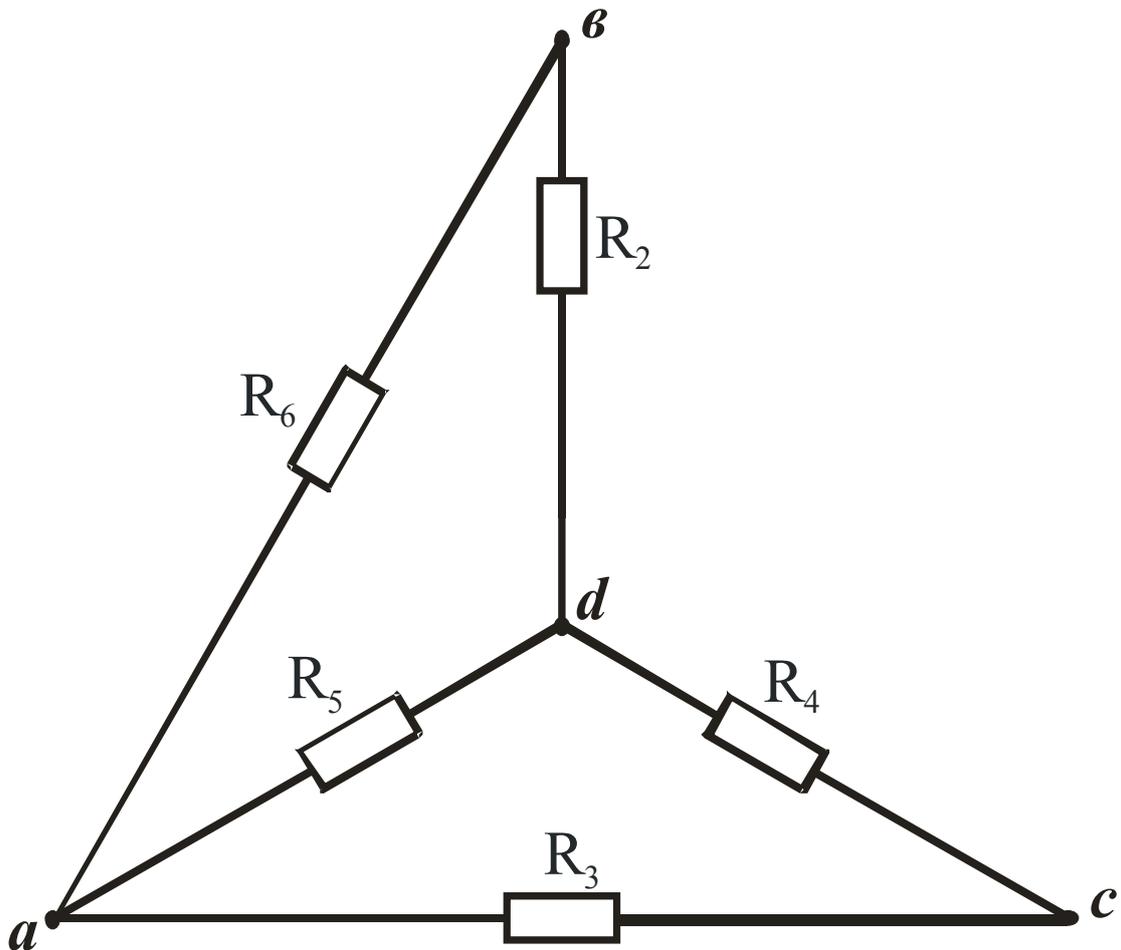


Рис. 24

$$\varphi_k = \varphi_b;$$

$$U_{xxbc} = U_{xxkc} = \varphi_k - \varphi_c = -18,345 \text{ В.}$$

Найдем эквивалентное сопротивление относительно зажимов схемы, закоротив источники ЭДС (рис. 22).

Преобразуем звезду резисторов  $R_2, R_4, R_5$  в эквивалентный треугольник резисторов (рис. 23):

$$R_{24} = R_2 + R_4 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_5} = 35 + 60 + \frac{35 \cdot 60}{120} = 112,5 \text{ Ом}; \quad (71)$$

$$R_{52} = R_5 + R_2 + \frac{R_5 \cdot R_2}{R_4} = 120 + 35 + \frac{120 \cdot 35}{60} = 225 \text{ Ом}; \quad (72)$$

$$R_{54} = R_5 + R_4 + \frac{R_5 \cdot R_4}{R_2} = 120 + 60 + \frac{120 \cdot 60}{35} = 385,7143 \text{ Ом}. \quad (73)$$

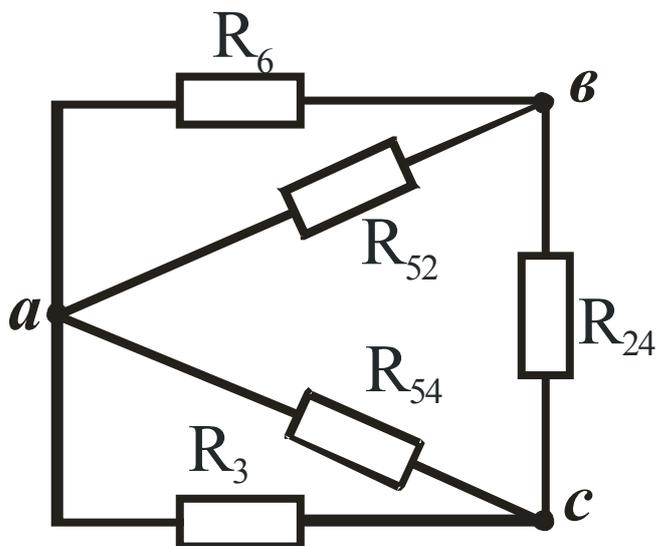


Рис. 22

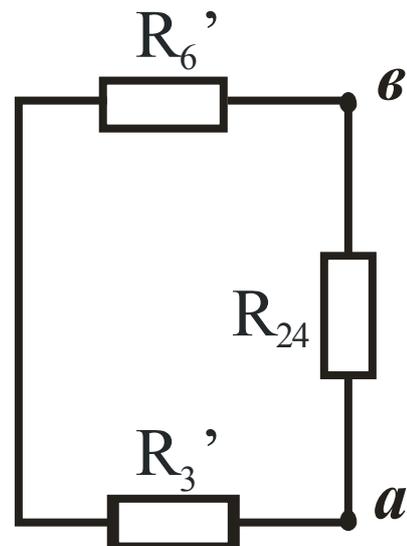


Рис. 23

$$R'_6 = \frac{R_6 \cdot R_{52}}{R_6 + R_{52}} = \frac{48 \cdot 225}{48 + 225} = 39,56 \text{ Ом}; \quad (74)$$

$$R'_3 = \frac{R_3 \cdot R_{54}}{R_3 + R_{54}} = \frac{45 \cdot 385,7143}{45 + 385,7143} = 40,3 \text{ Ом}. \quad (75)$$

Найдем входное сопротивление:

$$R_{ex} = R_9 = \frac{R_{24} \cdot (R'_6 + R'_3)}{R_{24} + R'_6 + R'_3} = \frac{112,5 \cdot (39,56 + 40,3)}{112,5 + 39,56 + 40,3} = 46,7054 \text{ Ом.} \quad (76)$$

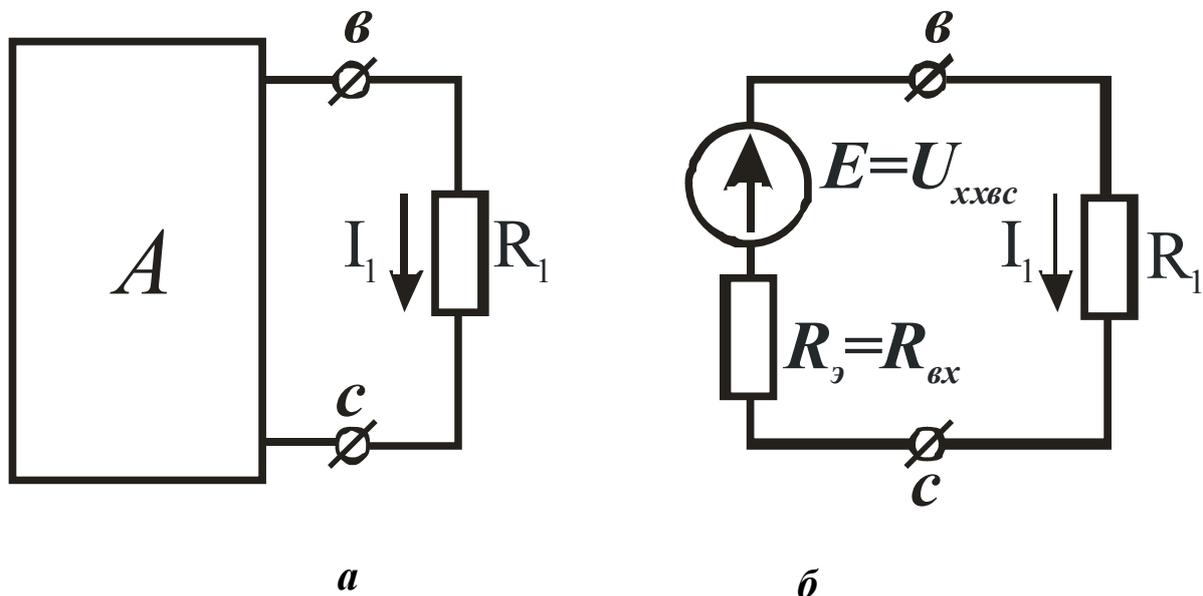


Рис. 24

Найдем ток  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{U_{xxвс}}{R_9 + R_1} = \frac{-18,345}{46,7054 + 30} = -0,239 \text{ А.} \quad (77)$$

Значение тока  $I_1$  совпадает со значениями, найденными ранее другими методами.

7. Начертим потенциальную диаграмму для контура *cdmвanc* (рис. 18):

$$\varphi_n = \varphi_c - E_3 = -60 \text{ В}; \quad \varphi_c = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_m = \varphi_d + E_2 = -36,3455 + 48 = 11,645 \text{ В}.$$

Остальные потенциалы узлов *a*, *в*, *с*, *d* возьмем из расчета по методу узловых потенциалов:

$$\varphi_c = 0 \text{ В}, \quad \varphi_a = -44,478 \text{ В};$$

$$\varphi_e = -7,175 \text{ В}; \quad \varphi_d = -36,346 \text{ В}.$$

На рис. 25 изображена потенциальная диаграмма.

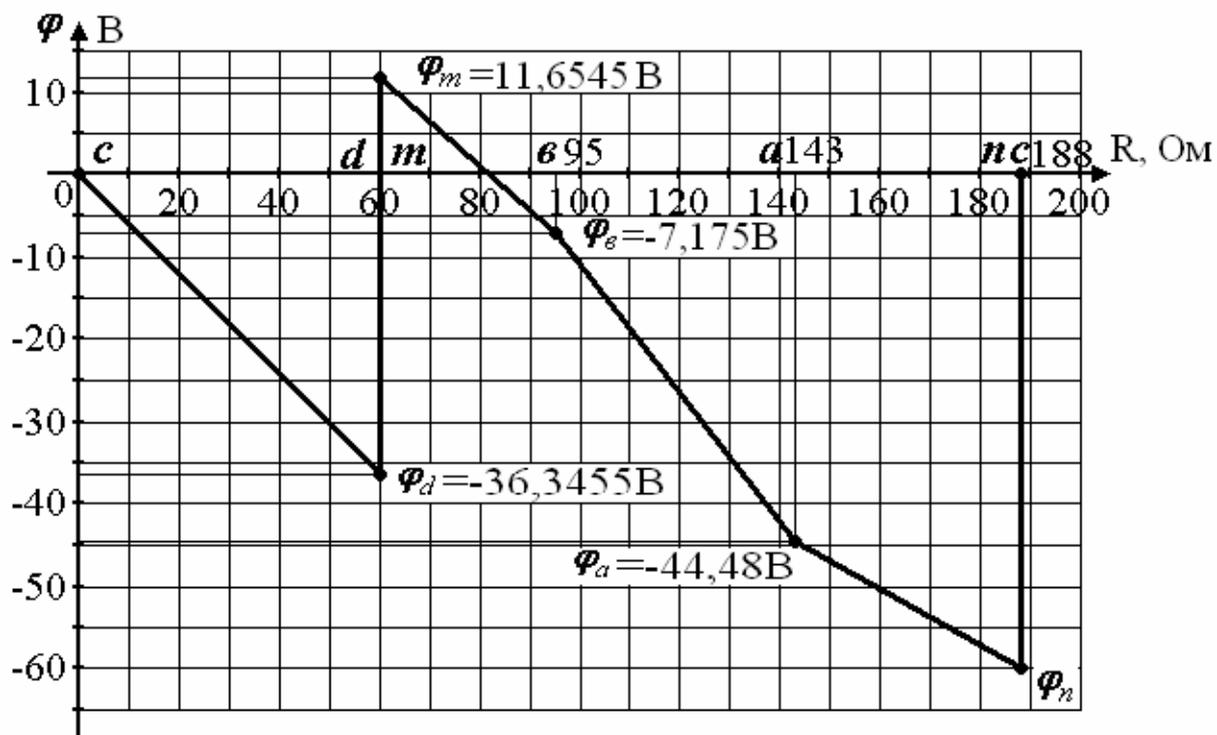
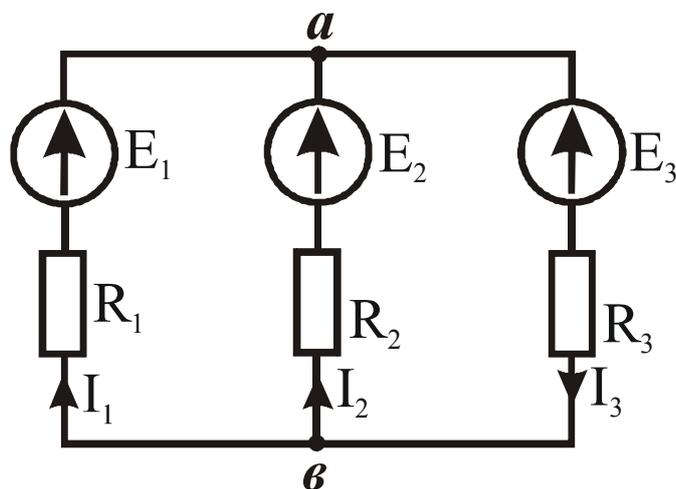


Рис. 25

### 13. Метод суперпозиции

Рассмотрим метод суперпозиции (наложения) на схеме рис. 26.



$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$E_2 = 20 \text{ В};$$

$$E_3 = 30 \text{ В};$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 25 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 50 \text{ Ом}.$$

Рис. 26

Суть метода в том, что каждый истинный ток равен алгебраической сумме токов частных режимов, рассчитанных от каждого из источников поочередно. То есть у каждого тока столько слагаемых, сколько в схеме источников.

Так в схеме рис. 26 три источника  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ . Поэтому у каждого из токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  будет три слагаемых.

$$\begin{cases} I_1 = E_1 g_{11} - E_2 g_{12} - E_3 g_{13}; \\ I_2 = -E_1 g_{21} + E_2 g_{22} - E_3 g_{23}; \\ I_3 = E_1 g_{31} + E_2 g_{32} - E_3 g_{33}. \end{cases} \quad (78)$$

Здесь  $g_{kk}$  – входные проводимости схемы относительно разрыва в  $k$ -ой ветви;

$g_{kn}$  – взаимные проводимости схемы между  $k$ -ой и  $n$ -ой ветвями.

На рис. 27 изображена схема первого частного режима, когда оставлена ЭДС  $E_1$ , а источники  $E_2$  и  $E_3$  закорачиваются, если они идеальные. Если источники реальные, то на их месте включаются их внутренние сопротивления.

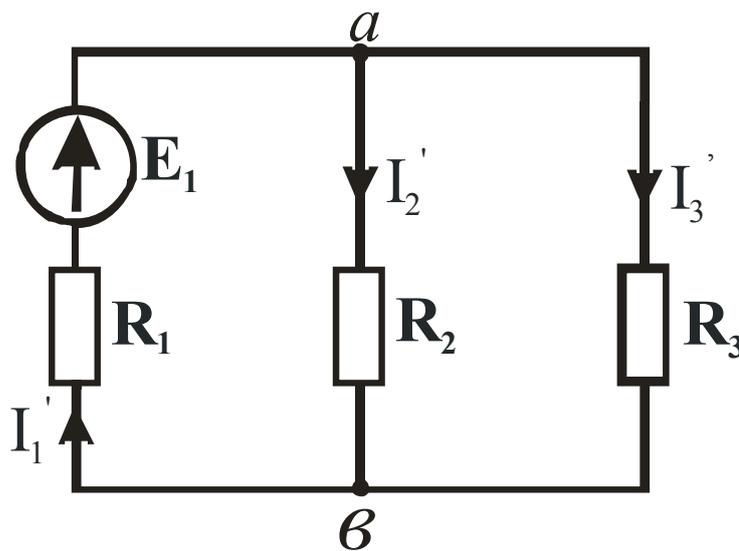


Рис. 27

Первый столбец в уравнении (78) и соответствует первому частному режиму рис. 27. По схеме рис. 27 можно найти входную проводимость схемы относительно разрыва в первой ветви  $g_{11}$ , и взаимную проводимость между второй и первой ветвями  $g_{21}$  и взаимную проводимость между третьей и первой ветвями  $g_{31}$ .

Сначала найдем ток входной ветви  $I'_1$ :

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = E_1 g_{11}, \quad (79)$$

отсюда

$$g_{11} = \frac{1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{1}{R_{11}}, \quad (80)$$

где  $R_{11}$  – входное сопротивление схемы относительно разрыва в первой ветви.

$$g_{11} = \frac{1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{1}{20 + \frac{25 \cdot 50}{25 + 50}} = 0,0(27) \text{ См.}$$

Далее найдем токи  $I'_2$  и  $I'_3$ :

$$I'_2 = \frac{E_1 - I'_1 R_1}{R_2} = E_1 g_{21}; \quad (81)$$

$$I'_3 = \frac{E_1 - I'_1 R_1}{R_3} = E_1 g_{31}, \quad (82)$$

отсюда

$$g_{21} = \frac{I'_2}{E_1}; \quad (83)$$

$$g_{31} = \frac{I'_3}{E_1}, \quad (84)$$

и в общем случае

$$g_{kn} = \frac{I_k}{E_n}, \quad (85)$$

т. е. взаимная проводимость между  $k$ -ой и  $n$ -ой ветвями равна току  $I_k$  в  $k$ -ой ветви, деленному на ЭДС  $E_n$ , включенной в  $n$ -ой ветви.

Если в выражениях (79), (83), (84) взять  $E_1$  равной одному вольту, то входная проводимость  $g_{11}$  будет численно равна току первой ветви от ЭДС один вольт, включенной в ту же первую ветвь, а взаимные проводимости  $g_{21}$  и  $g_{31}$  будут численно равны соответственно токам второй и третьей ветвей от ЭДС один вольт, включенной в первую ветвь. Поэтому простейший способ нахождения входных и взаимных проводимостей – это в схеме частного режима найти токи во всех ветвях от ЭДС один вольт.

Так в выражении (80) единицу в числителе можно считать за ЭДС один вольт.

Тогда

$$g_{21} = \frac{1 - g_{11}R_1}{R_2} = \frac{1 - 0,0(27) \cdot 20}{25} = 0,0(18) \text{ См}; \quad (86)$$

$$g_{31} = \frac{1 - g_{11}R_1}{R_3} = \frac{1 - 0,0(27) \cdot 20}{50} = 0,0(09) \text{ См}. \quad (87)$$

На рис. 28 изображена схема второго частного режима, когда оставлена ЭДС  $E_2$ , а источники  $E_1$  и  $E_3$  закорочены, поскольку считаем их идеальными.

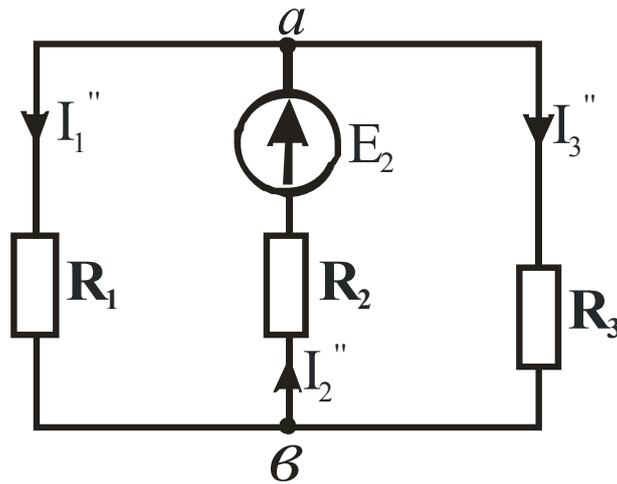


Рис. 28

Найдем входную проводимость  $g_{22}$  и взаимные проводимости  $g_{12}$ , и  $g_{32}$ , считая, что ЭДС  $E_2$  равна одному вольту:

$$g_{22} = \frac{1}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{1}{25 + \frac{20 \cdot 50}{20 + 50}} = 0,02(54) \text{ См}; \quad (88)$$

$$g_{12} = \frac{1 - g_{22} R_2}{R_1} = \frac{1 - 0,02(54) \cdot 25}{20} = 0,0(18) \text{ См}; \quad (89)$$

$$g_{32} = \frac{1 - g_{22} R_2}{R_3} = \frac{1 - 0,02(54) \cdot 25}{50} = 0,00(72) \text{ См}. \quad (90)$$

На схеме рис. 29 изображена схема третьего частного режима, когда оставлена ЭДС  $E_3$ , а источники  $E_1$  и  $E_2$  закорочены, поскольку считаем их идеальными.

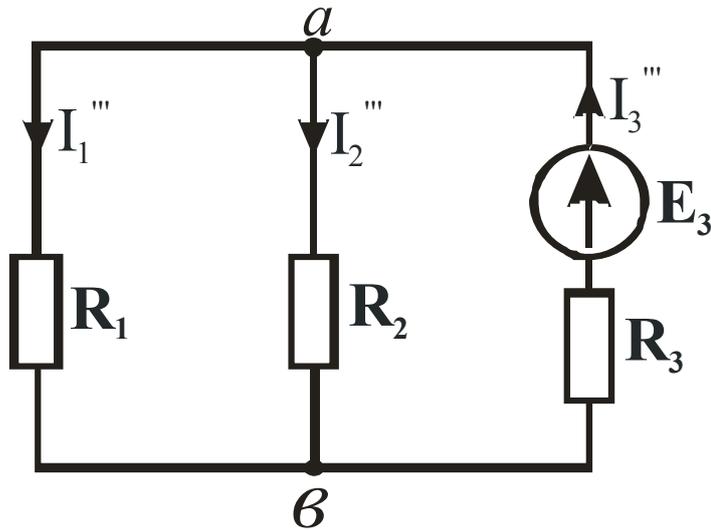


Рис. 29

Найдем входную  $g_{33}$  и взаимные  $g_{13}$  и  $g_{23}$  проводимости, считая, что ЭДС  $E_3$  равна одному вольту:

$$g_{33} = \frac{1}{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{1}{50 + \frac{20 \cdot 25}{20 + 25}} = 0,01(63) \text{ См}; \quad (91)$$

$$g_{13} = \frac{1 - g_{33} R_3}{R_1} = \frac{1 - 0,01(63) \cdot 50}{20} = 0,0(09) \text{ См}; \quad (92)$$

$$g_{23} = \frac{1 - g_{33} R_3}{R_2} = \frac{1 - 0,01(63) \cdot 50}{25} = 0,00(72) \text{ См}. \quad (93)$$

Очевидно, что  $g_{kn} = g_{nk}$ , поэтому

$$g_{12} = g_{21} = 0,0(18) \text{ См}; \quad g_{32} = g_{23} = 0,00(72) \text{ См}; \quad g_{13} = g_{31} = 0,0(09) \text{ См},$$

хотя они и рассчитаны по разным схемам частных режимов.

Все входные и взаимные проводимости найдены. Теперь найдем токи в схеме рис. 26. Правило знаков в формулах (78) следующие: произведение ЭДС на проводимость берется со знаком плюс, если направление тока частного режима совпадает с направлением тока в исходной схеме, и минус – если не совпадает.

Так в схеме рис. 27 направления токов частного режима  $I_1'$  и  $I_3'$  совпадают с направлениями токов  $I_1$  и  $I_3$  в исходной схеме, поэтому  $E_1g_{11}$  и  $E_1g_{31}$  взяты со знаком плюс. А направление тока  $I_2'$  частного режима противоположно направлению тока  $I_2$  в исходной схеме. Поэтому  $E_1g_{21}$  взято со знаком минус. Те же правила и для других частных режимов.

$$\begin{aligned}
 I_1 &= E_1g_{11} - E_2g_{12} - E_3g_{13} = \\
 &= 10 \cdot 0,0(27) - 20 \cdot 0,0(18) - 30 \cdot 0,0(09) = -0,36 \text{ A}; \\
 I_2 &= -E_1g_{21} + E_2g_{22} - E_3g_{23} = \\
 &= -10 \cdot 0,0(18) + 20 \cdot 0,02(54) - 30 \cdot 0,00(72) = 0,1(09) \text{ A}; \\
 I_3 &= E_1g_{31} + E_2g_{32} - E_3g_{33} = \\
 &= 10 \cdot 0,0(09) + 20 \cdot 0,00(72) - 30 \cdot 0,01(63) = -0,2(54) \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Проверим правильность расчета с помощью баланса мощностей.

Сначала найдем мощность источников:

$$\begin{aligned}
 P_u &= E_1I_1 + E_2I_2 - E_3I_3 = 10 \cdot (-0,36) + \\
 &+ 20 \cdot 0,1(09) - 30 \cdot (-0,2(54)) = 6,18 \text{ Вт}.
 \end{aligned} \tag{94}$$

Последнее слагаемое в выражении (94) взято со знаком минус, потому что направления ЭДС  $E_3$  и тока  $I_3$  противоположны.

Мощность приемников:

$$\begin{aligned}
 P_{np} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 R_3 = [-0,36]^2 \cdot 25 + \\
 &+ [0,1(09)]^2 \cdot 25 + [0,2(54)]^2 \cdot 50 = 6,18 \text{ Вт}.
 \end{aligned} \tag{95}$$

Как видно из расчета, мощность источников энергии  $P_u$  равна мощности приемников  $P_{np}$ , т. е. баланс мощностей выполняется и значит токи рассчитаны верно.

Если все ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_2$  в схеме рис. 26 заданы и не меняются, т. е. требуется рассчитать схему только в одном режиме, то быстрее можно рассчитать токи, алгебраически сложив токи трех частных режимов:

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' - I_1''', \\ I_2 = -I_2' + I_2'' - I_2''', \\ I_3 = I_3' + I_3'' - I_3'''. \end{cases} \quad (96)$$

Если же требуется исследовать работу схемы рис. 26 в различных режимах, в которых ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_2$  изменяется и по величине и по направлению, то необходимо пользоваться формулами (78) с использованием входных и взаимных проводимостей.

Все дело в том, что входные и взаимные проводимости не зависят от величины и направления ЭДС в ветвях схемы, а зависят только от схемы соединения и величины резисторов. Поэтому один раз, определив все входные и взаимные проводимости, можно быстро рассчитать токи в любых режимах при любой величине и направлении ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_2$ , записывая каждый раз для отдельного режима выражения, подобные выражениям (78), а также правильно учитывая знаки.

## **14. Методические указания по расчету и оформлению расчетно-графической работы**

При оформлении текста РГР желательно выполнять следующие указания:

1. В первой по тексту РГР формуле, необходимо обозначить все величины и их размерности. В дальнейшем необходимо обозначать новые появившиеся величины.

2. В тексте РГР надо не только писать, что рассчитывается в данном пункте, но и объяснять, почему так производится расчет. То есть по ходу расчета подробно описывать методику расчета, правила знаков.

При такой методике оформления РГР у студента работает не только зрительная память, но и моторная память, что приведет в конечном счете к лучшему усвоению материала.

3. Весь текст разбивается на разделы, названия которых можно взять, например, по пунктам задания.

4. В пределах раздела текст разбивается на абзацы. Первая строка абзаца должна иметь отступ 4–5 знаков.

5. Обязательно рисункам по порядку присваивать номера, чтобы в тексте на них можно было сделать ссылки.

6. Формулы в тексте также следует нумеровать по порядку.

7. В конце текста обычно располагается список литературы.

### **Библиографический список**

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник / Л. А. Бессонов. – 11-е изд. перераб. и доп. – М. : Гардарики, 2006. – 701 с.

2. Сборник задач по теоретическим основам электротехники [Текст] : учеб. пособие / под ред. Л. А. Бессонова. – М. : Высш. шк., 2000. – 528 с.

3. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники [Текст] : учеб. пособие / под ред. П. А. Ионкина – М. : Энергоиздат, 1982. – 767 с.

Варианты заданий

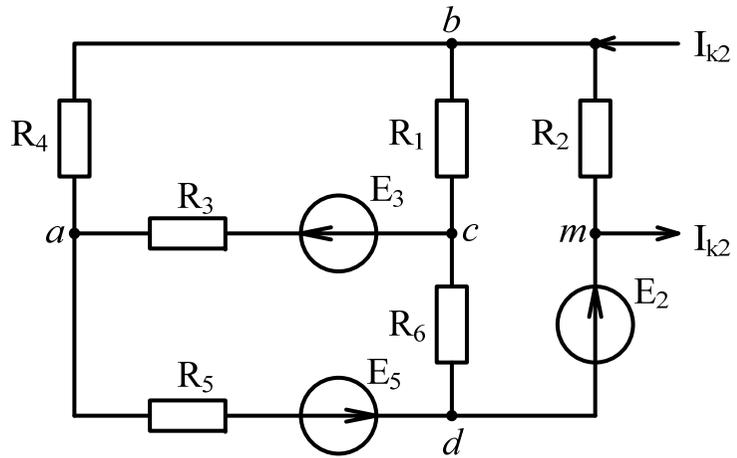


Рис. 1П

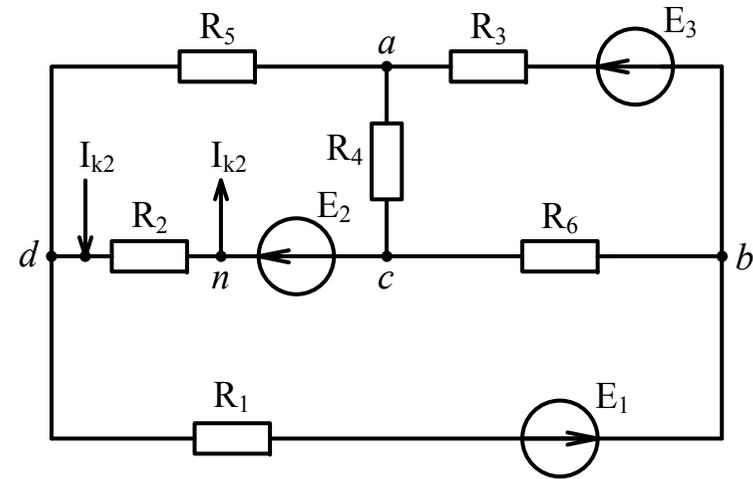


Рис. 2П

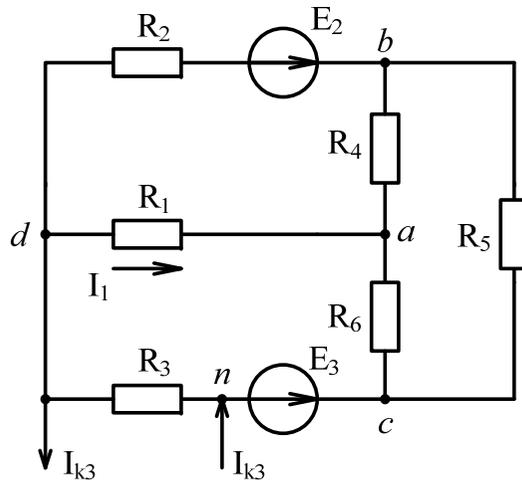


Рис. 3П

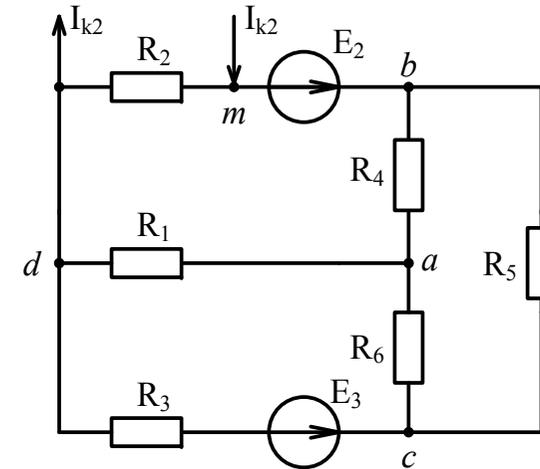


Рис. 4П

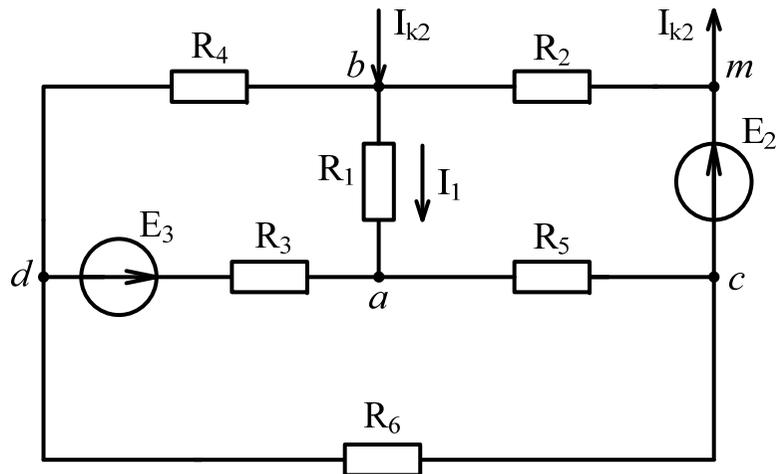


Рис. 5П

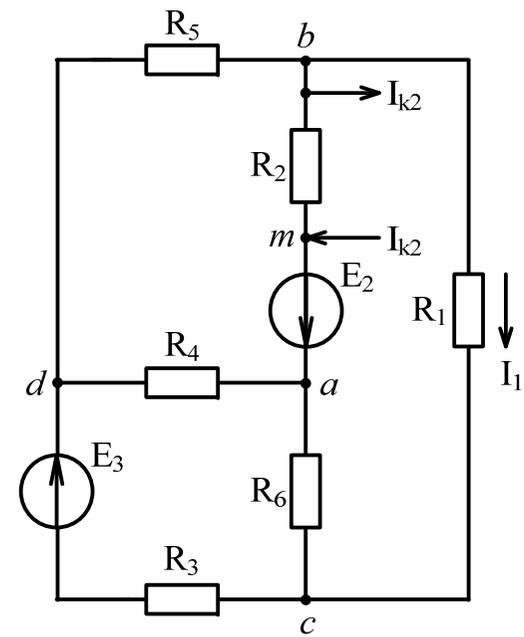


Рис. 6П

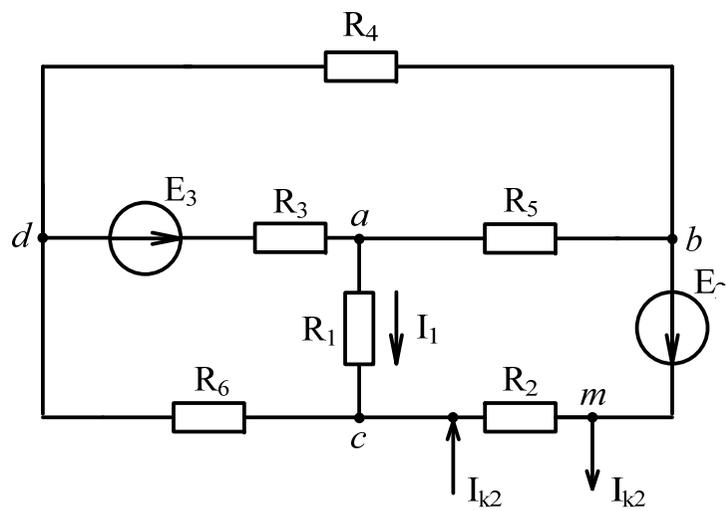


Рис. 7П

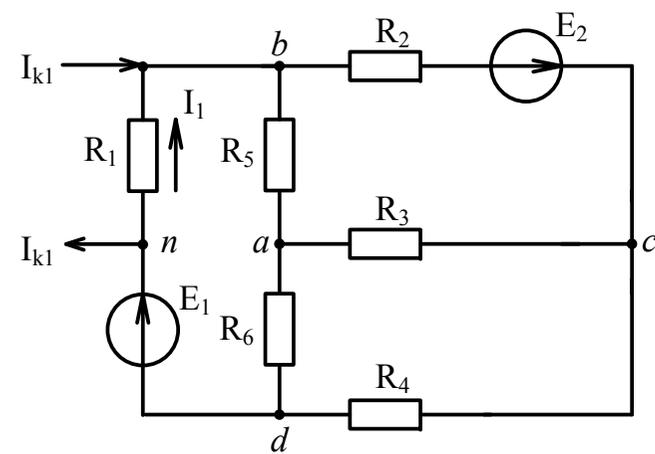


Рис. 8П

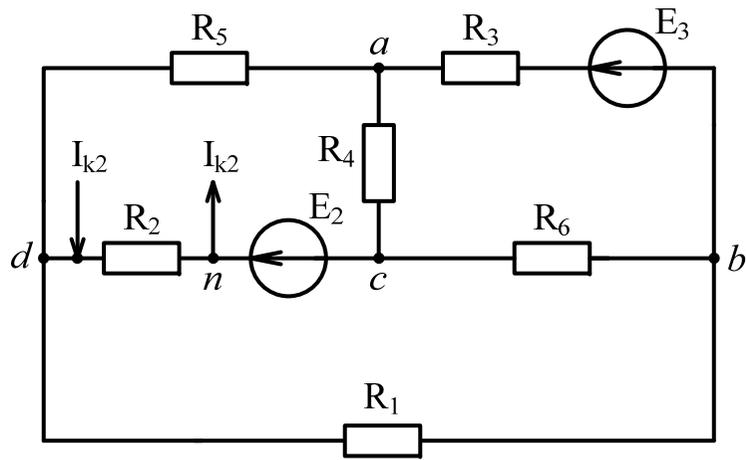


Рис. 9П

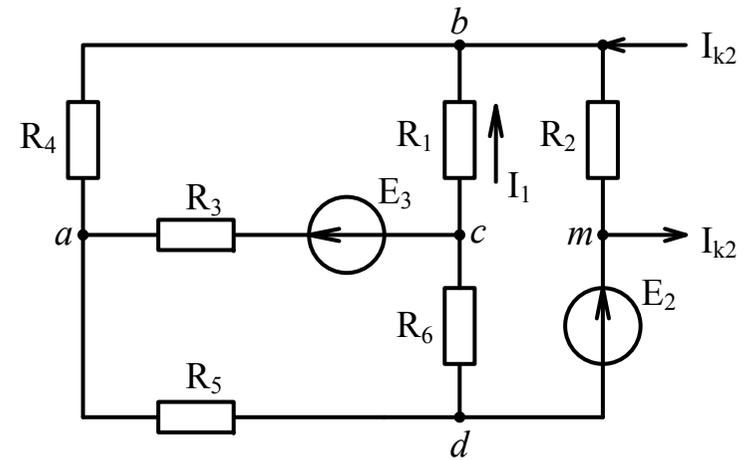


Рис. 10П

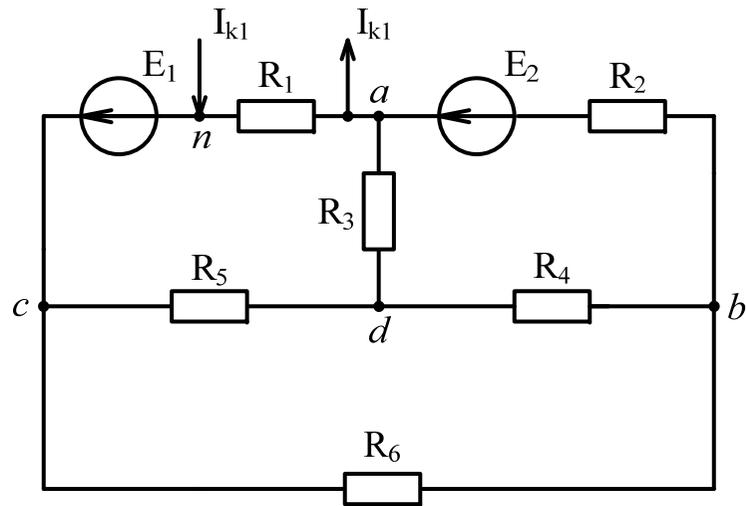


Рис. 11П

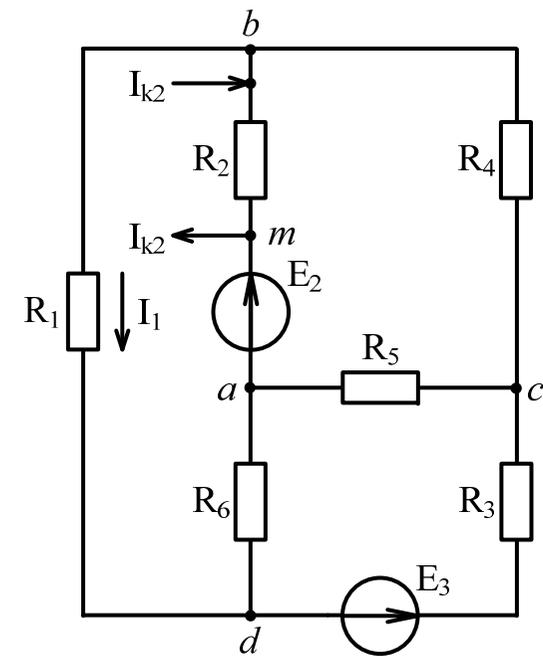


Рис. 12П

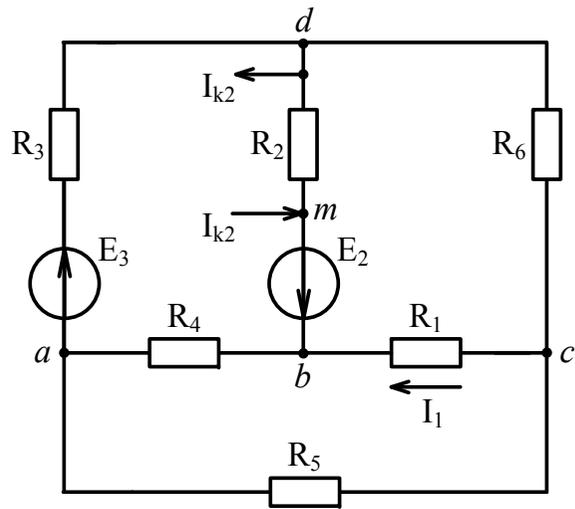


Рис. 13П

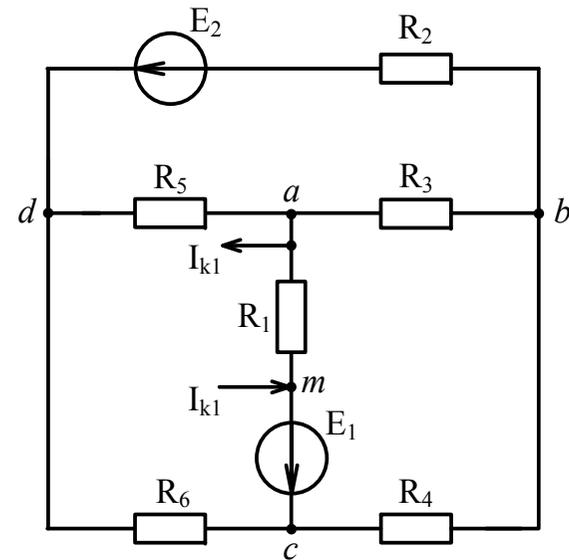


Рис. 14П

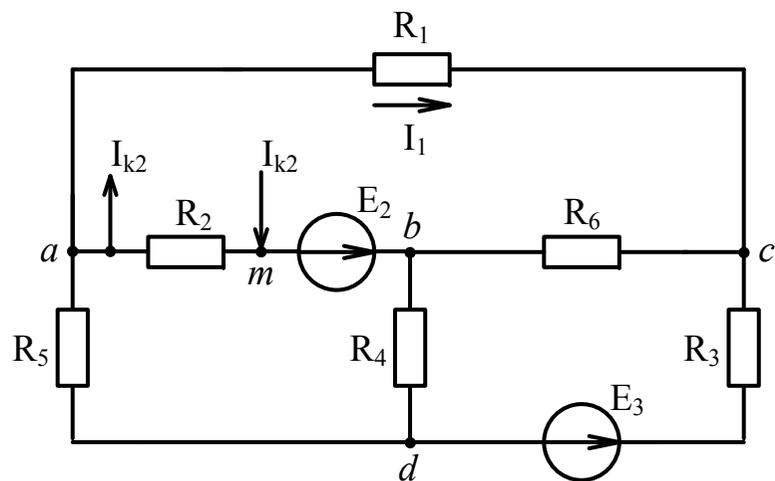


Рис. 15П

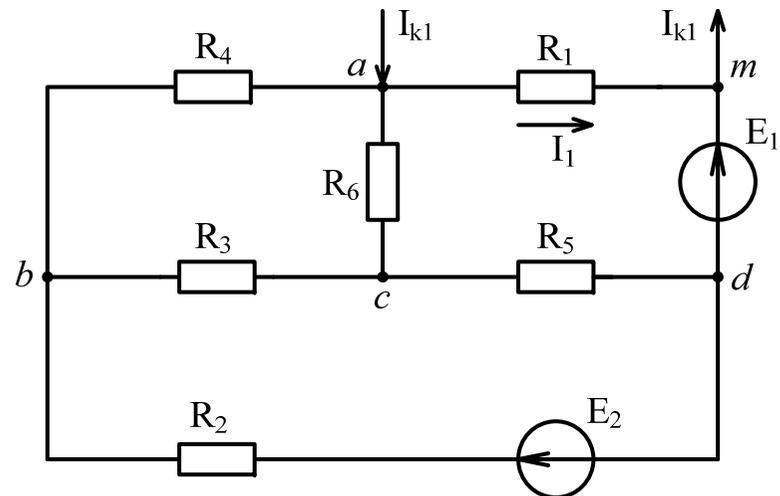


Рис. 16П

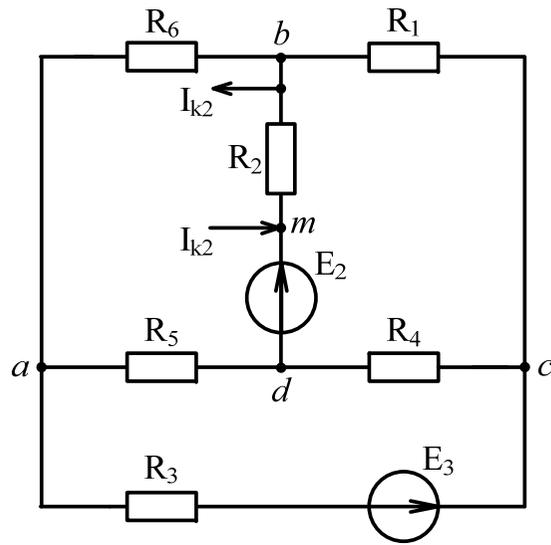


Рис. 17П

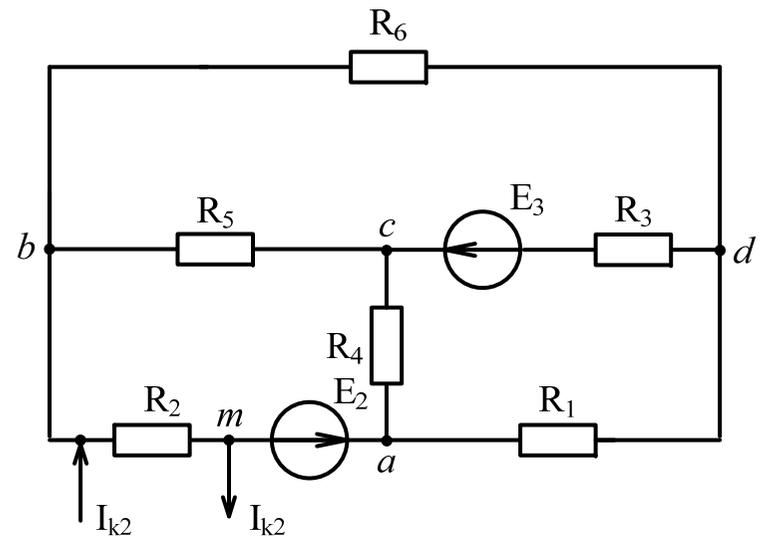


Рис. 18П

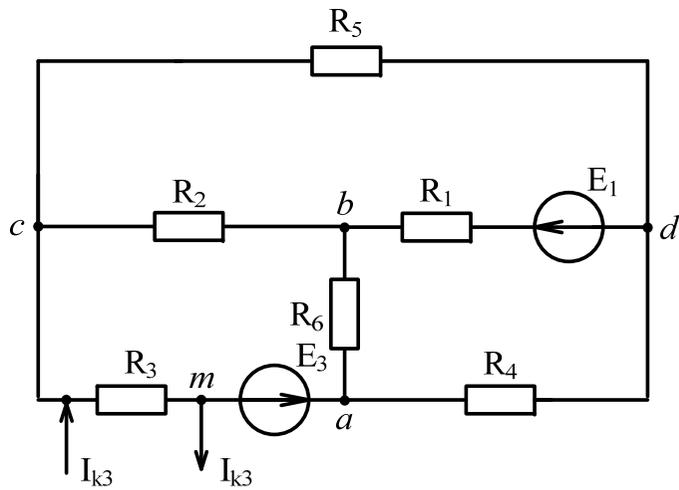


Рис. 19П

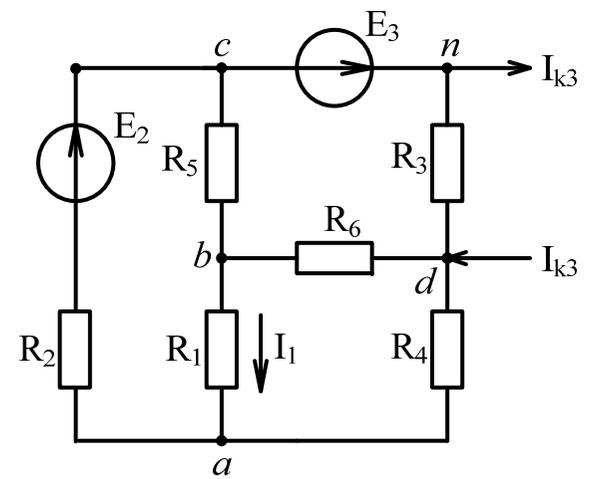


Рис. 20П

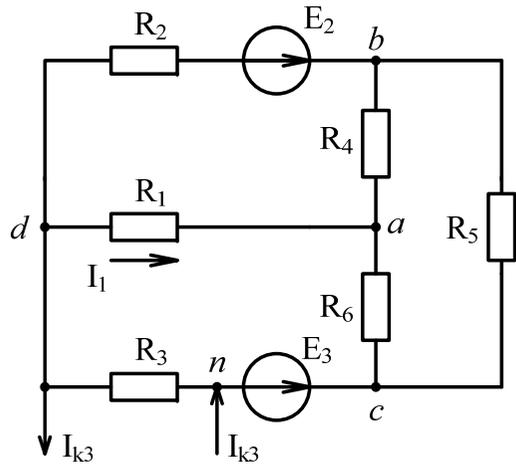


Рис. 21П

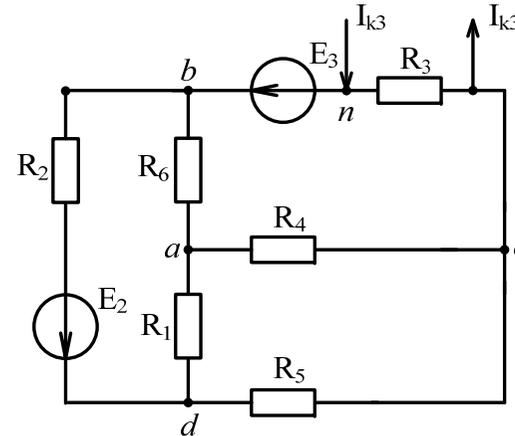


Рис. 22П

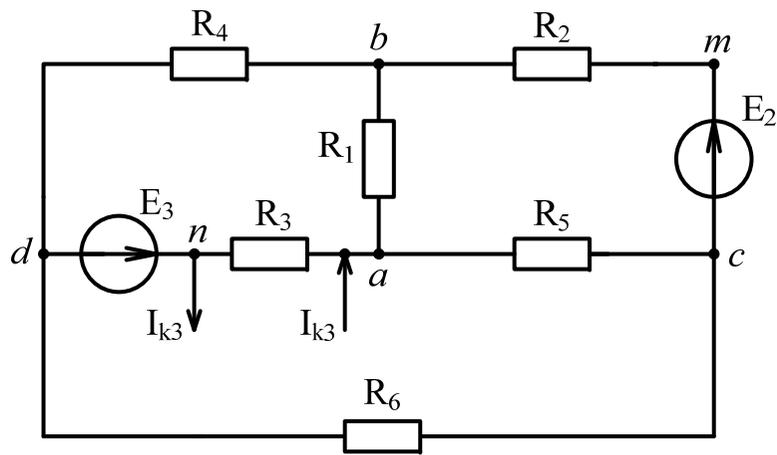


Рис. 23П

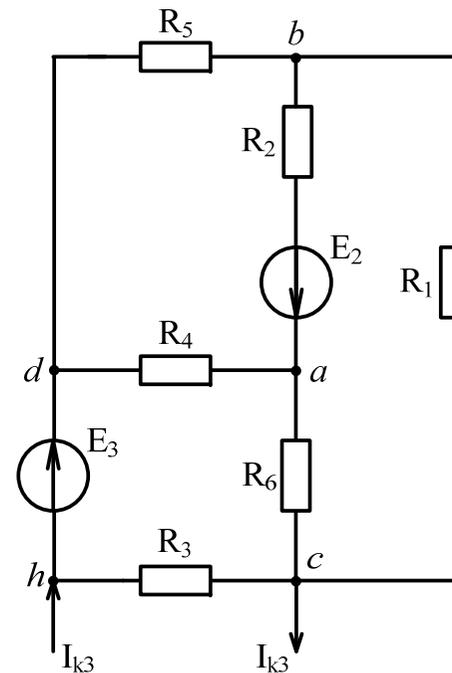


Рис. 24П

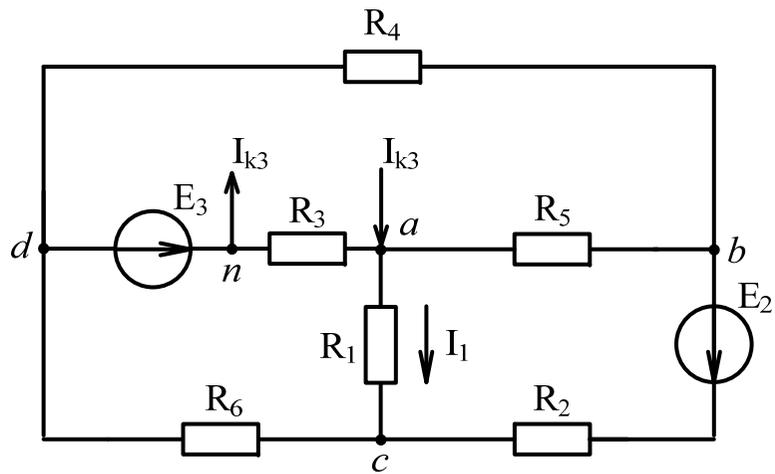


Рис. 25П

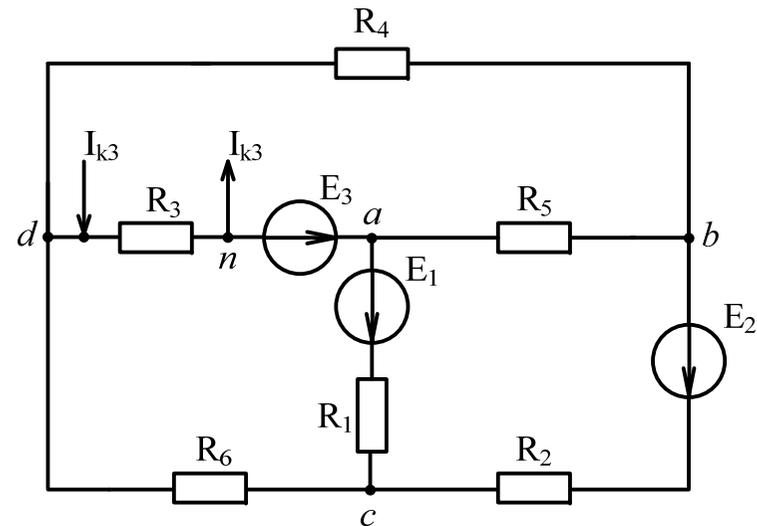


Рис. 26П

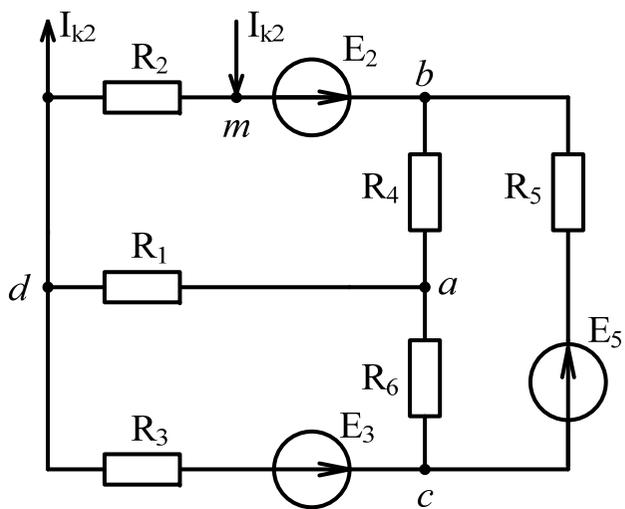


Рис. 27П

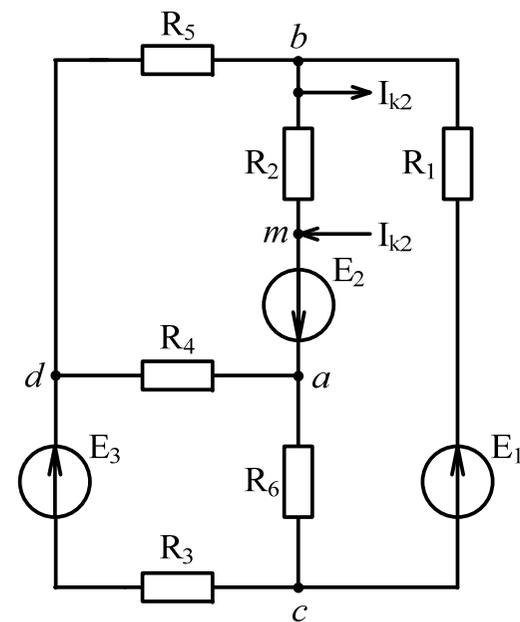


Рис. 28П

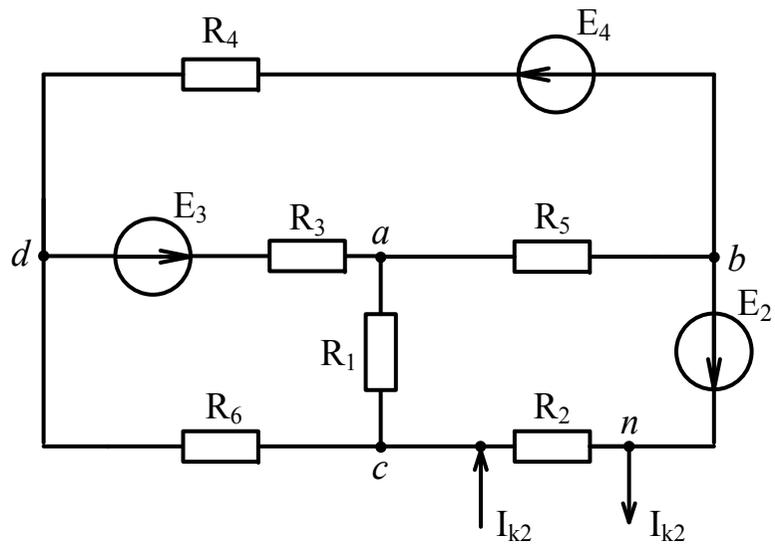


Рис. 29П

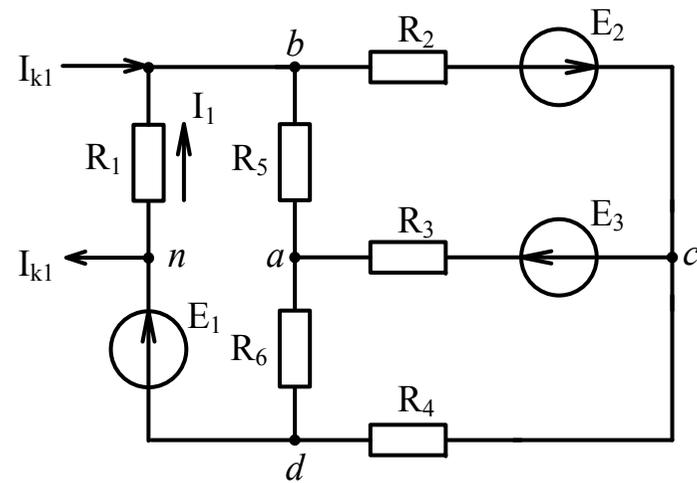


Рис. 30П

## Варианты заданий

Рисунок	Вариант	R <sub>1</sub> ,	R <sub>2</sub> ,	R <sub>3</sub> ,	R <sub>4</sub> ,	R <sub>5</sub> ,	R <sub>6</sub> ,	E <sub>1</sub> ,	E <sub>2</sub> ,	E <sub>3</sub> ,	E <sub>4</sub> ,	E <sub>5</sub> ,	I <sub>к1</sub> ,	I <sub>к2</sub> ,	I <sub>к3</sub> ,
		Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	А	А	А
1	1.1	27,5	40	50	20	35	60	–	65	75	–	100	–	2	–
	1.2	30	50	60	25	40	70	–	30	40	–	50	–	0,5	–
	1.3	40	60	70	35	50	80	–	40	50	–	60	–	1	–
	1.4	35	45	55	40	60	75	–	50	60	–	70	–	1,5	–
	1.5	25	35	65	38	45	55	–	60	70	–	80	–	2,5	–
	1.6	32	37	53	27	58	65	–	45	65	–	90	–	0,3	–
	1.7	42	43	75	30	39	72	–	55	42	–	95	–	2,8	–
2	2.1	3	2,5	44	7	3,5	4	10	7,5	11	–	–	–	1	–
	2.2	6	5	10	15	7	5	10	15	20	–	–	–	3	–
	2.3	10	8	12	20	11	15	20	30	40	–	–	–	1,5	–
	2.4	5	10	15	8	12	7	18	25	30	–	–	–	2	–
	2.5	8	6	20	14	17	13	15	21	35	–	–	–	2,5	–
	2.6	12	5	27	16	8	10	12	20	25	–	–	–	0,5	–
	2.7	7	9	13	25	5	6	17	10	45	–	–	–	3,5	–
3	3.1	13	5	2	8	11	15	–	12	16	–	–	–	–	2
	3.2	25	10	5	15	20	30	–	25	50	–	–	–	–	2

	3.3	25	15	10	20	30	5	–	40	20	–	–	–	–	1
	3.4	30	25	15	40	35	10	–	35	30	–	–	–	–	3
	3.5	15	13	3	16	22	20	–	33	40	–	–	–	–	1,5
	3.6	17	20	12	30	33	5	–	27	32	–	–	–	–	4
	3.7	23	14	20	24	40	8	–	15	60	–	–	–	–	3,5
4	4.1	19,5	7,5	3	12	16,5	22,5	–	12	30	–	–	–	0,8	–
	4.2	40	15	6	25	35	45	–	25	50	–	–	–	1	–
	4.3	20	30	10	15	25	40	–	50	80	–	–	–	2	–
	4.4	15	20	25	30	40	50	–	35	70	–	–	–	5	–
	4.5	38	22	9	17	32	30	–	45	22	–	–	–	1,8	–
	4.6	30	9	18	24	33	25	–	24	60	–	–	–	2,4	–
	4.7	17	11	20	27	15	32	–	36	40	–	–	–	3,5	–
5	5.1	10	40	50	17,5	75	20	–	34	125	–	–	–	0,4	–
	5.2	10	30	25	20	50	10	–	40	100	–	–	–	0,3	–
	5.3	15	45	37	30	40	25	–	50	110	–	–	–	1	–
	5.4	20	50	70	25	60	30	–	65	135	–	–	–	0,8	–
	5.5	17	35	47	38	65	8	–	45	105	–	–	–	0,6	–
	5.6	13	55	45	16	80	9	–	55	115	–	–	–	1,2	–
	5.7	15	42	35	26	72	11	–	30	120	–	–	–	1,4	–
6	6.1	5	9	2,5	5	4	3	–	8,2	17,5	–	–	–	0,2	–

	6.2	10	15	5	10	5	6	–	10	20	–	–	–	0,3	–
	6.3	15	30	10	20	12	9	–	20	30	–	–	–	0,5	–
	6.4	20	40	20	30	25	15	–	30	40	–	–	–	0,8	–
	6.5	7	18	15	9	27	11	–	28	55	–	–	–	0,9	–
	6.6	12	27	7,5	15	9	20	–	17	35	–	–	–	1,1	–
	6.7	17	36	21	7	8	10	–	23	45	–	–	–	1,3	–
7	7.1	2	6,5	4,5	5	2,5	3	–	6,7	5	–	–	–	0,2	–
	7.2	5	10	6	8	3	6	–	10	20	–	–	–	0,3	–
	7.3	8	15	10	20	5	9	–	25	30	–	–	–	0,6	–
	7.4	20	35	15	30	10	25	–	45	40	–	–	–	1	–
	7.5	3	7	5	21	11	10	–	35	10	–	–	–	1,4	–
	7.6	6	11	7	29	20	18	–	50	25	–	–	–	1,8	–
	7.7	9	16	11	3	25	5	–	15	35	–	–	–	2,2	–
8	8.1	65	20	30	40	55	22,5	4,7	12,5	–	–	–	0,02	–	–
	8.2	50	25	40	45	60	25	10	20	–	–	–	0,2	–	–
	8.3	70	30	40	50	60	27	15	30	–	–	–	0,3	–	–
	8.4	75	40	45	60	70	30	50	35	–	–	–	0,5	–	–
	8.5	55	35	42	47	65	22	20	42	–	–	–	0,6	–	–
	8.6	80	27	31	55	72	21	30	16	–	–	–	0,7	–	–
	8.7	60	32	47	65	20	29	40	18	–	–	–	0,8	–	–

9	9.1	3	2,5	4	7	3,5	4	–	7,5	11	–	–	–	1	–
	9.2	6	5	10	15	7	5	–	10	20	–	–	–	2	–
	9.3	9	10	15	30	12	16	–	25	30	–	–	–	0,5	–
	9.4	5	15	30	18	11	20	–	15	40	–	–	–	1	–
	9.5	7	12	8	29	15	18	–	20	38	–	–	–	1,5	–
	9.6	8	13	25	11	10	21	–	18	35	–	–	–	2,5	–
	9.7	4	14	19	28	10	22	–	22	40	–	–	–	2,7	–
10	10.1	27,5	40	50	20	35	60	–	6,5	7,5	–	–	–	0,15	–
	10.2	30	50	60	25	40	70	–	15	20	–	–	–	0,2	–
	10.3	40	60	70	35	50	80	–	30	40	–	–	–	0,3	–
	10.4	50	70	75	40	60	85	–	40	50	–	–	–	1	–
	10.5	28	42	53	24	40	66	–	13	17	–	–	–	0,4	–
	10.6	31	52	63	29	45	76	–	23	33	–	–	–	0,6	–
	10.7	41	62	73	39	50	86	–	33	45	–	–	–	0,8	–
11	11.1	55	30	22,5	75	40	25	8,1	7	–	–	–	0,08	–	–
	11.2	50	25	30	50	40	25	10	30	–	–	–	0,2	–	–
	11.3	60	40	25	90	45	20	15	20	–	–	–	0,3	–	–
	11.4	70	50	40	100	60	30	25	40	–	–	–	0,5	–	–
	11.5	58	46	24	93	55	28	13	35	–	–	–	0,7	–	–
	11.6	64	27	37	73	50	21	26	45	–	–	–	0,9	–	–

	11.7	68	18	43	86	52	25	21	48	–	–	–	0,1	–	–
12	12.1	3,5	6	2	4,5	7,5	4	–	7	5	–	–	–	0,5	–
	12.2	5	10	4	15	8	6	–	15	30	–	–	–	1	–
	12.3	7	12	5	9	15	8	–	10	20	–	–	–	0,7	–
	12.4	10	15	8	20	16	9	–	18	35	–	–	–	2	–
	12.5	8	11	3	22	17	5	–	20	37	–	–	–	1,2	–
	12.6	6	16	10	9	14	3	–	16	29	–	–	–	1,5	–
	12.7	9	18	7	13	20	10	–	14	32	–	–	–	2,3	–
13	13.1	15	20	11	5	7	25	–	7,5	7,5	–	–	–	0,2	–
	13.2	20	25	12	5	15	30	–	15	20	–	–	–	0,3	–
	13.3	30	40	20	10	15	50	–	25	35	–	–	–	1	–
	13.4	25	30	15	8	10	40	–	20	25	–	–	–	0,5	–
	13.5	17	35	10	7	14	45	–	9	26	–	–	–	0,8	–
	13.6	22	28	16	6	9	40	–	13	32	–	–	–	0,6	–
	13.7	27	33	21	5	8	50	–	19	35	–	–	–	0,4	–
14	14.1	7,5	6	5	4,5	4	3,5	3,5	10	–	–	–	0,4	–	–
	14.2	10	12	8	15	6	7	10	30	–	–	–	0,5	–	–
	14.3	15	12	10	9	8	12	20	15	–	–	–	0,7	–	–
	14.4	20	15	25	13	18	30	25	30	–	–	–	1	–	–
	14.5	9	7	15	18	12	35	23	20	–	–	–	0,9	–	–

	14.6	12	16	22	5	10	25	27	30	–	–	–	1,1	–	–
	14.7	22	17	26	7	14	20	11	35	–	–	–	1,3	–	–
15	15.1	2	3,5	5	6	10	2,75	–	6,5	10	–	–	–	1	–
	15.2	5	7	10	12	20	6	–	20	30	–	–	–	1	–
	15.3	4	8	15	10	25	7	–	15	35	–	–	–	0,5	–
	15.4	5	15	20	15	30	10	–	25	40	–	–	–	1	–
	15.5	3	9	12	15	24	7	–	8	13	–	–	–	0,6	–
	15.6	6	4	17	13	29	11	–	22	33	–	–	–	0,7	–
	15.7	2	10	22	18	34	15	–	17	38	–	–	–	0,8	–
16	16.1	2	5,5	2,5	6	3,5	4	10,5	5	–	–	–	1	–	–
	16.2	5	12	6	15	7	8	20	30	–	–	–	1	–	–
	16.3	4	11	5	12	8	10	25	15	–	–	–	0,5	–	–
	16.4	10	20	30	25	15	17	31	29	–	–	–	1,5	–	–
	16.5	3	13	28	17	10	9	32	26	–	–	–	1,4	–	–
	16.6	6	14	26	18	20	10	33	25	–	–	–	1,3	–	–
	16.7	7	16	24	19	25	11	34	24	–	–	–	1,2	–	–
17	17.1	4,5	10	8	20	15	11	–	10	9	–	–	–	0,5	–
	17.2	9	20	15	40	30	25	–	20	30	–	–	–	0,5	–
	17.3	18	25	10	35	20	22	–	30	20	–	–	–	0,6	–
	17.4	30	35	20	45	40	30	–	50	40	–	–	–	1	–

	17.5	10	26	13	44	33	8	–	51	35	–	–	–	0,8	–
	17.6	16	32	20	39	23	10	–	31	24	–	–	–	0,7	–
	17.7	22	38	15	49	43	9	–	21	45	–	–	–	0,4	–
18	18.1	2,5	5	6	3,5	4	7,5	–	6	12,5	–	–	–	0,3	–
	18.2	5	10	12	7	8	15	–	20	30	–	–	–	0,5	–
	18.3	10	15	20	8	12	25	–	12	35	–	–	–	1	–
	18.4	7	12	15	10	5	20	–	15	20	–	–	–	1,5	–
	18.5	10	6	21	5	13	8	–	18	32	–	–	–	1,3	–
	18.6	3	7	19	6	11	16	–	16	34	–	–	–	1,2	–
	18.7	5	8	18	4	10	26	–	14	36	–	–	–	1,1	–
19	19.1	22	24	5	35	11	28	20	–	32	–	–	–	–	0,3
	19.2	24	23	7	47	14	29	25	–	34	–	–	–	–	0,6
	19.3	26	22	6	45	17	31	30	–	36	–	–	–	–	1,2
	19.4	28	21	8	43	20	30	35	–	38	–	–	–	–	0,9
	19.5	30	20	9	37	23	32	40	–	30	–	–	–	–	1,5
	19.6	32	19	4	39	26	34	45	–	42	–	–	–	–	2,1
	19.7	34	18	3	41	29	38	50	–	44	–	–	–	–	1,8
20	20.1	26	10	18	14	20	8	–	20	24	–	–	–	–	2
	20.2	50	20	35	30	40	15	–	40	60	–	–	–	–	2
	20.3	13	8	9	7	10	4	–	15	20	–	–	–	–	1

	20.4	15	10	20	5	25	30	–	50	40	–	–	–	–	3
	20.5	28	12	39	6	21	9	–	45	65	–	–	–	–	4
	20.6	48	22	37	4	24	16	–	35	45	–	–	–	–	3,5
	20.7	18	10	35	8	22	5	–	25	70	–	–	–	–	2,5
21	21.1	26	10	4	16	22	30	–	24	32	–	–	–	–	2
	21.2	50	20	8	30	45	60	–	50	70	–	–	–	–	2
	21.3	13	6	5	8	11	15	–	20	16	–	–	–	–	1
	21.4	20	10	15	30	25	40	–	45	50	–	–	–	–	3
	21.5	28	8	3	10	23	55	–	28	75	–	–	–	–	1,8
	21.6	32	7	5	29	19	50	–	47	65	–	–	–	–	2,8
	21.7	34	5	9	24	28	45	–	23	80	–	–	–	–	3,2
22	22.1	8	16	12	20	26	20	–	60	24	–	–	–	–	0,5
	22.2	15	30	25	40	50	45	–	100	50	–	–	–	–	0,5
	22.3	20	32	25	30	40	50	–	70	25	–	–	–	–	1
	22.4	30	40	35	50	60	70	–	80	40	–	–	–	–	2
	22.5	35	45	40	60	65	80	–	90	50	–	–	–	–	3
	22.6	9	43	28	35	62	85	–	75	45	–	–	–	–	3,4
	22.7	7	31	37	45	53	75	–	85	55	–	–	–	–	2,4
23	23.1	40	160	200	70	300	80	–	200	200	–	–	–	–	1,5
	23.2	30	120	150	50	130	60	–	150	120	–	–	–	–	1

	23.3	20	80	100	35	85	40	–	100	80	–	–	–	–	1,2
	23.4	10	40	50	45	70	30	–	70	60	–	–	–	–	2
	23.5	25	170	190	60	105	55	–	160	130	–	–	–	–	1,6
	23.6	35	110	70	40	95	65	–	150	140	–	–	–	–	1,8
	23.7	42	100	120	55	80	70	–	90	150	–	–	–	–	1,7
24	24.1	5	4	2	15	6	3	–	15	40	–	–	–	–	2
	24.2	8	9	5	12	4	5	–	18	37	–	–	–	–	1,5
	24.3	10	18	5	10	8	6	–	25	30	–	–	–	–	1
	24.4	15	20	8	5	11	9	–	30	25	–	–	–	–	0,5
	24.5	11	19	2	13	7	4	–	23	32	–	–	–	–	0,8
	24.6	16	21	5	14	3	8	–	28	39	–	–	–	–	0,4
	24.7	19	23	3	16	5	7	–	31	42	–	–	–	–	0,7
25	25.1	8	26	18	20	10	12	–	32	11	–	–	–	–	0,5
	25.2	15	50	35	40	20	25	–	70	25	–	–	–	–	0,5
	25.3	20	30	50	35	25	15	–	50	15	–	–	–	–	1
	25.4	30	35	60	40	30	20	–	55	20	–	–	–	–	2,5
	25.5	9	31	55	38	26	17	–	60	13	–	–	–	–	2,3
	25.6	10	29	45	36	15	19	–	65	17	–	–	–	–	2,1
	25.7	11	36	58	42	29	21	–	75	22	–	–	–	–	1,9
26	26.1	10	25	18	20	12	15	32	10	20	–	–	–	–	0,5

	26.2	15	40	35	45	24	25	50	25	30	–	–	–	–	1
	26.3	20	30	50	38	28	16	80	15	40	–	–	–	–	2
	26.4	30	50	60	42	32	20	40	30	50	–	–	–	–	1,5
	26.5	9	41	48	36	15	24	55	12	25	–	–	–	–	0,8
	26.6	8	37	52	44	25	22	45	27	35	–	–	–	–	0,6
	26.7	7	28	54	41	30	18	65	32	45	–	–	–	–	1,2
27	27.1	20	8	3	12	17	22	–	12	30	–	20	–	1	–
	27.2	40	15	6	25	35	45	–	25	50	–	30	–	1	–
	27.3	20	30	10	15	25	40	–	50	80	–	40	–	2	–
	27.4	35	42	15	30	40	50	–	45	70	–	35	–	3	–
	27.5	25	11	4	18	29	43	–	42	90	–	25	–	2,4	–
	27.6	29	13	6	16	31	47	–	40	85	–	45	–	2,6	–
	27.7	27	12	5	19	36	52	–	32	75	–	15	–	2,8	–
28	28.1	5	9	3	6	4	7	10	8	18	–	–	–	2	–
	28.2	10	15	5	10	4	6	20	16	30	–	–	–	1	–
	28.3	10	18	6	12	8	14	20	30	40	–	–	–	3	–
	28.4	8	20	4	8	10	10	15	20	15	–	–	–	2	–
	28.5	13	23	8	11	6	16	18	10	28	–	–	–	3,2	–
	28.6	10	21	7	5	13	9	12	15	23	–	–	–	3,5	–
	28.7	7	25	9	14	5	11	16	24	38	–	–	–	4	–

29	29.1	2	6,5	4,5	5	2,5	3	–	6,7	5	10	–	–	0,2	–
	29.2	5	10	6	8	3	6	–	10	20	30	–	–	0,3	–
	29.3	10	20	12	16	6	13	–	20	30	40	–	–	1	–
	29.4	15	30	20	25	10	50	–	40	55	45	–	–	2	–
	29.5	3	32	13	18	5	7	–	8	60	35	–	–	1,3	–
	29.6	8	34	16	19	11	4	–	13	40	50	–	–	0,6	–
	29.7	2	33	11	21	4	8	–	16	45	25	–	–	0,4	–
30	30.1	65	20	30	40	55	22,5	50	100	40	–	–	3	–	–
	30.2	50	25	40	45	60	25	10	20	50	–	–	2	–	–
	30.3	70	30	40	50	60	27	15	30	80	–	–	1	–	–
	30.4	55	40	35	30	65	30	20	50	60	–	–	1,5	–	–
	30.5	56	29	37	42	68	26	25	60	85	–	–	2,5	–	–
	30.6	58	22	39	36	63	29	11	23	65	–	–	2,8	–	–
	30.7	57	28	33	46	67	21	25	31	70	–	–	2,2	–	–

Учебное издание

Гаврилов Геннадий Георгиевич

**ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ  
ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА**

Учебно-методическое пособие

Подписано к использованию 27.05.2013. Заказ № 955.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Вятский государственный университет».

610000, г. Киров, ул. Московская, 36, тел.: (8332) 64-23-56, <http://vyatsu.ru>