

В. А. НЕХАЕВ, В. А. НИКОЛАЕВ, А. Н. СМАЛЕВ

**ТЕОРИЯ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

ЧАСТЬ 2

ОМСК 2014

2. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ САУ

2.1. Краткие сведения из теории

В некоторых случаях для упрощения задачи составления дифференциальных уравнений динамики системы и исследования ее динамических свойств можно воспользоваться представлением системы в виде структурной схемы, состоящей из динамических звеньев с типовыми передаточными функциями, соответствующих отдельным функциональным устройствам реальной САУ. В любой схеме САУ всегда можно выделить следующие основные элементы: одномерное динамическое звено, узел (разветвление), сумматор и устройство сравнения.

При выполнении топологических преобразований схему стремятся привести к типовому виду: в виде единственного динамического звена (для случая исследования разомкнутой системы) либо в виде схемы с единичной (жесткой) отрицательной обратной связью (для случая анализа замкнутой системы).

Различают три основных вида соединения динамических звеньев: последовательное, параллельное согласное и параллельное встречное. Каждое из указанных соединений можно заменить одним динамическим звеном с передаточной функцией, определяемой по формуле:

для последовательного соединения –

$$W(s) = W_1(s)W_2(s); \quad (48)$$

для параллельного согласного соединения –

$$W(s) = \pm W_1(s) \pm W_2(s); \quad (49)$$

для параллельно встречного соединения –

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \mp W_1(s)W_2(s)}. \quad (50)$$

В более сложных случаях применяют специальные правила преобразования структурных схем САУ. Главное условие такого преобразования: в эквивалентной схеме после преобразования любой выбранный сигнал от начала до конца контура (или канала передачи сигнала) должен последовательно проходить через те же динамические звенья, что и в исходной схеме.

2.2. Пример решения задачи

Пример 3. Модель САУ представлена в виде структурной схемы, изображенной на рис. 3. Выполнив структурные преобразования данной схемы, определить передаточную функцию для случая разомкнутого и замкнутого состояния системы.

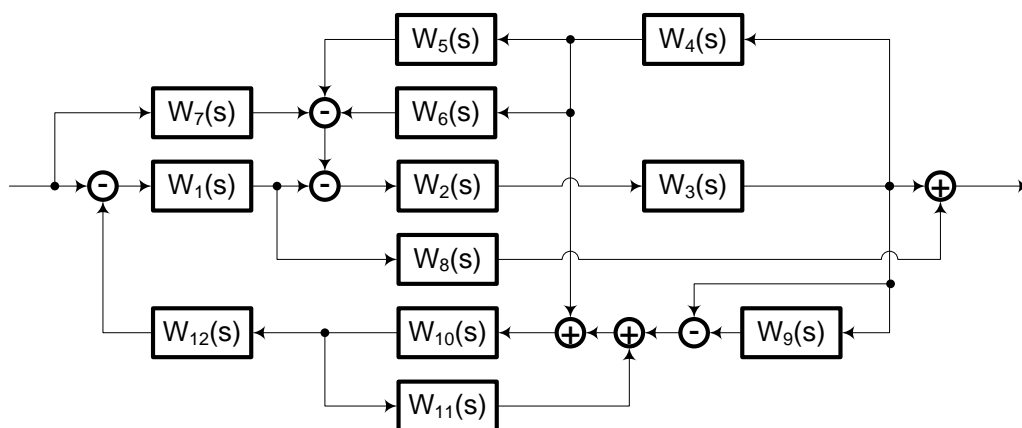


Рис. 3. Исходная структурная схема линейной САУ для примера 3

Решение.

В первую очередь обозначим простейшие виды соединения звеньев (рис. 5 в работе [3]), представленные в схеме в явном виде, и преобразуем их. Вводя новые передаточные функции для обозначения преобразованных участков схемы, продолжим текущую их нумерацию. Отметим на схеме последовательное и параллельное согласное соединение звеньев, обозначив их соответственно $W_{13}(s)$ и $W_{14}(s)$ (рис. 4). Передаточная функция последовательного соединения согласно схеме будет иметь вид:

$$W_{13}(s) = W_2(s)W_3(s). \quad (51)$$

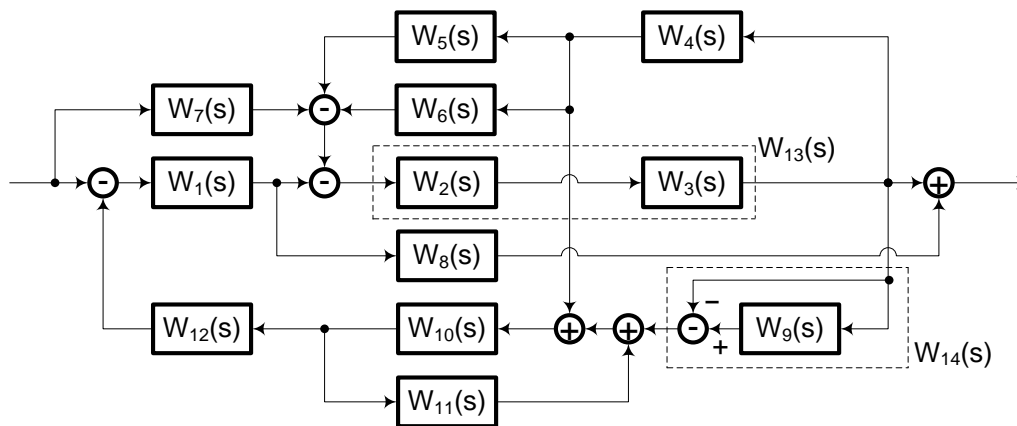


Рис. 4. Структурная схема после обозначения простейших соединений

Параллельное согласное соединение имеет один из каналов с единичной передаточной функцией (соединительная линия, не содержащая динамического звена), этот канал примыкает сбоку к устройству сравнения (со знаком «минус»), поэтому после расстановки знаков передаточную функцию такого соединения можно записать следующим образом:

$$W_{14}(s) = W_9(s) - 1. \quad (52)$$

После проведенных преобразований структурная схема будет иметь вид, представленный на рис. 5.

Больше простейших соединений звеньев в схеме в явном виде нет. Однако можно выполнить несложные преобразования схемы, которые не меняют ее структуру. Первое свойство характеризуется равенством сигнала, входящего в узел, и всех выходящих из него сигналов (строка 1 в табл. 5 работы [3]) – обозначены буквой x . Номер строки применяемого свойства из табл. 5 работы [3] обозначен в круге рядом с областью выполняемого преобразования, отмечен-

ной пунктиром. Перемещение узла из начального положения (закрашенная точка) в конечное (пустая точка) показано на рис. 5 прозрачной стрелкой.

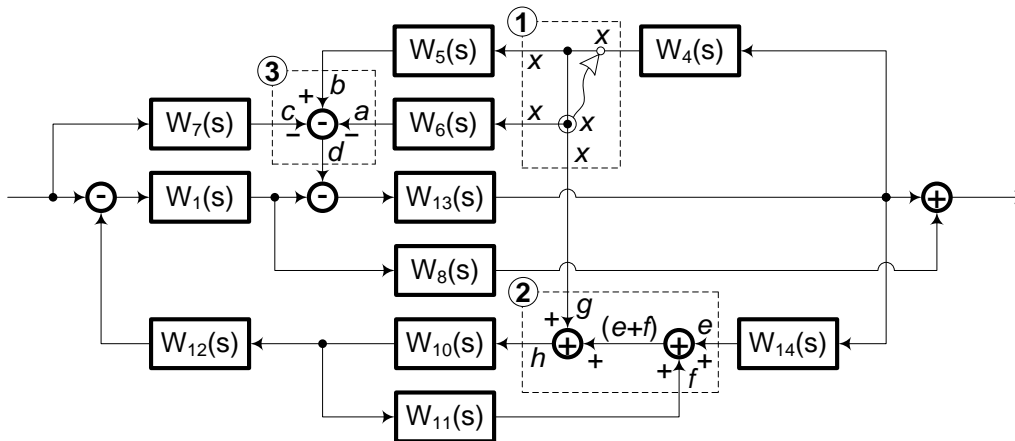


Рис. 5. Структурная схема после объединения звеньев

Поскольку сумматоры (устройства сравнения) выполняют операцию алгебраической суммы сигналов, то свойства, касающиеся данных устройств, подчиняются законам сложения. Правило 3 в табл. 5 работы [3] связано с ассоциативным законом, означающим, что можно выбрать порядок последовательного суммирования нескольких сигналов (обозначены на схеме a , b , c). Результат d до и после преобразования должен быть одинаковым:

$$d = b - a - c \text{ (до)} = (b - a) - c \text{ (после)}. \quad (53)$$

Свойство 2 (см. табл. 5 в работе [3]) касается коммутативного закона и является подтверждением того, что нет разницы, в каком порядке будут следовать слагаемые – результат в любом случае не изменится (при этом знак операции не имеет значения):

$$h = (e + f) + g \text{ (до)} = e + f + g = e + g + f = (e + g) + f \text{ (после)}. \quad (54)$$

Указанные выше преобразования приводят схему к виду, изображенному на рис. 6. Изменения в схеме позволяют вновь упростить два простейших вида соединения: параллельное согласное с результирующей передаточной функцией $W_{15}(s)$ и параллельное встречное с положительной обратной связью (ПОС) $W_{16}(s)$ (см. рис. 6):

$$W_{15}(s) = W_5(s) - W_6(s); \quad (55)$$

$$W_{16}(s) = \frac{W_{10}(s)}{1 - W_{10}(s)W_{11}(s)}. \quad (56)$$

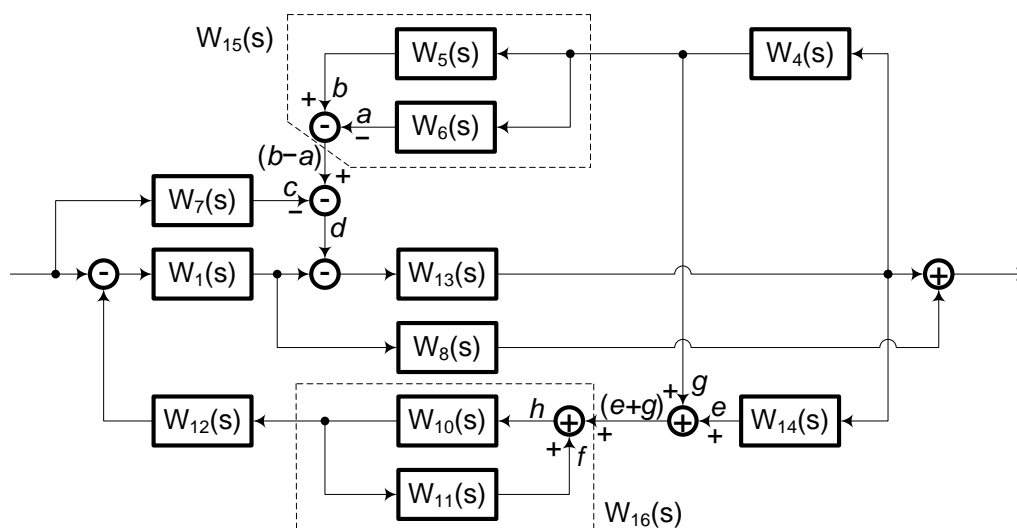


Рис. 6. Структурная схема после перестановки сумматоров

Кроме того, теперь можно объединить последовательные звенья с передаточными функциями $W_{16}(s)$ и $W_{12}(s)$, как показано на рис. 7:

$$W_{17}(s) = W_{16}(s)W_{12}(s), \quad (57)$$

хотя указанное упрощение схемы было уже представлено на рис. 6, где контур с ПОС соединен последовательно со звеном $W_{12}(s)$, т. е.

$$W_{17}(s) = \frac{W_{10}(s)}{1 - W_{10}(s)W_{11}(s)} W_{12}(s) = \frac{W_{10}(s)W_{12}(s)}{1 - W_{10}(s)W_{11}(s)}. \quad (58)$$

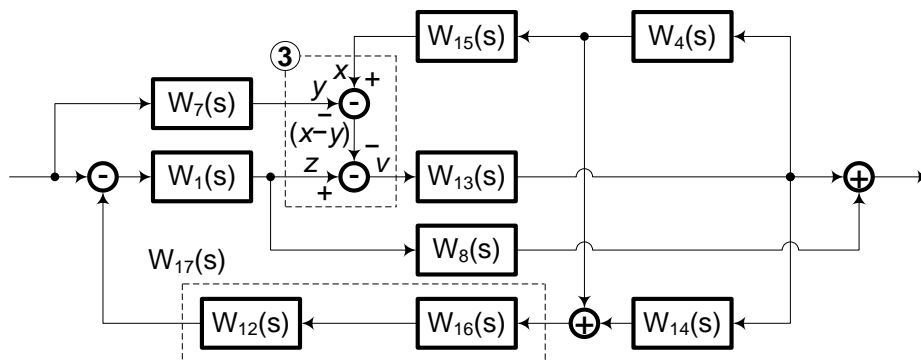


Рис. 7. Структурная схема после объединения звеньев

Тем не менее более подробное и последовательное решение задачи позволяет снизить вероятность появления ошибки. Если же сомнений в правильности действий нет, часть решения (подробное описание преобразования) можно пропускать.

Далее выполним еще одно преобразование, затрагивающее дистрибутивный закон сложения (правило 3 в табл. 5 работы [3]), применительно к схеме на рис. 7. Очевидно, что сигнал v здесь получается на выходе нижнего устройства сравнения путем вычитания из сигнала z результата, вычисленного на верхнем устройстве сравнения:

$$v = z - (x - y). \quad (59)$$

В выражении (59) можно раскрыть скобки, тогда после данного действия схема примет вид, показанный на рис. 8, а формула изменится следующим образом (порядок слагаемых может быть любым):

$$v = z + x + y = z + y + x. \quad (60)$$

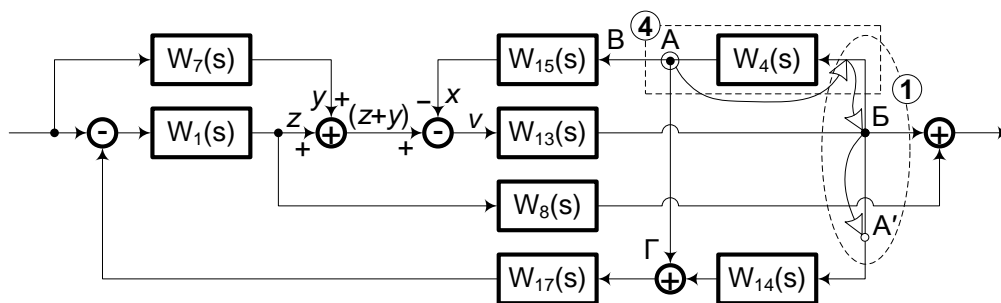


Рис. 8. Структурная схема после перестройки устройств сравнения

Теперь в схеме, приведенной на рис. 8, простейших свойств преобразования, не изменяющих структуру схемы, больше нет. Необходимо воспользоваться более сложными правилами, предполагающими перенос линий связи (у сумматора, устройства сравнения или узла) через динамическое звено. При этом различают перенос линии связи до звена или за звено. После такого преобразования по рассматриваемому каналу сигнал должен проходить через те же звенья, что и до преобразования схемы.

Перенесем линию связи (узел А) до звена $W_4(s)$ (т. е. против направления передачи сигнала, показанного стрелками) к узлу Б. Для этого необходимо воспользоваться правилом 4 в табл. 5 работы 3. Понятно, что при передаче сигнала из точки Б через точку А в точку В и Г сигнал в обоих случаях (до и после преобразования) должен проходить через звено $W_4(s)$. Если не обращаться к табл. 5 в работе [3], то можно просто продублировать два канала независимо друг от друга, при этом они оба должны содержать звено $W_4(s)$, как показано на рис. 9. Узел А после переноса через звено можно поместить в любом месте возле узла Б (соглас-

но правилу 1 из табл. 5 работы [3]). Наиболее удобным выглядит расположение, отмеченное пустой точкой А' (см. рис. 8).

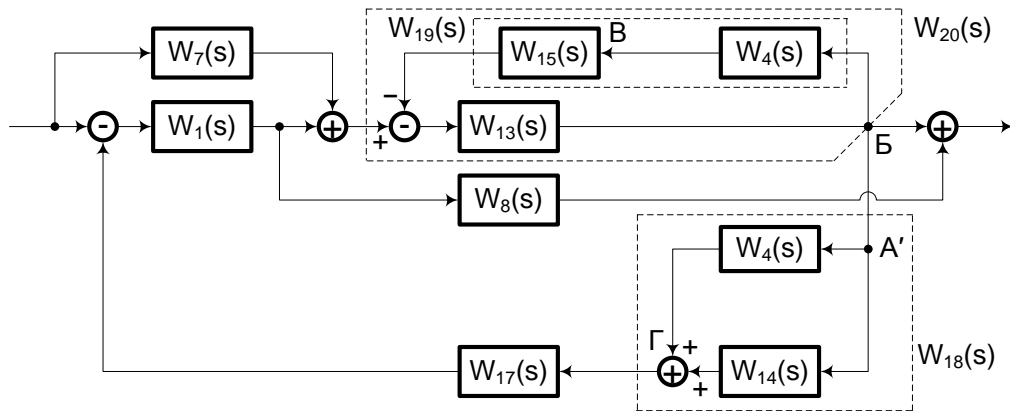


Рис. 9. Структурная схема после переноса узла А

Теперь можно вновь упростить последовательное $W_{19}(s)$ и параллельное согласное $W_{18}(s)$ соединения звеньев либо сразу обозначить параллельное встречное соединение $W_{20}(s)$, в отрицательной обратной связи (ООС) которого присутствуют последовательно соединенные звенья $W_4(s)$ и $W_{15}(s)$:

$$W_{18}(s) = W_{14}(s) + W_4(s); \quad (61)$$

$$W_{19}(s) = W_4(s)W_{15}(s); \quad (62)$$

$$W_{20}(s) = \frac{W_{13}(s)}{1 + W_{13}(s)W_{19}(s)}; \quad (63)$$

или

$$W_{20}(s) = \frac{W_{13}(s)}{1 + W_{13}(s) \cdot W_4(s)W_{15}(s)}. \quad (64)$$

В свою очередь звено $W_{18}(s)$ соединено последовательно со звеном $W_{17}(s)$:

$$W_{21}(s) = W_{18}(s)W_{17}(s); \quad (65)$$

или сразу можно записать следующим образом:

$$W_{21}(s) = [W_{14}(s) + W_4(s)]W_{17}(s). \quad (66)$$

Далее становится очевидным, что рассмотренные ранее правила преобразования к схеме, изображенной на рис. 10, неприменимы, поскольку в ней переносить какую-либо линию связи нецелесообразно, так как это действие не устранил взаимосвязи контуров и будет попросту лишним. Следовательно, в

данном случае необходимо воспользоваться одним из наиболее сложных правил (8 или 9 из табл. 5 работы 3), подразумевающим перенос линии связи (узла) через сумматор или устройство сравнения. Для преобразования, связанного с указанными элементами, важно, чтобы сигналы на выходе области преобразования (пунктирный контур), получаемые с помощью арифметических операций входными сигналами, до и после преобразования схемы оставались одинаковыми.

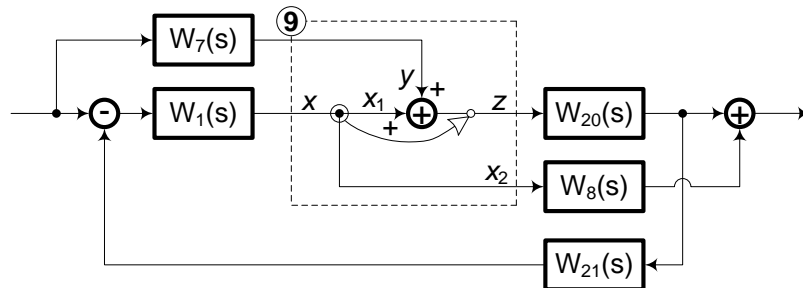


Рис. 10. Структурная схема после объединения звеньев

Обозначим сигналы на схеме буквами: выходной z и $x_2 = x$, входные – y и $x_1 = x$. Нам необходимо перенести узел за устройство сравнения (правило 9). Формула, позволяющая вычислить выходной сигнал в исходной схеме, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} z = x_1 + y = x + y; \\ x_2 = x. \end{cases} \quad (67)$$

После перестроения схемы окажется, что на вход звена $W_8(s)$ подается сигнал z , поэтому необходимо восстановить сигнал $x = x_2$. Если на выходе известен сигнал z , то нужный сигнал x можно вычислить так:

$$x_2 = x = z - y, \quad (68)$$

т. е. требуется ввести в схему дополнительное устройство сравнения, на которое помимо сигнала z нужно подать сигнал y любым из способов (создав в нужном месте разветвление сигнала – правило 1) (см. рис. 11, а или б).

Однако очевидно, что оба представленных способа (могут быть и другие) характеризуют одно и то же, поскольку схема на рис. 11, б легко получается из схемы, приведенной на рис. 11, а, путем переноса узла Д до звена $W_7(s)$ по правилу 4.

Далее уже можно применять правила, использовавшиеся ранее. Так, перенесем устройство сравнения за звено $W_8(s)$, а также сумматор до звена $W_1(s)$. Кроме того, для разделения контуров рассредоточим узел Е в двух точках.

но оказывать влияния на другой канал: $a \rightarrow x \rightarrow z$. Тогда сигнал z после преобразования схемы может быть выражен так:

$$z = W_1(s)(a + c) = W_1(s) \left(a + \frac{1}{W_1(s)} y \right) = W_1(s)a + y = x + y. \quad (71)$$

Далее поменяем местами сумматор и устройство сравнения (рис. 12) по свойству 2 табл. 5 (коммутативный закон):

$$f = a + c = (b - e) + c = b - e + c = b + c - e = (b + c) - e, \quad (72)$$

а также преобразуем другой участок схемы по правилу 3 (дистрибутивный и ассоциативный законы):

$$p = n + m = n + (k - l) = n + k - l = (n + k) - l. \quad (73)$$

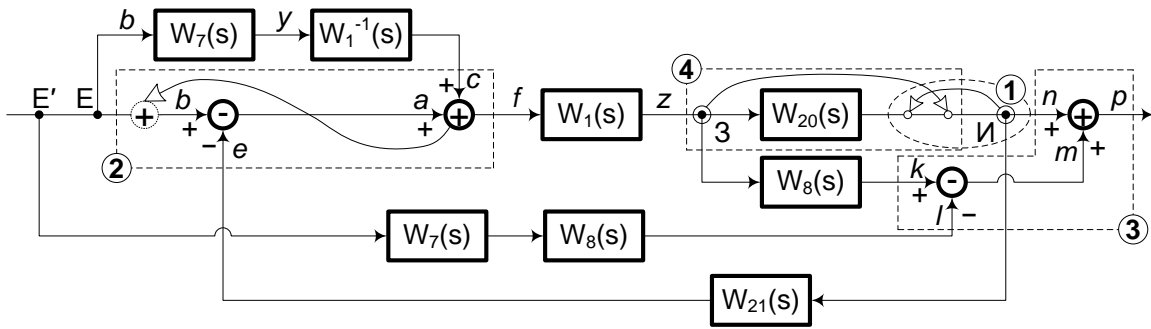


Рис. 12. Структурная схема после переноса сумматора через звено

Преобразованная схема будет иметь вид, представленный на рис. 13.

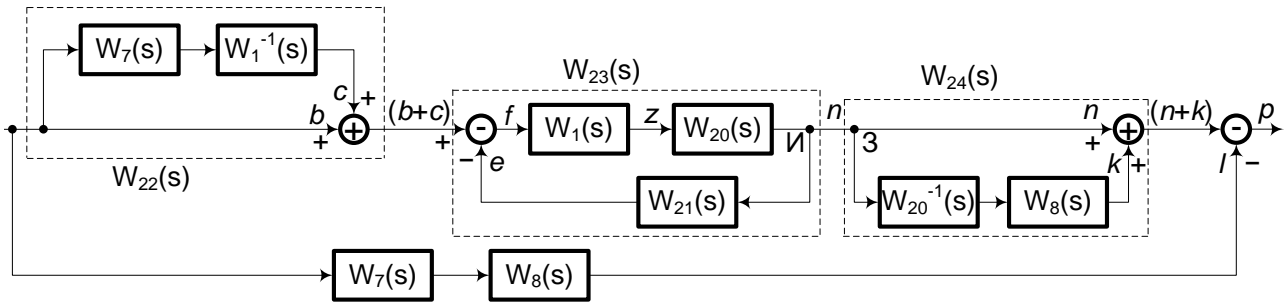


Рис. 13. Структурная схема после перестановки сумматора и устройства сравнения

Кроме того, перенесем узел 3 за звено $W_{20}(s)$ (см. правило 5 табл. 5), а затем поменяем местами узлы 3 и И (свойство 1). Отметим, что изначально канал $z \rightarrow k \rightarrow p$ шел в обход звена $W_{20}(s)$, однако после преобразования в нем появляется данное звено и является там лишним, формируя на своем выходе сигнал

n . Следовательно, в этот канал необходимо последовательно поместить звено $W_{20}^{-1}(s)$, которое вернет исходный сигнал z перед звеном $W_8(s)$:

$$n = W_{20}(s)z \Rightarrow z = W_{20}^{-1}(s)n. \quad (74)$$

Теперь можно упростить три контура, представляющие собой параллельные соединения: согласное, встречное с ООС и вновь согласное, которые в свою очередь соединены последовательно, т. е.

$$W_{22}(s) = 1 + \left[\frac{W_7(s)}{W_1(s)} \right]; \quad (75)$$

$$W_{23}(s) = \frac{[W_1(s)W_{20}(s)]}{1 + W_{21}(s) \cdot [W_1(s)W_{20}(s)]}; \quad (76)$$

$$W_{24}(s) = 1 + [W_{20}^{-1}(s)W_8(s)]; \quad (77)$$

$$W_{25}(s) = W_{22}(s)W_{23}(s)W_{24}(s). \quad (78)$$

В результате получим схему, изображенную на рис. 14. Следующее действие – привести эту схему к типовому виду в виде одномерного динамического звена (рис. 15, а):

$$W_{26}(s) = W_{25}(s) - [W_7(s)W_8(s)]. \quad (79)$$

Если необходимо получить типовую структурную схему с главной отрицательной обратной связью (ГООС), т. е. с единичной передаточной функцией в обратном канале (рис. 15, б), то следует воспользоваться свойством 10 из табл. 5 работы [3]:

$$W_{27}(s) = \frac{W_{26}(s)}{1 - W_{26}(s)}. \quad (80)$$

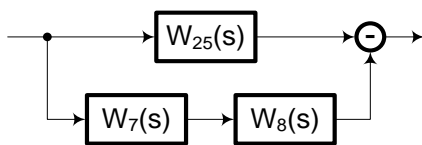


Рис. 14. Структурная схема после объединения звеньев прямого канала



Рис. 15. Типовая структурная схема разомкнутой (а) и замкнутой (б) систем