

## Задача №2.

Описать множество смежных классов группы  $G$  по подгруппе  $H$ . Проверить, является ли  $H$  нормальной подгруппой. Если является, то найти факторгруппу  $G/H$ . Во всех случаях  $n \geq 2$  — фиксированное натуральное число.

- в-1.** (а)  $G = \mathbb{C}$  (аддитивная группа),  $H = \mathbb{Z}[i] = \{a + ib : a, b \in \mathbb{Z}\}$ ;  
(б)  $G = GL_n(\mathbb{C})$ ,  $H = \{A : \det A > 0\}$ ;  
(в)  $G = Q_8$ ,  $H = \langle i \rangle$ ;  
(г)  $G = \mathbb{R}$  (аддитивная группа),  $H = ([0, 1), a * b = \{a + b\})$ .

1

- в-2.** (а)  $G = \mathbb{R}$  (аддитивная группа),  $H = \mathbb{Z}$ ;  
(б)  $G = GL_n(\mathbb{R})$ ,  $H = \{A : \det A > 0\}$ ;  
(в)  $G = Q_8$ ,  $H = \langle j \rangle$ ;  
(г)  $G = \mathbb{C}$  (аддитивная группа),  $H = Q(i)$ .

### Задача №3.

Найти коммутант и описать факторгруппу по коммутанту для группы  $G$ ;

**в-1.**  $G = GL_2(\mathbb{R})$ .

**в-2.**  $G = Q_8$ .

**в-3.**  $G = GL_3(\mathbb{R})$ .

**в-4.**  $G = GL_2(\mathbb{C})$ .

### Задача №4.

Доказать, что любая группа порядка  $k$  является циклической.

**в-1.**  $k = 65$ .

**в-2.**  $k = 77$ .

**в-3.**  $k = 91$ .

**в-4.**  $k = 85$ .

### Задача №5.

Найти все (с точностью до изоморфизма) абелевы группы порядка  $m$ .

**в-1.**  $m = 16$ .

**в-2.**  $m = 24$ .

**в-3.**  $m = 36$ .

**в-4.**  $m = 48$ .

### Задача №6.

В группе  $GL_2(\mathbb{R})$  найти централизатор матрицы  $A$ ;

**в-1.**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

**в-2.**  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

**в-3.**  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

### Задача №7.

Найти нормализатор подгруппы  $H$  в группе  $G$ .

**в-1.**  $G = GL_2(\mathbb{R}), H = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}.$

**в-2.**  $G = GL_2(\mathbb{R}), H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\}.$

**в-3.**  $G = S_4, H = \langle (1234) \rangle.$

**в-4.**  $G = GL_2(\mathbb{R}), H = UT_2(\mathbb{R}).$

### Задача №8.

Найти центр группы  $G$ .

**в-1.**  $G = O_2(\mathbb{R}).$

**в-2.**  $G = SO_2(\mathbb{R}).$

**в-3.**  $G = UT_2(\mathbb{R}).$

**в-4.**  $G = SU_2(\mathbb{C}).$