**Задача 2**

В одной урне 5 белых шаров и 4 чёрных шара, а в другой – 4 белых и 6 чёрных. Из первой урны случайным образом вынимают 3 шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также случайно вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, белые.

***Решение:***

Введём следующие обозначения для событий:

H1– из первой урны переложили белые шары,

H2 – из первой урны переложили два белых и один черный шар,

H3 – из первой урны переложили один белый и два черных шара,

H4 – из первой урны переложили три черных шара.

Так как других вариантов вытащить из первой урны три шара нет, эти события составляют полную группу событий, и они несовместны. Найдём вероятности этих событий по формуле гипергеометрической вероятности:

$$P\left(H\_{1}\right)=P\_{9,5}\left(3,3\right)=\frac{C\_{5}^{3}C\_{4}^{0}}{C\_{9}^{3}}=\frac{5!4!6!3!}{2!3!4!0!9!}=\frac{5}{42}$$

$$P\left(H\_{2}\right)=P\_{9,5}\left(3,2\right)=\frac{C\_{5}^{2}C\_{4}^{1}}{C\_{9}^{3}}=\frac{5!4!6!3!}{3!2!3!1!9!}=\frac{10}{21}$$

$$P\left(H\_{3}\right)=P\_{9,5}\left(3,1\right)=\frac{C\_{5}^{1}C\_{4}^{2}}{C\_{9}^{3}}=\frac{5!4!6!3!}{4!2!2!9!}=\frac{5}{14}$$

$$P\left(H\_{4}\right)=P\_{9,5}\left(3,0\right)=\frac{C\_{5}^{0}C\_{4}^{3}}{C\_{9}^{3}}=\frac{5!4!6!3!}{5!1!3!9!}=\frac{1}{21}$$

Введём событие A – после перекладывания из второй урны вытащили 3 белых шара. Вероятность этого события зависит от того, что во вторую урну переложили из первой. Найдём условные вероятности:

$$P\left(A/H\_{1}\right)=\left\{13 шаров, 7 белых\right\}=P\_{13,7}\left(3,3\right)=\frac{C\_{7}^{3}C\_{6}^{0}}{C\_{13}^{3}}=\frac{7!10!3!}{4!3!13!}=\frac{35}{286}$$

$$P\left(A/H\_{2}\right)=\left\{13 шаров, 6 белых\right\}=P\_{13,6}\left(3,3\right)=\frac{C\_{6}^{3}C\_{7}^{0}}{C\_{13}^{3}}=\frac{6!10!3!}{3!3!13!}=\frac{10}{143}$$

$$P\left(A/H\_{3}\right)=\left\{13 шаров, 5 белых\right\}=P\_{13,5}\left(3,3\right)=\frac{C\_{5}^{3}C\_{8}^{0}}{C\_{13}^{3}}=\frac{5!10!3!}{2!3!13!}=\frac{45}{143}$$

$$P\left(A/H\_{4}\right)=\left\{13 шаров, 4 белых\right\}=P\_{13,4}\left(3,3\right)=\frac{C\_{4}^{3}C\_{9}^{0}}{C\_{13}^{3}}=\frac{4!10!3!}{1!3!13!}=\frac{18}{143}$$

Проверьте условные вероятности

Теперь найдём вероятность события А по формуле полной вероятности:

$$P\left(A\right)=P\left(H\_{1}\right)P\left(A/H\_{1}\right)+ P\left(H\_{2}\right) P\left(A/H\_{2}\right)+P\left(H\_{3}\right)P\left(A/H\_{3}\right)+P\left(H\_{4}\right)P\left(A/H\_{4}\right)=$$

$$=\frac{5}{42}∙\frac{35}{286}+\frac{10}{21}∙\frac{10}{143}+\frac{5}{14}∙\frac{45}{143}+\frac{1}{21}∙\frac{18}{143}=\frac{175}{12012}+\frac{100}{3003}+\frac{225}{2002}+\frac{18}{3003}=\frac{118}{3003}+\frac{225}{2002}+\frac{175}{12012}=0,039294+0,1123876+0,0145687=0,1662503$$