

**Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации**  
**Зачет по линейной алгебре**  
**Весенний семестр 2013/2014 учебного года**  
**Образец билета**  
**Вариант 34**

1. Дана балансовая таблица в двухотраслевой модели Леонтьева:

Отрасли	Произв. потребл.		Конечное потребл.
	I	II	
I	40	51	9
II	50	459	1

Найдите: 1) матрицу Леонтьева; 2) матрицу полных затрат; 3) валовой выпуск на новый вариант потребления  $\vec{d} = (10, 10)^T$ .

2. Решите данную задачу линейного программирования симплекс-методом.

$$\begin{cases} f = 10x_1 + 13x_2 + 15 \rightarrow \max, \\ 12x_1 - 8x_2 \leq 36, \\ 7x_1 - 11x_2 \geq -55, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. Для данной задачи линейного программирования известна точка  $X_{\max}$ , в которой достигается максимум целевой функции  $f$ . Составьте двойственную задачу и решите ее при помощи теорем двойственности. В ответе должны быть указаны оптимальное значение целевой функции двойственной задачи и точка, в которой достигается

это значение.

$$\begin{cases} f = 7x_1 + 7x_2 + 20 \rightarrow \max, \\ 6x_1 - 3x_2 \leq 30, \\ 2x_1 - 8x_2 \geq -32, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \end{cases} \quad X_{\max} = (8, 6).$$

4. Решите данную транспортную задачу. В ответе укажите оптимальный план и стоимость перевозок по этому

плану.

$a_i \setminus b_j$	80	50	70
40	8	10	18
160	9	18	27

5. Для данного разностного уравнения запишите вид общего решения с неопределенными коэффициентами. Значения неопределенных коэффициентов находить не нужно!  $x_{n+2} + 2x_{n+1} + 2x_n = 7n^2 9^n$ .

6. **Теоретическое задание.** Даны четыре симплекс-таблицы для четырех разных задач линейного программирования; в левой верхней клетке каждой таблицы указан тип соответствующей задачи (на минимум или на максимум). Для каждой из приведенных симплекс-таблиц выберите верное утверждение из следующего списка:

- (1) данная таблица не является окончательной: для решения соответствующей задачи линейного программирования требуется продолжить вычисления симплекс-методом;
- (2) задача имеет единственное решение [в случае выбора этого утверждения укажите решение];
- (3) задача имеет конечное множество решений, но не единственное решение [в случае выбора этого утверждения укажите одно из решений];
- (4) задача имеет бесконечное множество решений [в случае выбора этого утверждения укажите одно из решений];
- (5) целевая функция неограничена сверху;
- (6) целевая функция неограничена снизу;
- (7) задача не имеет допустимого базисного решения.

Для каждой таблицы запишите развернутый ответ с полным обоснованием (см. сноску<sup>1</sup> в нижней части этой страницы).

$$\left[ \begin{array}{c|cccc|c} \min & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_3 & -7 & 0 & 1 & 8 & 9 \\ x_2 & 5 & 1 & 0 & -4 & 3 \\ f & -6 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \min & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_4 & -2 & 0 & 7 & 1 & 8 \\ x_2 & 0 & 1 & 5 & 0 & 4 \\ f & 3 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \max & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_4 & 1 & -2 & 0 & 1 & 7 \\ x_3 & -8 & 9 & 1 & 0 & 5 \\ f & -4 & 3 & 0 & 0 & 6 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \max & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_2 & 0 & 1 & 5 & -4 & 3 \\ x_1 & 1 & 0 & -6 & 1 & 2 \\ f & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 \end{array} \right].$$

<sup>1</sup>Например: «таблица №1 не является окончательной симплекс-таблицей, потому что во втором ее столбце имеются нулевые элементы» или «задача, отвечающая таблице №2, имеет конечное множество решений; это объясняется тем, что в оценочной строке этой таблицы имеются как положительные, так и отрицательные числа; одно из решений рассматриваемой задачи имеет вид:  $f_{\min} = 1$ ,  $X_{\min} = (0, 1, 2, 3, 4)$ .»

**Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации**  
**Зачет по линейной алгебре**  
**Весенний семестр 2013/2014 учебного года**  
**Образец билета**  
**Вариант 35**

1. Дана балансовая таблица в двухотраслевой модели Леонтьева:

Отрасли	Произв. потребл.		Конечное потребл.
	I	II	
I	30	61	9
II	60	549	1

Найдите: 1) матрицу Леонтьева; 2) матрицу полных затрат; 3) валовой выпуск на новый вариант потребления  $\vec{d} = (10, 10)^T$ .

2. Решите данную задачу линейного программирования симплекс-методом. 
$$\begin{cases} f = 15x_1 + 5x_2 + 9 \rightarrow \max, \\ 7x_1 - 4x_2 \leq 63, \\ 6x_1 - 13x_2 \geq -13, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. Для данной задачи линейного программирования известна точка  $X_{\max}$ , в которой достигается максимум целевой функции  $f$ . Составьте двойственную задачу и решите ее при помощи теорем двойственности. В ответе должны быть указаны оптимальное значение целевой функции двойственной задачи и точка, в которой достигается

это значение. 
$$\begin{cases} f = 13x_1 + 11x_2 + 25 \rightarrow \max, \\ 13x_1 - 6x_2 \leq 65, \\ 8x_1 - 11x_2 \geq -55, \\ 5x_1 + 5x_2 \geq 25, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \end{cases} \quad X_{\max} = (11, 13).$$

4. Решите данную транспортную задачу. В ответе укажите оптимальный план и стоимость перевозок по этому

плану.

$a_i \backslash b_j$	100	70	60
50	5	7	12
180	6	12	18

5. Для данного разностного уравнения запишите вид общего решения с неопределенными коэффициентами. Значения неопределенных коэффициентов находить не нужно!  $x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 9n^2 7^n$ .

6. **Теоретическое задание.** Даны четыре симплекс-таблицы для четырех разных задач линейного программирования; в левой верхней клетке каждой таблицы указан тип соответствующей задачи (на минимум или на максимум). Для каждой из приведенных симплекс-таблиц выберите верное утверждение из следующего списка:

- (1) данная таблица не является окончательной: для решения соответствующей задачи линейного программирования требуется продолжить вычисления симплекс-методом;
- (2) задача имеет единственное решение [в случае выбора этого утверждения укажите решение];
- (3) задача имеет конечное множество решений, но не единственное решение [в случае выбора этого утверждения укажите одно из решений];
- (4) задача имеет бесконечное множество решений [в случае выбора этого утверждения укажите одно из решений];
- (5) целевая функция неограничена сверху;
- (6) целевая функция неограничена снизу;
- (7) задача не имеет допустимого базисного решения.

Для каждой таблицы запишите развернутый ответ с полным обоснованием (см. сноску<sup>1</sup> в нижней части этой страницы).

$$\left[ \begin{array}{c|cccc|c} \min & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_4 & -2 & 0 & 7 & 1 & 8 \\ x_2 & 9 & 1 & -5 & 0 & 4 \\ f & -3 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \max & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_4 & 1 & -2 & 0 & 1 & 7 \\ x_3 & 8 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ f & 4 & -3 & 0 & 0 & 6 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \min & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_2 & 0 & 1 & -5 & 4 & 3 \\ x_1 & 1 & 0 & 6 & -1 & 2 \\ f & 0 & 0 & -7 & 0 & -9 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{c|cccc|c} \max & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \text{С.Ч.} \\ \hline x_3 & 0 & 9 & 1 & -5 & 4 \\ x_1 & 1 & -3 & 0 & 6 & 1 \\ f & 0 & 2 & 0 & 7 & -8 \end{array} \right].$$

<sup>1</sup>Например: «таблица №1 не является окончательной симплекс-таблицей, потому что во втором ее столбце имеются нулевые элементы» или «задача, отвечающая таблице №2, имеет конечное множество решений; это объясняется тем, что в оценочной строке этой таблицы имеются как положительные, так и отрицательные числа; одно из решений рассматриваемой задачи имеет вид:  $f_{\min} = 1$ ,  $X_{\min} = (0, 1, 2, 3, 4)$ .»