

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего профессионального образования

**Поволжский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики**

**Кафедра экономических и информационных систем**

# **ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

**Методические указания  
к контрольной работе по дисциплине  
«Исследование операций»**

**Составитель:  
Диязитдинова А.Р., доц., к.т.н.**

Самара, 2013 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1 СОДЕРЖАНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ .....</b>	<b>3</b>
<b>2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....</b>	<b>3</b>
<b>3 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ .....</b>	<b>3</b>
3.1 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.....	3
3.2 ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ .....	7
3.3 ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ПЛАНИРОВАНИИ РАБОТ .....	12
3.4 ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА .....	13

## 1 СОДЕРЖАНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ

Контрольная работа по дисциплине «Исследование операций» включает задачи из следующих направлений:

- 1) линейное программирование;
- 2) динамическая оптимизация;
- 3) динамическая оптимизация в планировании работ;
- 4) транспортная задача.

Пояснительная записка контрольной работы должна включать решение задач согласно индивидуальному варианту.

## 2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Теоретические сведения, необходимые для решения задач, приведены в соответствующих разделах конспекта лекций.

## 3 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант задания выбирается по сумме двух последних цифр зачетной книжки.

### 3.1 Линейное программирование

**Общая постановка задачи:** Для производства двух видов изделий  $A$  и  $B$  предприятие (участок работы) использует три вида сырья. Нормы расхода сырья каждого вида на изготовление единицы продукции данного вида приведены в табл. В ней же указаны прибыль от реализации одного изделия каждого вида и общее количество сырья данного вида, которое необходимо предприятию.

Принимаем, что сбыт обеспечен и что изделия  $A$  и  $B$  могут производиться в любых соотношениях. Перед менеджером по выпуску товара поставлена задача составить такой план выпуска, при котором прибыль предприятия (участка работы) от реализации всех изделий была бы максимальной.

Вариант 0

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	$A$	$B$	
I	15	10	300
II	5	5	160
III	5	10	350
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

Вариант 1

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	$A$	$B$	
I	10	15	120
II	10	5	170
III	5	10	250
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 2

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	10	90
II	5	5	120
III	10	20	300
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 3

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	20	10	280
II	5	20	420
III	10	10	300
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 4

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	5	500
II	5	10	620
III	5	20	480
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 5

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	10	300
II	14	5	140
III	20	10	350
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 6

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	5	400
II	10	20	120
III	5	10	250
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 7

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	50	500
II	20	30	350
III	30	10	400
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 8

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	10	300
II	40	5	400
III	20	10	250
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 9

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	20	40	600
II	10	30	400
III	5	10	300
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 10

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	20	500
II	5	30	420
III	20	5	360
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 11

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	5	350
II	5	10	420
III	20	10	460
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 12

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	20	300
II	10	10	400
III	30	5	520
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 13

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	10	180
II	20	5	500
III	10	5	350
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 14

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	20	600
II	5	5	300
III	20	10	400
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 15

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	15	300
II	5	10	420
III	20	20	600
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 16

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	10	500
II	10	4	300
III	20	5	450
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 17

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	30	700
II	20	5	620
III	5	10	430
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 18

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	20	10	600
II	8	4	420
III	10	12	350
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## Вариант 19

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	20	320
II	5	5	280
III	10	5	190
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	35	45	

## 3.2 Динамическая оптимизация

**Общая постановка задачи:** Фирма обеспечивает поставку товаров для продажи с базы  $A_0$  в четыре торговые точки  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ . Расстояния между всеми пунктами известны и заданы в километрах (см. варианты заданий).

В целях экономии времени и средств необходимо найти такой маршрут передвижения, при котором, побывав в каждой торговой точке по одному разу, поставщик вернулся бы в исходный пункт  $A_0$ , проделав минимально возможный суммарный путь.

Вариант 0					
	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	120	180	100	190
$A_1$		0	80	220	200
$A_2$			0	90	185
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 1

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	150	200	170	210
$A_1$		0	60	190	220
$A_2$			0	250	130
$A_3$				0	100
$A_4$					0

## Вариант 2

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	175	230	200	180
$A_1$		0	190	300	160
$A_2$			0	150	200
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 3

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	140	200	210	100
$A_1$		0	150	190	220
$A_2$			0	250	200
$A_3$				0	170
$A_4$					0

## Вариант 4

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	200	350	200	160
$A_1$		0	190	300	80
$A_2$			0	150	200
$A_3$				0	280
$A_4$					0

## Вариант 5

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	180	250	200	300
$A_1$		0	170	350	200
$A_2$			0	150	280
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 6

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	100	250	160	300
$A_1$		0	400	150	120
$A_2$			0	250	200
$A_3$				0	170
$A_4$					0

## Вариант 7

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	240	150	300	90
$A_1$		0	300	310	190
$A_2$			0	250	220
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 8

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	300	270	220	100
$A_1$		0	400	80	130
$A_2$			0	50	200
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 9

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	200	150	300	100
$A_1$		0	120	350	200
$A_2$			0	150	250
$A_3$				0	150
$A_4$					0

## Вариант 10

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	130	250	180	400
$A_1$		0	100	350	200
$A_2$			0	150	300
$A_3$				0	170
$A_4$					0

## Вариант 11

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	100	350	200	400
$A_1$		0	500	350	200
$A_2$			0	150	300
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 12

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	100	250	300	100
$A_1$		0	400	150	200
$A_2$			0	350	220
$A_3$				0	190
$A_4$					0

## Вариант 13

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	220	250	200	300
$A_1$		0	180	190	230
$A_2$			0	250	200
$A_3$				0	150
$A_4$					0

## Вариант 14

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	300	200	200	100
$A_1$		0	300	250	180
$A_2$			0	250	200
$A_3$				0	170
$A_4$					0

## Вариант 15

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	300	220	200	400
$A_1$		0	300	250	200
$A_2$			0	250	100
$A_3$				0	250
$A_4$					0

## Вариант 16

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	190	250	180	200
$A_1$		0	300	150	200
$A_2$			0	210	100
$A_3$				0	90
$A_4$					0

## Вариант 17

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	110	200	320	140
$A_1$		0	200	350	100
$A_2$			0	350	200
$A_3$				0	150
$A_4$					0

## Вариант 18

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	200	190	170	300
$A_1$		0	200	150	260
$A_2$			0	150	200
$A_3$				0	140
$A_4$					0

## Вариант 19

	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$A_0$	0	140	200	190	300
$A_1$		0	250	170	200
$A_2$			0	320	180
$A_3$				0	190
$A_4$					0

### 3.3 Динамическая оптимизация в планировании работ

**Общая постановка задачи:** В условиях задачи производственного планирования найти оптимальные сроки начала строительства каждого из объектов так, чтобы суммарный срок строительства всех объектов был бы минимальным.

Вариант 0

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	1	4	5
$A_2$	3	2	6	1
$A_3$	1	5	3	4

Вариант 1

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	1	2	5	2
$A_2$	3	2	4	1
$A_3$	5	2	1	4

Вариант 2

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	5	1	6
$A_2$	3	4	1	4
$A_3$	1	3	4	6

Вариант 3

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	4	3	5
$A_2$	1	3	5	3
$A_3$	3	1	4	2

Вариант 4

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	5	4	3
$A_2$	1	4	2	6
$A_3$	3	4	3	4

Вариант 5

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	3	1	4	5
$A_2$	2	4	2	4
$A_3$	3	3	1	6

Вариант 6

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	1	4	2	5
$A_2$	2	3	5	5
$A_3$	3	3	6	2

Вариант 7

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	4	4	3
$A_2$	1	5	3	2
$A_3$	4	3	5	1

Вариант 8

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	4	3	5
$A_2$	1	5	3	3
$A_3$	1	3	2	4

Вариант 9

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	1	2	5	2
$A_2$	3	2	3	4
$A_3$	2	5	2	4

Вариант 10

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	3	5	2
$A_2$	1	2	2	6
$A_3$	2	1	5	4

Вариант 11

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	3	4	2
$A_2$	1	2	4	1
$A_3$	2	2	1	5

Вариант 12

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	2	3	4	1
$A_2$	3	4	3	1
$A_3$	1	2	5	4

Вариант 13

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	1	3	4	2
$A_2$	4	2	3	1
$A_3$	2	2	6	2

Вариант 14

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	4	1	4	5
$A_2$	3	5	3	1
$A_3$	2	2	6	4

Вариант 15

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	4	2	4	3
$A_2$	3	2	3	1
$A_3$	5	1	3	4

Вариант 16

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	3	4	4	2
$A_2$	6	4	3	1
$A_3$	5	1	3	2

Вариант 17

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	5	1	4	2
$A_2$	3	2	3	4
$A_3$	2	4	2	4

Вариант 18

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	1	4	4	5
$A_2$	5	2	3	1
$A_3$	2	5	1	4

Вариант 19

Объекты	Виды (стадии) работ			
	1	2	3	4
$A_1$	3	1	4	5
$A_2$	3	2	2	4
$A_3$	1	2	5	4

### 3.4 Транспортная задача

**Общая постановка задачи:** Имеются три пункта поставки однородного груза -  $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$  и пять пунктов потребления этого груза  $B_1$ ;  $B_2$ ;  $B_3$ ;  $B_4$ ;  $B_5$ . В пунктах  $A_1$ ;  $A_2$ ;  $A_3$  находится груз  $a_1$ ;  $a_2$ ;  $a_3$  соответственно. Груз необходимо доставить в пункты  $B_1$ ;  $B_2$ ;  $B_3$ ;  $B_4$ ;  $B_5$  в количестве  $b_1$ ;  $b_2$ ;  $b_3$ ;  $b_4$ ;  $b_5$  соответственно. Расстояния между пунктами в км заданы следующей матрицей:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{15} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{25} \\ d_{31} & d_{32} & \dots & d_{35} \end{pmatrix}.$$

Требуется найти оптимальный план закрепления потребителей за поставщиками однородного груза при условии минимизации общего пробега автомобилей, используя параметры, представленные ниже.

**Вариант 0**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 175; 225);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (100; 130; 80; 190; 100);$$

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 & 2 & 5 \\ 7 & 1 & 3 & 1 & 10 \\ 2 & 3 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 1**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 450; 250);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (100; 125; 325; 250; 100);$$

$$D = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 10 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 5 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 2**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (250; 200; 200);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (120; 130; 100; 160; 110);$$

$$D = \begin{pmatrix} 27 & 36 & 35 & 31 & 29 \\ 22 & 23 & 26 & 32 & 35 \\ 35 & 42 & 38 & 32 & 39 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 3**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (350; 330; 270);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (210; 170; 220; 150; 200);$$

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 12 & 9 & 1 & 7 \\ 2 & 4 & 11 & 2 & 10 \\ 7 & 14 & 12 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 4**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (300; 250; 200);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (210; 170; 220; 150; 200);$$

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 13 & 2 & 7 \\ 9 & 4 & 11 & 9 & 17 \\ 3 & 16 & 10 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 5**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (350; 200; 300);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (170; 140; 200; 195; 145);$$

$$D = \begin{pmatrix} 22 & 14 & 16 & 28 & 30 \\ 19 & 17 & 26 & 36 & 36 \\ 37 & 30 & 31 & 39 & 41 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 6**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 250; 200);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (190; 100; 120; 110; 130);$$

$$D = \begin{pmatrix} 28 & 27 & 18 & 27 & 24 \\ 18 & 26 & 27 & 32 & 21 \\ 27 & 33 & 23 & 3 & 34 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 7**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (230; 250; 170);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (140; 90; 160; 110; 150);$$

$$D = \begin{pmatrix} 40 & 19 & 25 & 26 & 35 \\ 42 & 25 & 27 & 15 & 38 \\ 46 & 27 & 36 & 40 & 45 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 8**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 300; 250);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (210; 150; 120; 135; 135);$$

$$D = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 12 & 13 & 16 \\ 25 & 19 & 20 & 14 & 10 \\ 17 & 18 & 15 & 10 & 17 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 9**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 350; 300);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (270; 130; 190; 150; 110);$$

$$D = \begin{pmatrix} 24 & 50 & 45 & 27 & 15 \\ 20 & 32 & 40 & 35 & 30 \\ 22 & 16 & 18 & 28 & 20 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 10**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (150; 150; 200);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (110; 70; 130; 110; 90);$$

$$D = \begin{pmatrix} 15 & 3 & 6 & 10 & 30 \\ 12 & 8 & 12 & 16 & 25 \\ 14 & 11 & 9 & 8 & 15 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 11**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (330; 270; 350);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (220; 170; 220; 150; 200);$$

$$D = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 11 & 20 & 40 \\ 14 & 8 & 9 & 11 & 15 \\ 8 & 6 & 12 & 14 & 20 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 12**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (150; 200; 100);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (90; 150; 75; 60; 75);$$

$$D = \begin{pmatrix} 15 & 23 & 26 & 19 & 18 \\ 17 & 13 & 14 & 25 & 10 \\ 12 & 21 & 24 & 12 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 13**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (300; 350; 200);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (145; 195; 200; 140; 170);$$

$$D = \begin{pmatrix} 18 & 30 & 35 & 25 & 40 \\ 12 & 14 & 22 & 20 & 35 \\ 10 & 28 & 23 & 19 & 30 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 14**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (300; 300; 250);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (150; 140; 115; 225; 220);$$

$$D = \begin{pmatrix} 18 & 20 & 23 & 15 & 24 \\ 25 & 15 & 16 & 19 & 29 \\ 6 & 11 & 10 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 15**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (300; 230; 320);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (190; 150; 130; 180; 200);$$

$$D = \begin{pmatrix} 25 & 20 & 22 & 31 & 32 \\ 11 & 18 & 20 & 15 & 16 \\ 10 & 9 & 16 & 20 & 25 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 16**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (300; 250; 300);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (130; 130; 150; 190; 250);$$

$$D = \begin{pmatrix} 17 & 21 & 24 & 32 & 24 \\ 23 & 10 & 15 & 20 & 26 \\ 20 & 25 & 22 & 24 & 25 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 17**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (200; 300; 250);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (120; 140; 160; 180; 150);$$

$$D = \begin{pmatrix} 16 & 21 & 24 & 22 & 20 \\ 25 & 30 & 35 & 20 & 27 \\ 34 & 26 & 25 & 28 & 21 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 18**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (270; 450; 330);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (190; 210; 200; 230; 220);$$

$$D = \begin{pmatrix} 37 & 30 & 15 & 20 & 35 \\ 16 & 20 & 12 & 17 & 21 \\ 10 & 26 & 20 & 25 & 29 \end{pmatrix}.$$

**Вариант 19**

$$A^T = (a_1; a_2; a_3) = (210; 450; 290);$$

$$B^T = (b_1; b_2; b_3; b_4; b_5) = (200; 220; 170; 210; 150);$$

$$D = \begin{pmatrix} 19 & 25 & 30 & 32 & 20 \\ 40 & 21 & 12 & 21 & 41 \\ 15 & 41 & 28 & 27 & 22 \end{pmatrix}.$$