

ПРАКТИКУМ ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Задания

1. Решить графическим методом задачи с двумя переменными (табл. 1).
2. Решить графическим методом задачи с n переменными (табл. 2).
3. Решить методом искусственного базиса задачи линейного программирования (см. табл. 2).
4. Решить симплексным методом задачи (табл. 3).
5. Решить методом потенциалов транспортные задачи (табл. 4).
6. Решить методом потенциалов транспортные задачи с ограничениями на пропускную способность (табл. 5).

Таблица 1. Варианты задания 1

Вариант	Задача	Вариант	Задача
1	$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	16	$Z(X) = 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
2	$Z(X) = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	17	$Z(X) = -x_1 - x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ 4x_1 - x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
3	$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -6x_1 + x_2 \leq 3, \\ -5x_1 + 9x_2 \leq 45, \\ x_1 - 3x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	18	$Z(X) = 5x_1 - x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ -5x_1 + 9x_2 \leq 45, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
4	$Z(X) = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ 4x_1 - x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	19	$Z(X) = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Вариант	Задача	Вариант	Задача
5	$Z(X) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - 5x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	20	$Z(X) = -3x_1 - x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$
6	$Z(X) = 15x_1 + 10x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 6x_1 - x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	21	$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$
7	$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 - x_2 \geq -2, \\ 4x_1 - x_2 \leq 16, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	22	$Z(X) = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 \geq 0, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$
8	$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 5, \\ x_1 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	23	$Z(X) = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \geq -1, \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
9	$Z(X) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 16, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$	24	$Z(X) = x_1 + 4x_2 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Таблица 2. Варианты заданий 2 и 3

Вариант	Задача	Вариант	Задача
1	$Z(X) = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 13x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 8, \\ -7x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = -2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	16	$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ 5x_1 - 8x_2 - 3x_3 + x_4 = -1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
2	$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_4 = 21, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = -12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	17	$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
3	$Z(X) = 4x_1 + 13x_2 + 3x_3 + 6x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 9x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	18	$Z(X) = 9x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 8x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 12, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
4	$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 11x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	19	$Z(X) = x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2, \\ -6x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
5	$Z(X) = 11x_2 + x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 11x_1 - 11x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 11, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	20	$Z(X) = 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 7, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
6	$Z(X) = 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + 13x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 19, \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 16, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	21	$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 = -8, \\ 4x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
7	$Z(X) = 12x_1 + 8x_2 + 5x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} -6x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ 11x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 7, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	22	$Z(X) = 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 9, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$
8	$Z(X) = x_1 - 19x_2 - 5x_3 - 7x_4 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ -6x_1 + 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 10, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$	23	$Z(X) = x_1 - 2x_2 + 3x_4 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 8, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$

Таблица 3. Варианты задания 4

Вариант	Задача	Вариант	Задача
1	$Z(X) = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 9, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	16	$Z(X) = -2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
2	$Z(X) = 2x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 \geq 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	17	$Z(X) = -3x_1 - 2x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ x_1 + x_3 \leq 2, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
3	$Z(X) = x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 24, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	18	$Z(X) = -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq -8, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
4	$Z(X) = 5x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	19	$Z(X) = 6x_1 + 7x_2 + 9x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 5, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 - x_2 + x_3 \geq -2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
5	$Z(X) = x_1 - 8x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq -4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	20	$Z(X) = 5x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 12, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
6	$Z(X) = -x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 6, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 \leq -2, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	21	$Z(X) = 6x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 6, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \geq -7, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$
7	$Z(X) = x_1 + 4x_2 + 3x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 18, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 10, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	22	$Z(X) = 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 \geq -4, \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$

Вариант	Задача	Вариант	Задача
15	$Z(X) = 6x_1 + 7x_2 + 9x_3 \rightarrow \min,$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 \geq 4, \\ x_j > 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$	30	$Z(X) = -3x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max,$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ -x_1 - x_3 \geq -4, \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 6, \\ x_j > 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$

Таблица 4. Варианты задания 5

Вариант	Задача						Вариант	Задача					
1	$a_i \backslash b_j$	10	10	25	25	30	16	$a_i \backslash b_j$	50	50	100	100	50
	10	1	5	7	9	3		50	3	4	6	5	13
	20	4	6	4	7	13		50	6	3	7	6	10
	10	1	5	3	4	9		100	10	5	2	2	6
	30	2	4	2	10	3		150	9	4	4	9	5
	10	3	2	5	6	4		100	3	2	4	2	3
2	$a_i \backslash b_j$	100	200	200	300	200	17	$a_i \backslash b_j$	200	200	400	200	100
	100	4	3	5	2	3		200	5	2	1	6	4
	200	7	1	2	3	1		300	6	2	4	4	6
	300	9	2	4	5	6		200	9	2	3	7	5
	100	1	3	6	4	10		200	7	3	5	8	7
	200	5	8	15	6	15		100	3	2	4	2	3
3	$a_i \backslash b_j$	200	400	100	200	100	18	$a_i \backslash b_j$	100	150	150	100	300
	200	1	7	12	2	5		50	3	4	5	4	1
	100	2	3	8	4	7		100	1	2	7	1	5
	200	3	5	4	6	9		150	4	6	6	3	7
	400	4	4	3	8	2		100	2	7	4	7	2
	400	5	3	7	10	1		200	3	8	9	4	5
4	$a_i \backslash b_j$	5	10	15	15	15	19	$a_i \backslash b_j$	400	600	500	400	500
	10	2	5	5	6	7		400	1	2	3	1	2
	5	4	3	4	4	3		500	3	4	2	4	5
	5	5	2	3	6	2		600	5	7	6	3	9
	10	3	6	5	7	8		400	4	10	15	4	8
	15	1	9	7	6	4		200	3	4	5	3	7
5	$a_i \backslash b_j$	10	30	30	30	40	20	$a_i \backslash b_j$	100	150	150	100	100
	10	3	1	3	4	3		50	3	4	5	4	6
	30	5	1	2	2	6		100	1	5	7	1	5
	60	2	3	4	1	1		150	4	6	6	3	4
	10	6	2	5	3	2		100	2	7	4	7	2
	60	3	7	4	4	1		100	1	9	6	3	2

Продолжение табл. 5

Вариант	Задача				Вариант	Задача					
3	$x_{21} \leq 500, x_{44} \geq 1000$				18	$x_{21} \leq 500, x_{44} \geq 500$					
	$a_i \backslash b_j$	1000	1000	2000		2000	$a_i \backslash b_j$	1000	500	1500	2000
	500	5	6	3		8	500	3	1	2	5
	1000	1	1	2		3	1000	1	3	4	2
	1500	2	5	4		4	500	3	6	5	6
2000	6	3	5	9	1500	4	3	9	8		
4	$x_{42} \leq 50, x_{24} \geq 50$				19	$x_{21} \leq 25, x_{32} \geq 20$					
	$a_i \backslash b_j$	50	100	100		100	$a_i \backslash b_j$	50	25	50	25
	50	2	4	5		8	25	3	1	8	1
	100	5	3	4		6	50	2	5	2	3
	50	3	1	2		4	75	9	4	6	5
100	7	2	6	9	25	7	3	10	3		
5	$x_{44} \leq 100, x_{23} \geq 50$				20	$x_{23} \leq 30, x_{32} \geq 30$					
	$a_i \backslash b_j$	50	100	200		200	$a_i \backslash b_j$	30	90	60	60
	50	1	9	2		2	30	1	3	4	5
	100	6	4	10		3	60	9	5	2	4
	100	8	4	7		5	90	3	4	5	4
200	7	6	5	3	90	5	7	2	6		
6	$x_{43} \leq 50, x_{21} \geq 100$				21	$x_{33} \leq 100, x_{42} \geq 100$					
	$a_i \backslash b_j$	100	200	100		200	$a_i \backslash b_j$	200	300	200	300
	100	1	3	1		2	100	2	3	4	5
	200	4	7	3		5	200	2	4	2	6
	50	3	4	1		6	300	6	5	4	5
100	7	8	3	6	300	4	6	7	6		
7	$x_{11} \leq 20, x_{33} \geq 30$				22	$x_{32} \leq 100, x_{43} \geq 100$					
	$a_i \backslash b_j$	30	30	60		90	$a_i \backslash b_j$	50	150	200	150
	60	3	11	4		4	50	4	5	6	10
	30	2	10	5		6	100	6	3	8	4
	60	3	13	3		7	150	5	1	3	1
30	1	4	2	1	150	7	2	4	2		
8	$x_{21} \leq 10, x_{12} \geq 10$				23	$x_{22} \leq 25, x_{44} \geq 25$					
	$a_i \backslash b_j$	40	20	10		20	$a_i \backslash b_j$	25	50	75	50
	40	7	6	5		11	25	1	1	3	4
	20	3	4	2		2	50	7	2	4	2
	10	9	10	3		15	50	8	9	5	6
10	1	5	1	3	50	6	7	8	5		