

Дано: $P := 35 \text{ кН}$ $q := 35 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$ $M_0 := 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $[\sigma] := 160 \cdot \text{МПа}$

Решение $E := 2 \cdot 10^5 \cdot \text{МПа}$

▣ Определение опорных реакций. Составляем уравнения равновесия.

$$\Sigma m_A \rightarrow -2.5 \cdot V_b + P - .875 \cdot q + M_0 = 0$$

$$V_b = 29.75 \text{ кН}$$

$$\Sigma m_B \rightarrow 2.5 \cdot V_a - 1.5 \cdot P - 2.125 \cdot q + M_0 = 0$$

$$V_a = 22.75 \text{ кН}$$

Проверка $\Sigma y \rightarrow V_a + V_b - P - .5 \cdot q = 0$

2. Вычисление значений поперечных сил и изгибающих моментов, построение эпюр.

Разбиваем стержень на $K = 3$ участков. Обозначим начало каждого участка $a_{H,i}$, а конец - $a_{K,i}$.

1-й участок: $a_{H,1} = 0 < x < a_{K,1} = 1$

$$Q1(x) \rightarrow V_a - q \cdot x \qquad Q1(a_{H,1}) = 22.75 \text{ кН} \qquad Q1(a_{K,1}) = -12.25 \text{ кН}$$

$$M1(x) \rightarrow V_a \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 \qquad M1(a_{H,1}) = 0 \text{ кНм} \qquad M1(a_{K,1}) = 5.25 \text{ кНм}$$

2-й участок: $a_{H,2} = 1 < x < a_{K,2} = 2.5$

$$Q2(x) \rightarrow V_a - P - q \qquad Q2(a_{H,2}) = -47.25 \text{ кН} \qquad Q2(a_{K,2}) = -47.25 \text{ кН}$$

$$M2(x) \rightarrow V_a \cdot x - P \cdot (x - 1) - q \cdot (x - .5) + M_0 \qquad M2(a_{H,2}) = 75.25 \text{ кНм} \qquad M2(a_{K,2}) = 4.375 \text{ кНм}$$

3-й участок: $a_{H,3} = 2.5 < x < a_{K,3} = 3$

$$Q3(x) \rightarrow V_a + V_b - P - q + q \cdot (x - 2.5) \qquad Q3(a_{H,3}) = -17.5 \text{ кН} \qquad Q3(a_{K,3}) = 0 \text{ кН}$$

$$M3(x) \rightarrow V_a \cdot x + V_b \cdot (x - 2.5) - P \cdot (x - 1) - q \cdot (x - .5) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (x - 2.5)^2 + M_0 \qquad M3(a_{H,3}) = 4.375 \text{ кНм} \qquad M3(a_{K,3}) = 0 \text{ кНм}$$

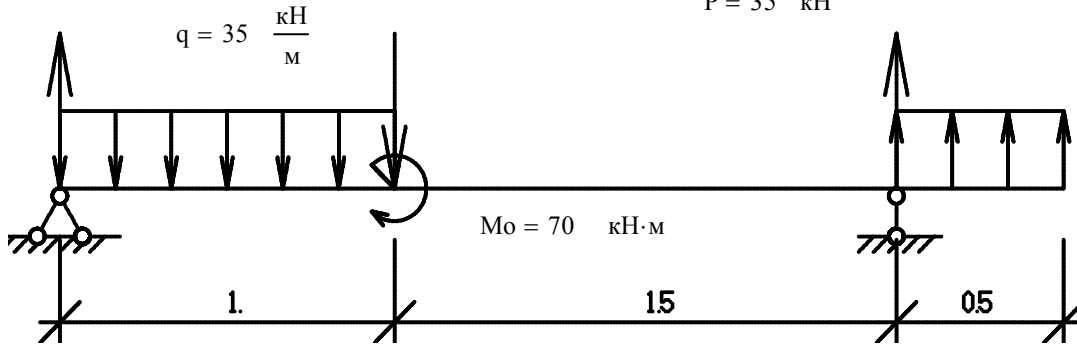
▣

$V_a = 22.75 \text{ кН}$

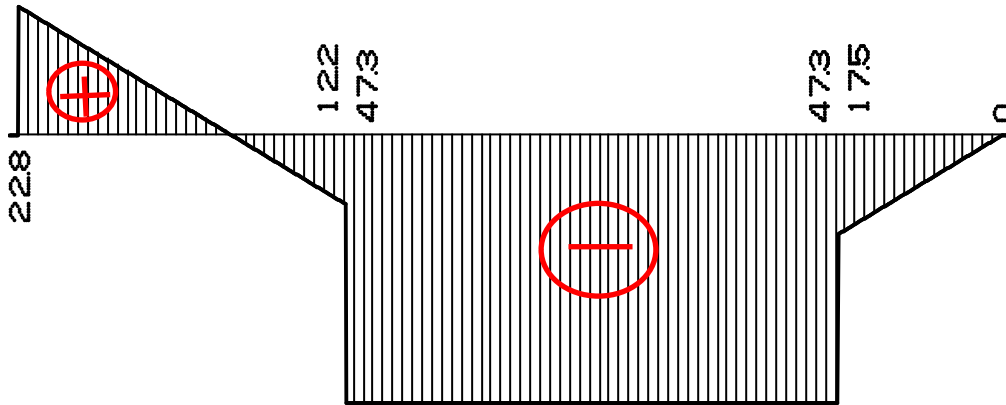
Edited by Foxit Reader
 Copyright(C) by Foxit Corporation, 2005-2009
 For Evaluation Only.

$P = 35 \text{ кН}$

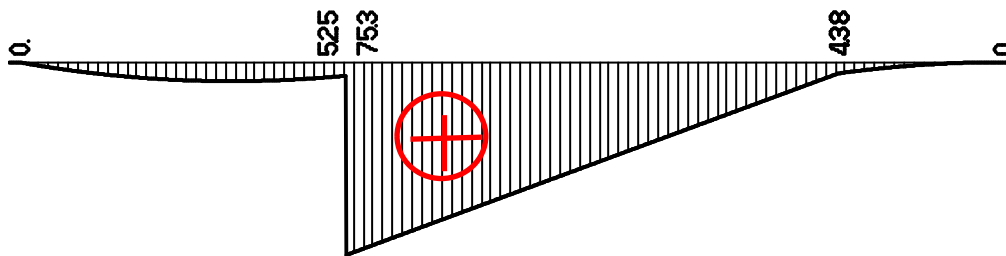
$V_b = 29.75 \text{ кН}$



Эпюра Q (кН)



Эпюра Ми (кНм)



Подбор сечения. Запишем условие прочности.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Опасным является сечение, где изгибающий момент максимальный.

$$M_{\max} = 74.305 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$W := \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \quad W = 464.406 \text{ см}^3 \quad - \text{требуемый момент сопротивления сечения}$$

Прямоугольное сечение: $\frac{a}{b} = c \quad a = c \cdot b \quad c := 2 \quad - \text{соотношение сторон}$

$$W = \frac{b \cdot a^2}{6} = \frac{b \cdot (c \cdot b)^2}{6} = \frac{c^2 \cdot b^3}{6} \quad b := \sqrt[3]{\frac{6W}{c^2}} \quad b = 8.913 \text{ см} \quad a := c \cdot b \quad A := b \cdot a \quad A = 158.874 \text{ см}^2$$

Круглое сечение: $W = 0.1 \cdot D^3 \quad D := \sqrt[3]{\frac{W}{0.1}} \quad D = 16.774 \text{ см} \quad A := \pi \cdot \frac{D^2}{4} \quad A = 220.996 \text{ см}^2$

По сортаменту подбираем **I** № = 30

Момент сопротивления сечения $W = 472 \text{ см}^3$

$$J_z = 7.08 \times 10^3 \text{ см}^4 \quad S = 268 \text{ см}^3 \quad h = 30 \text{ см} \quad b = 13.5 \text{ см} \quad d = 0.65 \text{ см} \quad t = 10.2 \text{ мм}$$

Для заданного сечения $Q = 47.25 \text{ кН}$ $M = 74.305 \text{ кН}\cdot\text{м}$

Строим эпюру нормальных напряжений. Наибольшие напряжения в сечении равны

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 := \frac{M}{W} \quad \sigma_1 = 157.426 \text{ МПа}$$

Строим эпюру касательных напряжений. Наибольшие напряжения в сечении равны

$$\tau_{\max} = \tau_1 := \frac{Q \cdot S}{d \cdot J_z} \quad \tau_1 = 27.516 \text{ МПа}$$

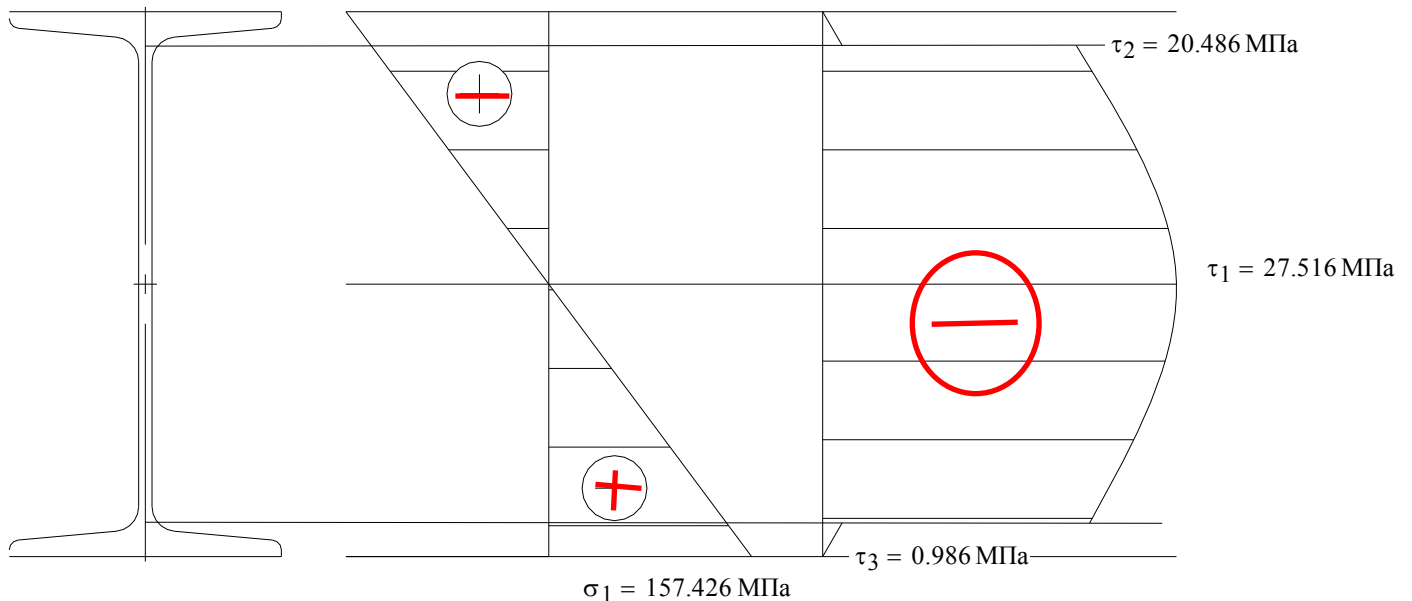
$$S' := b \cdot t \cdot \frac{h-t}{2} \quad S' = 199.527 \text{ см}^3 \quad \text{статический момент полки относительно центральных осей}$$

$$\tau_2 := \frac{Q \cdot S'}{d \cdot J_z} \quad \tau_2 = 20.486 \text{ МПа} \quad \text{Касательные напряжения в месте стыка - в стенке}$$

$$\tau_3 := \frac{Q \cdot S'}{b \cdot J_z} \quad \tau_3 = 0.986 \text{ МПа} \quad \text{в полке}$$

$$\sigma_2 := \frac{M_{\max} \cdot (1 \cdot h - 2t)}{W \cdot h} \quad \sigma_2 = 146.721 \text{ МПа} \quad \text{Нормальные напряжения в месте стыка}$$

Эп σ Эп τ
(МПа) (МПа)



Главные напряжения в рассматриваемой точке

$$\sigma_{\max} := \frac{\sigma_2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_2)^2 + 4(\tau_2)^2} \quad \sigma_{\max} = 149.528 \text{ МПа} \quad \sigma_{\min} := \frac{\sigma_2}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_2)^2 + 4(\tau_2)^2} \quad \sigma_{\min} = -2.807 \text{ МПа}$$

Главные площадки

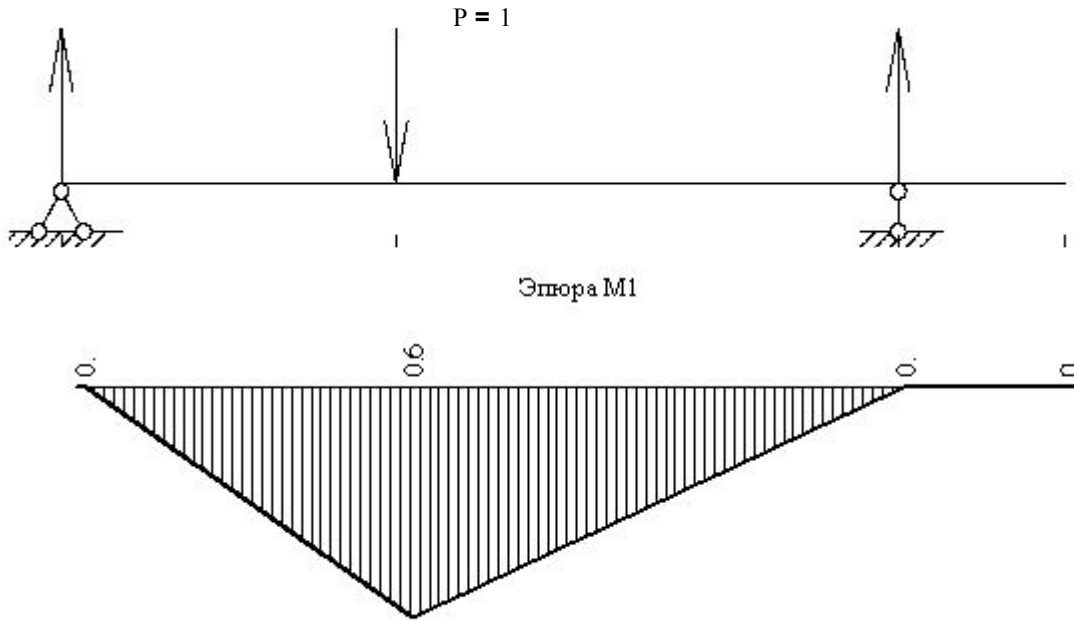
$$\alpha := \frac{1}{2} \cdot \text{atan} \left(\frac{2\tau_2}{\sigma_2} \right) \quad \alpha = 7.801^\circ$$

Максимальные касательные напряжения:

$$\tau_{\min} := -\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \tau_{\min} = -76.167 \text{ МПа} \quad \tau_{\max} := \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \tau_{\max} = 76.167 \text{ МПа}$$

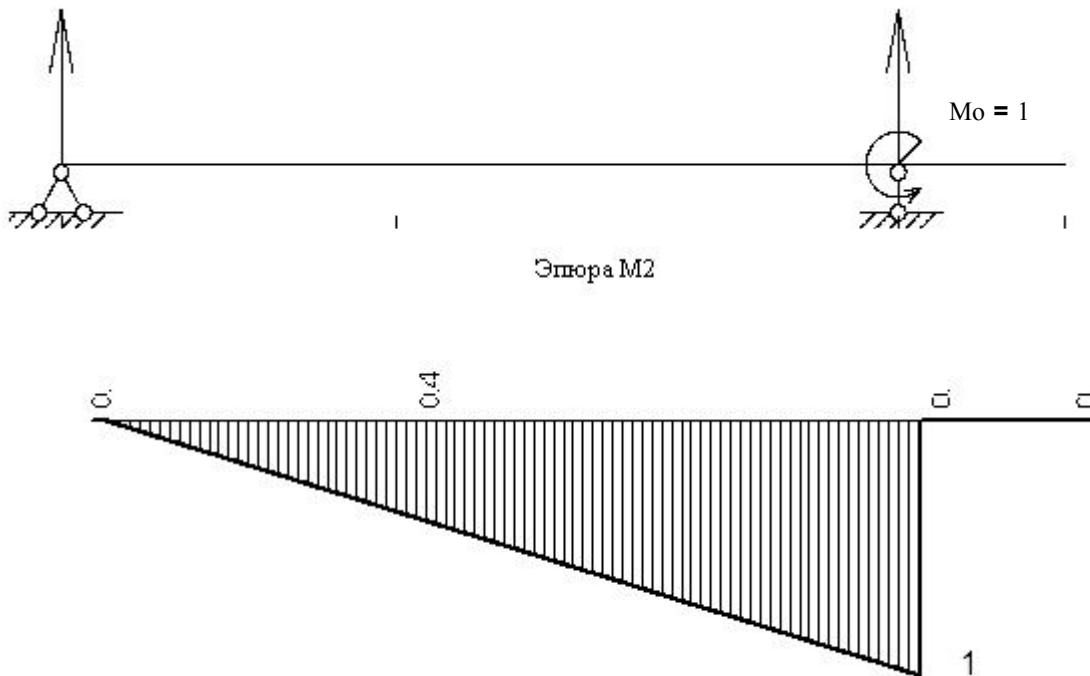
В точке, где необходимо определить перемещение по требуемому направлению прикладываем единичную силу. Строим единичную эпюру моментов.

Для определения перемещения перемножаем эпюры M_P и M_1 ПО ПРАВИЛУ ВЕРЕЩАГИНА



$$y_A := \frac{1}{EJ} \left[0.5 \cdot 5.25 \cdot 1 \cdot 0.6 \cdot \frac{2}{3} + \frac{35 \cdot 1^3}{12} \cdot 0.3 + \frac{1.5}{6} \cdot (2 \cdot 75.3 \cdot 0.6 + 4.38 \cdot 0.6) \right]$$

$$y_A = 0.178 \text{ cm}$$



$$\phi_B := \frac{1}{EJ} \left[0.5 \cdot 5.25 \cdot 1 \cdot 0.4 \cdot \frac{2}{3} + \frac{35 \cdot 1^3}{12} \cdot 0.3 + \frac{1.5}{6} \cdot (2 \cdot 75.3 \cdot 0.4 + 2 \cdot 4.38 \cdot 1 + 75.3 \cdot 1 + 4.38 \cdot 0.4) \right]$$

$$\phi_B = 0.154^\circ$$